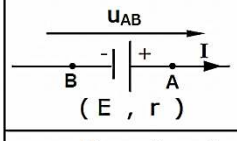
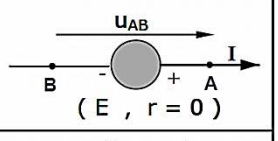
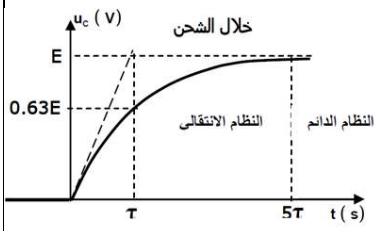
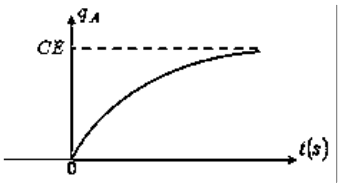
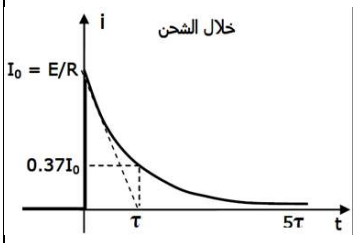
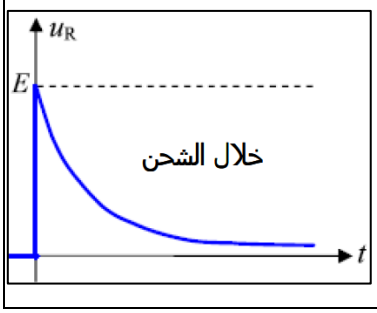
1- علاقات اساسية:

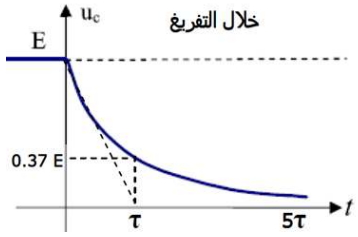
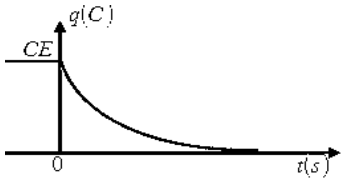
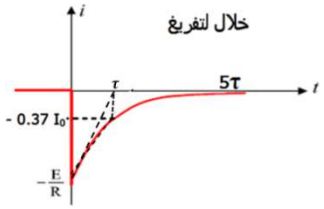
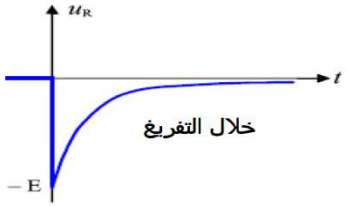
	
$U_{AB} = E$ مـــولد مثالي	$U_{AB} = E - r\,I$ مـــــــولد

الشحنة	$q = u_C C$	الربط على التوازي	$C = C_1 + C_2 + C_3$
التيار: حالة مولد توتر	$i = \frac{dq}{dt}$	سعة المكثفة:	$C = \varepsilon \frac{S}{d}$
التيار: حالة مولد تيار	$i = \frac{q}{t}$	قانون اوم للناقل الاومي:	$u_R = Ri$
الربط على التسلسل	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	ثابت الزمن :	$\tau = RC$

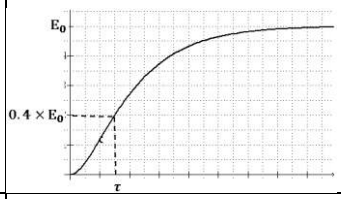
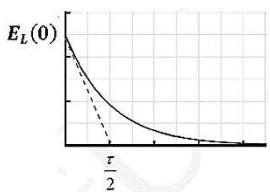
2- المعادلات التفاضلية خلال الشحن:

