تطور جملة ميكانيكية

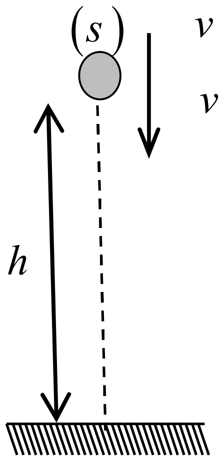
BAC 2023 — السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء — BAC 2023

I ـ الدراسة التجريبية للسقوط الشاقولي :

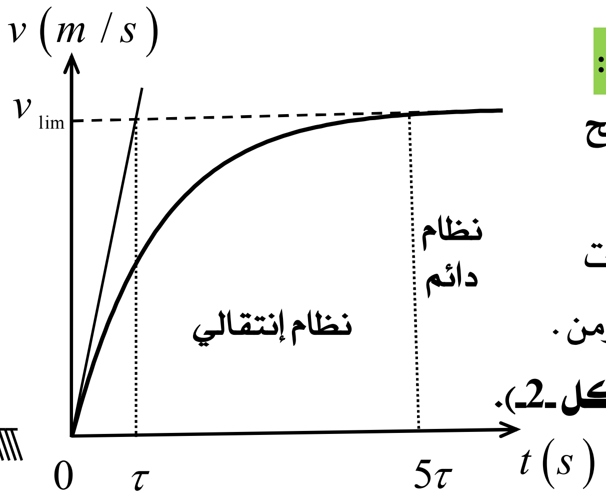
يسقط جسم صلب (S) من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة إبتدائية (**الشكل ـ1ـ**).

بواسطة تجهيز خاص مزود ببرمجية رسم البيانات نحصل على بيان سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن .

خلال سقوطه $v = f(t)$ كما يوضحه (**الشكل ـ2ـ**).



الشكل -1-



الشكل -2-

تحليل بيان السرعة

من بيان الشكل -2- نستنتج أن سقوط الجسم في الهواء يمر بمرحلتين (نظامين) هما :

- **النظام الإنتقالي** : $t\,[0-5\tau]s$ تزداد فيه السرعة بشكل رتيب حتى تصل إلى السرعة الحدية $v_{\lim}$.
- **النظام الدائم** ـ: $t \succ 5\tau$ تثبت فيه السرعة عند القيمة الحدية $V_{\lim}$.

ملاحظة : $V_{\lim}$ السرعة الحدية ثابتة ($v_l = Cte$).

τ ثابت الزمن (الزمن المميز للحركة) يمثل بيانيا فاصلة نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع المستقيم المقارب الأفقي .

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

القوى المطبقة على الجسم أثناء سقوطه الشاقولي

قوة الثقل $\vec{P}$

عبارتها $p = mg$ و هي قوة شاقولية نحو الأسفل شدتها ثابتة حيث :

m كتلة الجملة ب Kg

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$

كل جسم مغمور في مائع يخضع لدافعة أرخميدس تساوي ثقل المائع المزاح

$\Pi = \rho_f\, v\, g$ حيث :

