

ملخص الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

✓ إذا كان $a, v = 0$ فإن: $a = 0$ حركة مستقيمة منتظمة // $v = 0$ (سكون)

✓ إذا كان $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ فإن الحركة مستقيمة متسارعة

✓ إذا كان $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ فإن الحركة مستقيمة متباطئة

➔ **قوانين كبلر** تدرس فواتير كبلر حركة الكواكب التي تدور حول الشمس في مسارات اهليلجية والمسار الاهليلجي هوماساريضي يتميز بمحرفين F_1, F_2 توجد الشمس في أحدهما.

القانون الثالث	القانون الثاني	القانون الأول
<p>مربع الدور لمدار الكوكب يتناسب طرذا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس</p> <p>ويعطى بالعلاقة: $T^2/a^3 = k$</p> <p>k : ثابت كبلر</p> <p>$k = 4\pi^2/GM$</p>	<p>يسمح الخط الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس مساحات متساوية خلال أزمنة متساوية</p>	<p>تتحرك الكواكب حول الشمس في مدارات اهليلجية تكون الشمس في أحد محرفيه</p>

القانون الثالث

القانون الثالث	القانون الثاني	القانون الأول
<p>ويعرف بمبدأ الأفعال المتبادلة وينص على أنه إذا أرتجم A على جسم B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجسم B يؤثر بدوره على الجسم A وأنها بقوة $\vec{F}_{B/A}$ بحيث هاتين القوتين لهما نفس الشدة والجهت وتعاكسان في الجهة</p> <p>$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$</p>	<p>في معلم غاليلي الطبوع الشعاعي للقوة المؤثرة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جدا، كائنها في شعاع شعاع مركز عطائها بحيث:</p> <p>$\sum \vec{f} = m\vec{a}$</p>	<p>في المعامل العطالية أو العتالية يحافظ الجسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل أي قوة لتغيير حالته الحركية</p> <p>$\sum \vec{f} = 0$</p>

4 بعض المفاهيم الأساسية في الميكانيك

- **النقطة المادية:** هي كل جسم مهمل الأبعاد الهندسية بالنقطة للرجوع الذي يدرس فيه
- **الجملة المادية:** هي مجموعة من النقاط المادية المرتبطة فيما بينها (مطرفة - كرسى - قسب - سيارة ...)
- **مركز العطالة:** هو نقطة من الجسم أو الجملة المادية تكون ساكنة أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم غاليلي، في ميكانيك نيوتن هذه النقطة تنطبق دائما على مركز الكتلة تتبعه في كل تنقلاته
- **الرجوع بالمعلم:** لدراسة حركة جسم ما نحتاج إلى مرجع ننسب اليه الحركة، ولتحديد مواضعه نحتاج إلى معلم
- **المعلم العطالي:** وهو المعلم الذي يتحقق فيه مبدأ العطالة (معلم افراض يلا وجوده لا في الطبيعة)

المرجع سطحى أرضي	المرجع الجيومركزي	المرجع الهيليو مركزي
هو معلم مرتبط بسطح الأرض يستعمل في دراسة الحركات الجارية على سطح الأرض خلال مدة زمنية قصيرة مقارنة بمدى دوران الأرض حول نفسها	هو مرجع مزود بمعلم مبدأ مركزه الأرض ومحاوره تنجه نحو نفس النجوم الساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة الكواكب والأقمار الصناعية...	هو مرجع مزود بمعلم مبدأ مركزه الشمس ومحاوره تنجه نحو ثلاثة نجوم ساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة الكواكب (عطارد - الأرض...) المذنبات

• **شعاع المصغ:** هو الشعاع يحدد موضع المتحرك M في لحظة زمنية t يعطى بالعلاقة:

$$\vec{r} = \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

• **السرعة:** هي تغيرات المسافة بالنسبة للزمن وحدتها m/s تميز نوعان السرعة الوسطية: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

• **التسارع:** هو تغيرات السرعة بالنسبة للزمن وحدته (m/s²) يعطى بالعلاقة: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$

$$\vec{r} = \vec{OM} \begin{cases} x(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \\ y(t) \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \\ z(t) \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \end{cases} \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \begin{cases} v_x(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \\ v_y(t) \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \\ v_z(t) \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \end{cases} \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} \end{cases}$$