المقدار	المعادلة التفاضلية	حلها	البيان
u_C	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow Ri + u_C = E$ $\Rightarrow R\frac{dq}{dt} + u_C = E$ $\Rightarrow R\frac{d(u_C C)}{dt} + u_C = E$ $\Rightarrow RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$	$u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	
q	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow Ri + u_C = E$ $\Rightarrow R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$ $\Rightarrow RC\frac{dq}{dt} + q = EC$	$q = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ $q = EC\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$	
i	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow Ri + \frac{q}{C} = E$ $\Rightarrow \frac{Rdi}{dt} + \frac{dq}{Cdt} = 0$ $\Rightarrow \frac{Rdi}{dt} + \frac{i}{C} = 0$ $\Rightarrow RC\frac{di}{dt} + i = 0$	$i = i_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$ $i = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$	
u_R	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow u_R + \frac{q}{C} = E$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{dq}{Cdt} = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$	$u_R = E\, e^{-\frac{t}{RC}}$	

3- المعادلات التفاضلية خلال التفريغ:

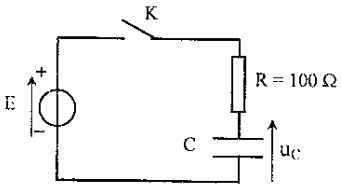
المقدار	المعادلة التفاضلية	حلها	البيان
u_C	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow Ri + u_C = 0$ $\Rightarrow R\frac{dq}{dt} + u_C = 0$ $\Rightarrow R\frac{d(u_C C)}{dt} + u_C = 0$ $\Rightarrow RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$	$u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$	
q	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow Ri + u_C = 0$ $\Rightarrow R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow RC\frac{dq}{dt} + q = 0$	$q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $q = ECe^{-\frac{t}{\tau}}$	
i	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow Ri + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow \frac{Rdi}{dt} + \frac{dq}{Cdt} = 0$ $\Rightarrow \frac{Rdi}{dt} + \frac{i}{C} = 0$ $\Rightarrow RC\frac{di}{dt} + i = 0$	$i = -\frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$ $i = -i_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$	
u_R	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow u_R + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{dq}{Cdt} = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$	$u_R = -E\, e^{-\frac{t}{RC}}$	

4- الطاقة المخزنة في المكثفة:

خلال الشحن:	$E_{(C)} = \frac{1}{2}qu_C$ $E_c(t) = \frac{1}{2}Cu_C{}^2 = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$ $E_{max} = \frac{1}{2}CE^2$		$t_{\frac{1}{2}} = \tau\, ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$
خلال التفريغ:	$E_c(t) = \frac{1}{2}Cu_C{}^2 = \frac{1}{2}CE^2e^{-\frac{2t}{\tau}}$		$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2}\ln 2$

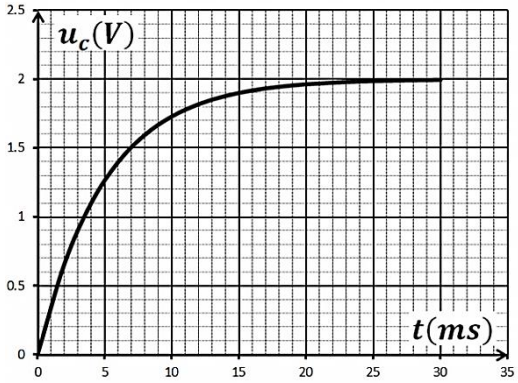
التمرين 1: بكالوريا علوم تجريبية 2015

نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة بالشكل حيث المولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E . يسمح جهاز اعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة بمتابعة التطور الزمني للتوتر الكهربائي المطبق بين طرفي المكثفة .



المكثفة في البداية فارغة. عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K ونباشر عملية المتابعة، فيعطي الحاسوب المنحنى البياني $u_c(t) = f(t)$ المبين في الشكل:

1- في غياب الحاسوب، ما هو الجهاز البديل الممكن استخدامه للقيام بعملية المتابعة؟



2- أعد رسم المخطط الدارة وبين عليها طريقة توصيل هذا الجهاز بالدارة لمتابعة تطور التوتر الكهربائي $u_c(t)$.

3- بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_c(t)$.

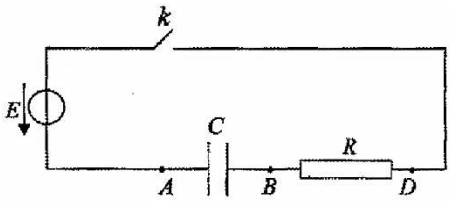
4- تحقق أن العبارة: $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية .

5- بين ان $u_c(\tau) = 0.63E$ ، ثم حدد بيانيا قيمة كلا من E و τ .

6- استنتج سعة المكثفة C.

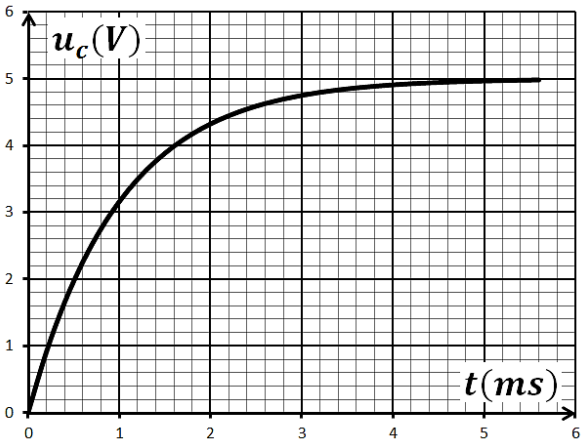
التمرين 2:

نحقق دارة كهربائية كما في الشكل تتكون من :



- ناقل اومي مقاومته $R = 100\Omega$. – قاطعة – مكثفة سعتها C.
- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 5V$.

نوصل الدارة بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة فتحصلنا على المنحنى البياني كما في الشكل:



1- ما هي شحنة كل من اللبوسين A و B .

2- بين كيفية توصيل راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على البيان.

3- اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة u_c.

4- حل هذه المعادلة من الشكل: $u_c = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث B ، A و τ ثوابت يطلب تعيين عبارتها.

5- عرف ثابت الزمن τ وعين قيمته، استنتج سعة المكثفة C .

6- احسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن.

7- بواسطة تجهيز مناسب نغير من المسافة التي تفصل بين لبوسي المكثفة .

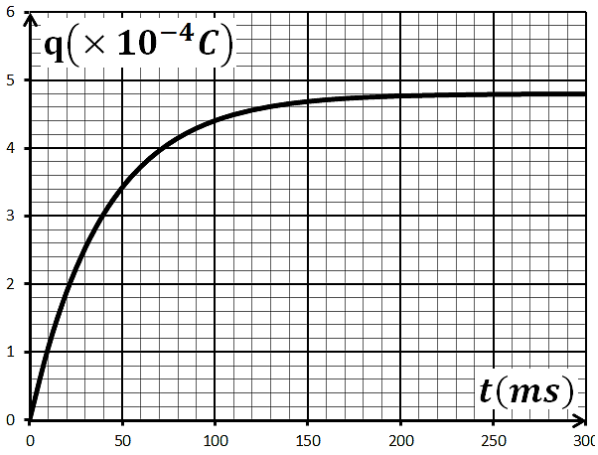
أ- من بين العبارات التالية اختر العبارة التي تعبر عن سعة المكثفة: $C = \frac{S}{\varepsilon\, d}$, $C = \varepsilon\frac{S}{d}$, $C = \varepsilon\frac{d}{S}$

حيث: S مساحة سطح اللبوس، d المسافة بين اللبوسين، ε ثابت يميز العازل.

ب – ارسم كيفيا مع المنحنى السابق البيان الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز في حالة تقريب اللبوسين بمقدار النصف.