ρ_f الكتلة الحجمية للمائع

v حجم الجسم أو المائع المزاح

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

قوة الإحتكاك $\vec{f}$

هي قوة شاقولية معاكسة لجهة الحركة تزداد شدتها بزيادة السرعة شدتها

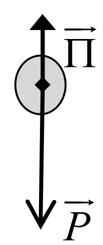
$f = K v$ ، $f = K' v^2$

K و K' ثابتا الإحتكاك

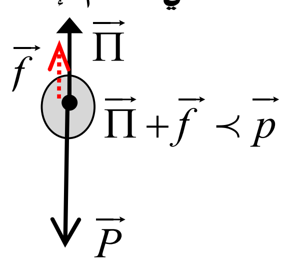
v السرعة ب $m.s^{-1}$

تمثيل القوى كيفيا أثناء سقوط الجسم

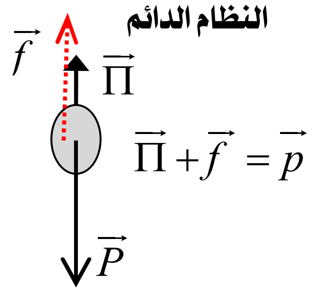
مرحلة الإنطلاق



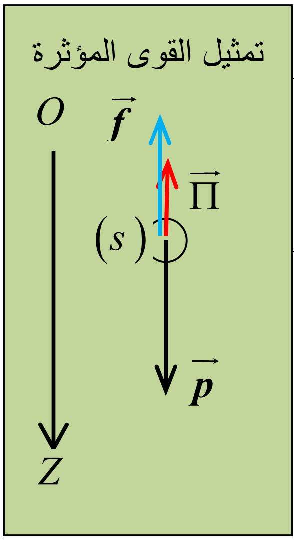
في النظام الإنتقالي



النظام الدائم



الدراسة النظرية للسقوط الشاقولي (الحقيقي):



القوى الخارجية المؤثرة على جملة، أثناء سقوطها شاقوليا هي:

قوة الثقل $\vec{p}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ، قوة الإحتكاك $\vec{f}$

المعادلة التفاضلية للسرعة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (s)) في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$$\sum \vec{F}_{ext}=m\,\vec{a_G} \Rightarrow \vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{f}=m\,\vec{a_G}$$

بالإسقاط على محور الحركة (OZ) نجد : $p-\Pi-f=m\,a_G \;....(1)$

1. في حالة السرعات الصغيرة يكون : $f=K.v$

V حجم الجسم
v سرعة الجسم
ρ_f الكتلة الحجمية للمائع
ρ_s الكتلة الحجمية للجسم

تصبح العلاقة (1): $m.g-\rho.V.g-K\,v=m.\frac{dv}{dt}$

بالتبسيط نجد: $\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}v=g\left(1-\frac{\rho V}{m}\right)$ ($1/\rho_s$) أي: $\boxed{\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}v=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى

عبارة السرعة الحدية v_l	عبارة التسارع الإبتدائي a_0	ثابت الزمن المميز للحركة τ
في النظام الدائم $(v=v_l=Cte)$ أي : $\frac{dv}{dt}=0$ ومنه : $\frac{K}{m}v_l=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ إذن : $\boxed{v_l=\frac{g.m}{k}\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$ بيانيا: v_l تمثل نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي عند t_f لبيان السرعة $v=f(t)$ الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية	لما $t=0$ تكون : السرعة معدومة أي : $v=0$ ومن المعادلة التفاضلية نكتب: $\frac{dv}{dt}+\cancel{\frac{K}{m}v}^{\,0}=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ نجد : $\left.\frac{dv}{dt}\right\|_0=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ $\boxed{a_0=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$ أو : $\boxed{a_0=\frac{g}{m}(m-\rho_f V)}$ بيانيا : a_0 يمثل ميل المماس للمنحنى $v=f(t)$ عند المبدأ $a_0=\left.\frac{dv}{dt}\right\|_{t=0}$	بالإعتماد على التحليل البعدي للمقدار $\frac{m}{K}$ نجد : $\frac{[m]}{[K]}=\frac{[m]}{\frac{[f]}{[v]}}=\frac{[m][v]}{[f]}$ $\frac{[m]}{[K]}=\frac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-2}}=T$ ومنه : وحدة الثابت $\frac{m}{K}$ من وحدة الزمن، ويرمز له ب τ أي : $\boxed{\tau=\frac{m}{K}}$ الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

ملاحظة:في حالة السرعات الكبيرة $f=K\,v^2$

وبنفس الخطوات نحصل على المعادلة التفاضلية : $\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}v^2=g\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

وعبارة السرعة الحدية v_l : $v_l=\sqrt{\frac{g.m}{K}\left(1-\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$ أو : $v_l=\sqrt{\frac{g}{K}(m-\rho_f V)}$