ملخص الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

خصائص القرب الجيومستاتي

- ✓ أن يدور القمر الاصطناعي في نفس جهة دوران الأرض (أي من الشرق إلى الغرب).
- ✓ أن يكون على مستوى خط الاستواء (مادارة على خط الاستواء).
- ✓ أن يكون دور القمر الاصطناعي مساويا لدور الأرض.
- ✓ أن يكون على ارتفاع القمر على ارتفاع $h \approx 36000 \text{ Km}$

دراسة حركة السقوط الشاقول ليصمم صلب في المعادن

القوى المؤثرة على جسم صلب أثناء السقوط الشاقولي:

- **قوة الثقل:** $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

- **قوة الاحتكاك:** \vec{f} هي قوة معاكسة للحركة وتتعلق بالسرعة. $\vec{f} = -K \cdot \vec{v}$ حيث تأخذ n قيمة 1 أو 2

- إذا كانت سرعة الجسم صغيرة (ضعيفة) فإن $f = K \cdot v$

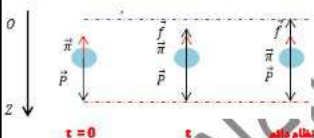
- إذا كانت سرعة الجسم كبيرة فإن $f = K \cdot v^2$ حيث K ثابت الاحتكاك.

واقعية أبيض: هي قوة معاكسة للثقل تدفع من الأسفل الى الأعلى وتظيري في المواع. (هي ثقل المائع المزاج).

تعمل بالعلاقة

$$\vec{f} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$$

حيث ρ_f (kg/m^3) هي الكثافة الرسبية - V حجم الجسم ب (m^3) - ρ_f الكثافة الحجمية للمائع ب (kg/m^3)



II- حركة كوكب أو قمر اصطناعي

خصائص الحركة الدائرية المنتظمة: تكون الجملة في حالة حركة دائرية منتظمة إذا كانت سرعتها الابتدائية غير معدومة وكانت خاضعة لقوة مركزية عمودية على شعاع السرعة ومن خصائص الحركة الدائرية المنتظمة ما يلي:

- ✓ المسار الدائري ، سرعتها ثابتة ، التسارع الطائفي $a_N = \frac{v^2}{r}$
- ✓ الدور هو الزمن اللازم لإتجاز دورة واحدة كاملة $(2\pi \cdot r \cdot \vec{v})$ يعطى بالعلاقة: وحدته (s) $T = \frac{2\pi r}{v}$

III- تقسيم حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية على اثنين نوعين وكلا:

➤ مثال: دراسة حركة كوكب الأرض حول الشمس:



1- **الجملة المدوية:** كوكب الأرض

2- **مرجع الدراسة:** المرجع الجيومستاتي

3- **القوة المدوية على الجملة:** قوة جذب الشمس. $F_{S/T} = G \frac{M_S M_T}{r^2} \vec{n}$

4- **تطبيق القانون الثاني لنيوتن على كوكب الأرض:** $\sum \vec{F}_{ext} = M_T \cdot \vec{a}$

$\vec{F}_{S/T} = M_T \cdot \vec{a} \Leftrightarrow G \frac{M_S M_T}{r^2} \vec{n} = M_T \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G \frac{M_S}{r^2} \vec{n}$
نفس الحامل ونفس الاتجاه إذن \vec{a} ناظمي $a_T = 0$ أي أن $a_T = Cte$ إذن v حركة دائرية منتظمة

السرعة المدارية: $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G M_S}}$ // **دور الكوكب حول الشمس:** $a = a_n = G \frac{M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$

الملاحظات	العدد	السرعة المدارية	الحالات
كتلة الشمس M_S	$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_S} \cdot r^3$	$v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_S}{r}}$	في حالة كوكب يدور حول الشمس (S)
البعد بين الكوكب و مركز الشمس r			
كتلة الأرض M_T	$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_T} \cdot r^3 = \frac{4\pi^2}{G M_T} \cdot (R_T + h)^3$	$v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$	في حالة قمر اصطناعي يدور حول الأرض (T)
نصف قطر الأرض R_T			
بعد القمر عن سطح الأرض h			

ملاحظة: إن كتلة الكواكب والأقمار لا تؤثر على السرعة المدارية والدور.