التمرين 3: بكالوريا علوم تجريبية 2013

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E, ناقل اومي مقاومته $R = 1k\Omega$ ومكتفة سعتها C وقاطعة K . نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.



1- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيها بالنسبة لشدة التيار والتوتر الكهربائيين .

2- جد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q(t)$ خلال شحن المكتفة .

3- حل المعادلة السابقة يعطى بالشكل: $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$

- جد عبارة كلا من : A , B و α .

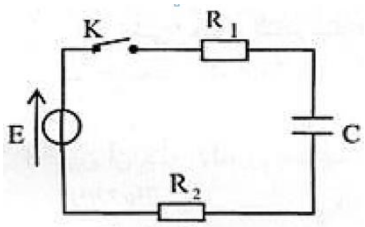
4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكتفة q(t) بدلالة الزمن t :

أ- استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن , ثم احسب سعة المكتفة .

ب- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

ج- احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكتفة في اللحظة : $t = 200ms$.

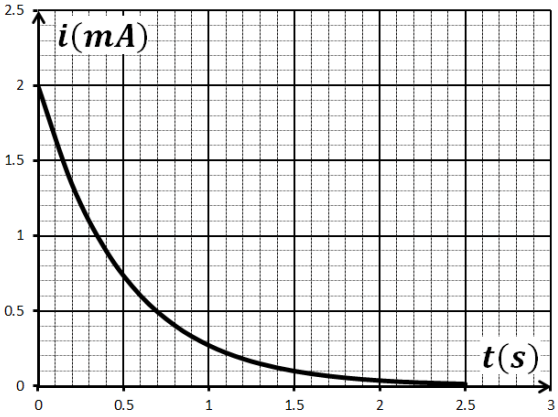
التمرين 4: باك رياضيات 2016



تتميز المكتفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وامكانية استغلالها عند الحاجة. لدراسة هذه الخاصية نربط مكتفة غير مشحونة سعتها C على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

مولد كهربائي للتوتر الثابت E ، قاطعة K وناقلين اوميين مقاومتيهما: $R_1 = 1k\Omega$ و $R_2 = 4k\Omega$. نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$:

1- أ- أعط تفسيرا مجهريا للظاهرة التي تحدث في المكتفة.



ب – بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

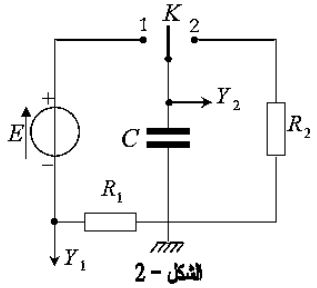
جـ – للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $i(t) = \alpha e^{-\beta t}$ ، جد عبارتي الثابتين α و β بدلالة R_1 ، R_2 ، C ، E .

2- بواسطة لاقط شدة التيار الكهربائي موصول بالدارة وبواجهة دخول لجهز الاعلام الالي نحصل على منحنى تطور الشدة $i(t)$ لتيار الكهربائي.

3- اعتمادا على البيان اوجد قيمة كلا من : ثابت الزمن τ للدارة ، سعة المكتفة C ، التوتر الكهربائي E .

4- اعط العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكتفة $E_c(t)$ واحسب قيمتها العظمى .

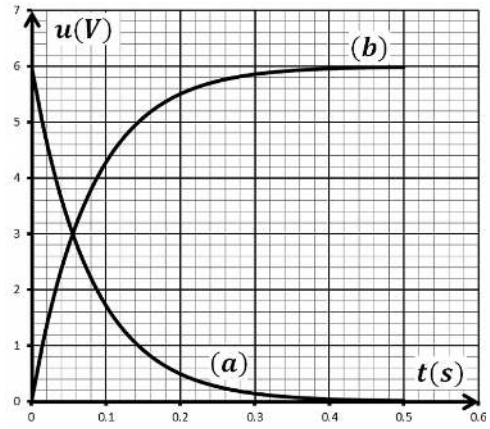
التمرين 5: بكالوريا علوم 2014



الشكل – 2

تتكون الدارة الكهربائية في الشكل المقابل من مولد كهربائي E , مكتفة سعتها C , ناقلين اوميين مقاومتهما: $R_1 = 1K\Omega$ و $R_2 = 2K\Omega$ و بادلة K . توصل الدارة براسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين Y_1 و Y_2 .

1- نضع البادلة K في الوضع 1 , ماذا يمثل المنحنيان المشاهدان بالمدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي؟



2- يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيان (a) و (b) .

أ- ما هو المنحنى المعطى بالمدخل Y_1 ؟ برر اجابتك.

- اكتب المعادلة التفاضلية الموافقة لتطور المقدار الفيزيائي الذي يمثله هذا المنحنى .

ب- حدد قيمة ثابت الزمن τ_1 للدارة .

3- حدد قيمة كلا من E و C .

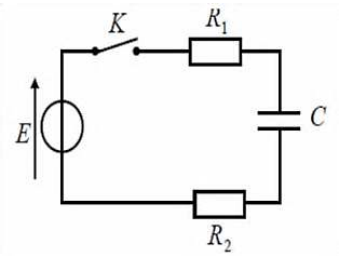
4- احسب شدة التيار $i(t)$ في اللحظة $t = 0$ وفي اللحظة $t \geq 0.6s$.

5- بعد نهاية شحن المكثفة نضع البادلة في الوضع 2 في لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة .

أ- احسب قيمة τ_2 للدارة في هذه الحالة وقارنها بـــ τ_1 , ماذا تستنتج ؟

ب-احسب قيمة الطاقة الكهربائية المحولة في الناقل الاومي R_2 بفعل جول في اللحظة $t = \tau_2$.

التمرين 6:

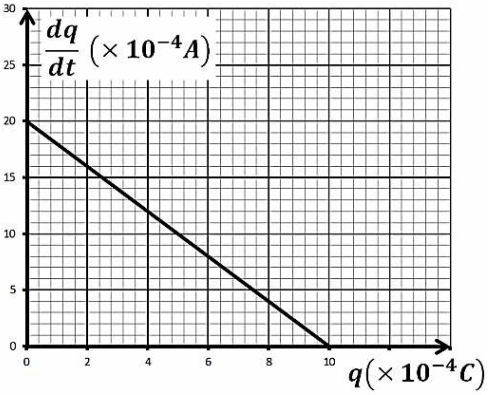


الشكل المقابل يمثل دارة كهربائية مكونة من العناصر التالية: مولد ذو توتر ثابت E , مكثفة سعتها C . ناقلان أوميان مقاومتهما $R_1 = 1k\Omega$ ، $R_2 = 4k\Omega$, القاطعة K .

1- حدد جهة التيار الكهربائي والتوترات على الدارة .

2- حدد جهة حاملات الشحنة مبينا طبيعتها.

3- اذكر ثلاث اجهزة تمكننا من قياس التوترات في الدارة .



4- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من الشكل: $\frac{dq}{dt} + \alpha q + \beta = 0$

- استنتج عبارة كل من α, β.

5- بالتحليل البعدي حدد وحدة ثابت الزمن τ :

- باستعمال عبارة τ .
- باستعمال المعادلة التفاضلية.

6- الشكل يمثل تغيرات $\frac{dq}{dt}$ بدلالة، بالاعتماد عليه أوجد كل من :

أ- ثابت الزمن τ .

ب- سعة المكثفة C

جـــ- التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .

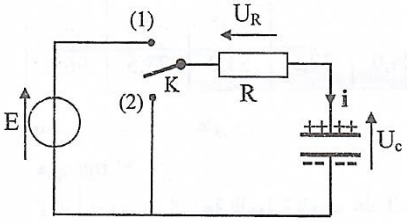
7- أ- اكتب عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

ب – احسب E_0 الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة.