✦ وحدة ثابت الجذب العام وتطبيقه العملي

من عبارة قوة الجذب العام يمكن كتابتها $G = F \frac{r^2}{m \cdot M}$ و حسب التحليل البعدي للقانون الثاني نيوتن $F = a \cdot m \rightarrow [F] = [a] \cdot [m]$

$$[G] = \frac{[F] \cdot [r^2]}{[m] \cdot [M]} = \frac{[a] \cdot [m] \cdot [r^2]}{[m] \cdot [M]} = \frac{[a] \cdot [r^2]}{[M]} = \frac{\frac{m}{s^2} \cdot m^2}{Kg} = \frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$$

ملخص الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

المعادلات الرئيسية

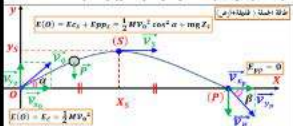
المعادلة الزمنية للسرعة	المعادلة الزمنية للمسافة
$v(t) = g \cdot t + c_1$	$z(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + c_2$
من الشروط الابتدائية v_0	من الشروط الابتدائية z_0
$v(t) = g \cdot t + v_0$	$z(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + z_0$

تجسيدات القانون الثاني للحركة

حركة المقذوف في حقل الجاذبية الأرضية

- المقذوف في جسم يقذف من نقطة بسرعة ابتدائية ينعج شعاعها مع المستوى الأفقي الذي قلقت منه نقطة $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

- يقذف جسم بسرعة ابتدائية v_0 كما هو موضح في الشكل. نأخذ ممثلا $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بحيث يكون موازيا في المستوى (XOY) .



الشروط الابتدائية	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$
$v_{x0} = v_0 \cos \alpha$	$v_{y0} = v_0 \sin \alpha$	$t = 0$

- المحطة القوسية: الجسم المقذوف (كرة).
- مرجع الدراسة: سطح أرضي حده أفقي.
- القوى الخارجية المؤثرة على المحطة: الثقل \vec{P} .
- تطبيق القانون الثاني لنيتون $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_C$
- $\vec{P} = m\vec{a}_C$
- تحليل العلاقة الشعاعية (بالإسقاط) على المحور (OX)
- تحليل العلاقة الشعاعية (بالإسقاط) على المحور (Oy)

شعاع السرعة الشعاعية	شعاع الوضع (الفصلية)	شعاع التسارع
$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t & (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t & (2) \end{cases}$	$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$

من (1) نجد $t = \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha}$

نعوض المعادلة بالتعويض في (2) نجد $y(t) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)$

من (2) نجد $y(t) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2(t) + \tan \alpha x(t)$

في معلم غاليلي بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد:

$$\sum F = m \cdot \vec{a} \Rightarrow P + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور OZ الموجه نحو الأسفل نجد:

$$mg - \rho_{air} \cdot V \cdot g - K \cdot v = m \cdot a$$

$$mg - \rho_{air} \cdot V \cdot g - K \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = \frac{g}{m} (m - \rho_{air} \cdot V)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = g \left(1 - \frac{\rho_{air} \cdot V}{m}\right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$$

$$v(t) = \frac{mg}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right) \left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right)$$

معادلة تفاضلية حلها من الشكل: $\tau = \frac{K}{m}$ و $v_L = \frac{mg}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$ بحيث:

-1 من أجل $f = K \cdot v^2$ المعادلة التفاضلية للسرعة وعبارة v_L السرعة الجديدة

$$v_L = \sqrt{\frac{mg}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)} \quad // \quad \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v^2 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$$

نموذج الإسقاط الجدي

تعريف الإسقاط الجدي: حركة كل جسم يخضع لتقلبه فقط تسمى سقوطا حرا.

القوى الجدي: قوة الثقل \vec{P} بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور OZ الموجه نحو الأسفل نجد:

$$m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow g = a$$

حركة مركز عطالة الجسم حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.