ج- حدد بدلالة τ الزمن الذي تصبح فيه الطاقة المخزنة في المكثفة: $\frac{E_0}{2}$ ثم احسب قيمته.

د- توقع شكل كيفي للطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.

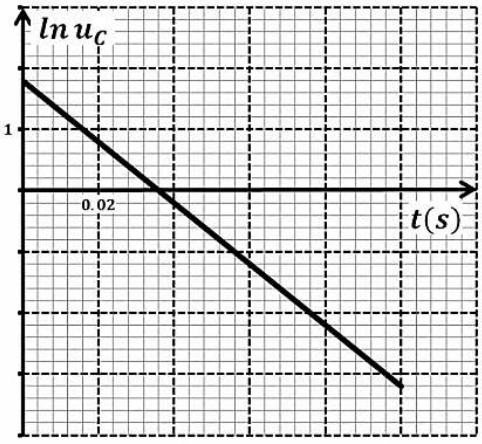
التمرين 7: باك علوم تجريبية 2016



لغرض دراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل.

تتكون هذه الدارة من مولد للتوتر الثابت E ، ناقل اومي مقاومته $R = 10k\Omega$ ، مكثفة سعتها C وبادلة K .

نضع البادلة في الوضع (1) الى غاية بلوغ النظام الدائم ، ثم نغير البادلة الى الوضع (2) في اللحظة $t = 0$.



1- ما هي اشارة التيار الكهربائي المبين في الشكل؟ علل.

2- بين ان المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة تعطى بالشكل: $u_C + \frac{1}{\alpha} \times \frac{du_C}{dt} = 0$.

3- اذا كان حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_C = Ae^{-\alpha t}$ ، أوجد عبارتي الثابتين A و α بدلالة R ، C و E .

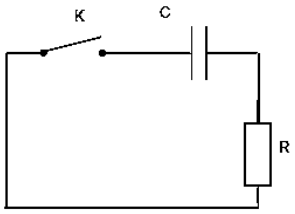
4- يمثل الشكل تغيرات $ln\,u_C$ بدلالة الزمن t .

أ- استنتج بيانيا عبارة الدالة $ln\,u_C = f(t)$.

ب- بالمطابقة بين العلاقة النظرية الموافقة للمنحنى، استنتج قيم كلا من α ، C و E .

5- احسب الطاقة المحولة الى الناقل الاومي عند الحظة $t = 2.5\tau$ ، ماذا تستنتج ؟

التمرين 8 : بكالوريا رياضيات 2013



مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر ثابت : $E = 12V$. لمعرفة سعتها C نحقق الدارة الكهربائية حيث : $R = 1k\Omega$.

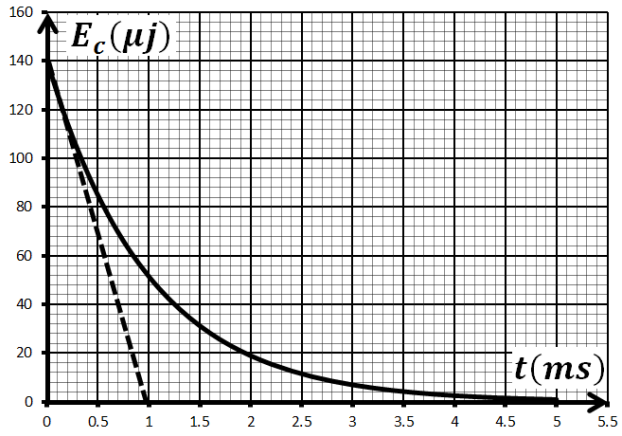
1- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$.

ب- حل المعادلة السابقة يعطى من الشكل $u_C(t) = Ae^{\alpha t}$, حيث A و α ثابتان يطلب تعيين عبارتهما .

2- اكتب العبارة اللحظية $E_C(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة .

3- الشكل يمثل تطور $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .



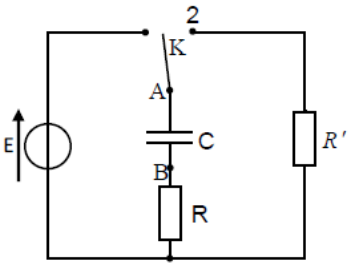
أ- استنتج قيمة $E_C(0)$ الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة.

ب- بين أن المماس للمنحنى في اللحظة $t = 0ms$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$

ج- احسب τ ثابت الزمن، ثم استنتج سعة المكثفة C .

4- اثبت ان زمن تناقص الطاقة للنصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$.

التمرين 9: بكالوريا رياضيات 2009



نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز:

*مكثفة سعتها C غير مشحونة. * ناقلين اوميين مقاومتهما $R = R` = 470\Omega$.

* مولد ذي توتر ثابت E . * بادلة K . * اسلاك توصيل.

1- نضع البادلة في الوضع $-1-$ في اللحظة $t = 0$:

أ- بين على الشكل جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين u_c و u_R .

ب- عبر عن u_c و u_R بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

ج- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل $q_A = A(1 - e^{-\alpha t})$ ، عبر عن A و α بدلالة C، R و E .

د- إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $5V$ ، استنتج قيمة E .

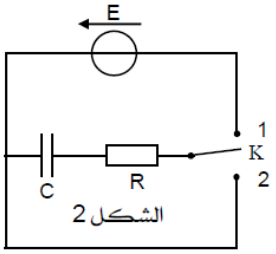
ه- عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة قدرها $E_C = 5mJ$. استنتج قيمة سعة المكثفة C .

2- نجعل البادلة في الوضع $-2-$:

أ- ماذا يحدث للمكثفة؟

ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين $-1-$ و $-2-$ للبادلة K .

التمرين 10: بكالوريا رياضيات 2010



الشكل 2

بغرض شحن مكثفة فارغة سعتها C , نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 5V$ ومقاومته الداخلية مهملة.
- اقل اومي مقاومته $R = 120\Omega$ – بادلة K .

لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن , نوصل مقياس فولط متر رقمي بين طرفي المكثفة وفي اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع $-1-$, بالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولط متر الرقمي لمدة معينة , وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية:

$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$u_C(V)$	0	1	2	3.3	3.8	4.1	4.5	4.8	4.9	5	5	5

1- أ- رسم البيان $u_C = f(t)$.

ب – عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC واستنتج قيمة السعة C للمكثفة.

2- كيف تتغير قيمة ثابت الزمن في الحالتين:

- الحالة – أ- من اجل مكثفة سعتها $C`$ حيث $C` > C$ و $R = 120\Omega$.
- الحالة – ب- من اجل $C`` = C$ حيث $R` < 120\Omega$.

- ارسم كيفيا في نفس المعلم المنحنيين $-1-$ و $-2-$ المعبرين عن u_C في الحالتين – أ- و –ب- السابقتين.

3- أ- بين ان المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعبارة: $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$

ب–يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q_A = Ae^{\alpha t} + \beta$ حيث A ، β و α ثوابت يطلب تعيينها.

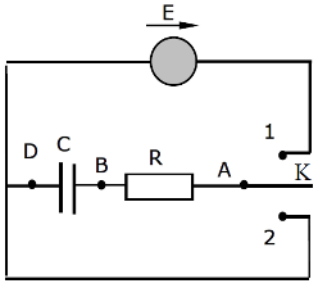
4- المكثفة مشحونة، نضع البادلة في الوضع –2– في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة.

أ- احسب في اللحظة $t = 0$ الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة.

ب- ما هو الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$.

التمرين 11: باك علوم تجريبية 2016

تتألف الدارة الكهربائية المبينة في الشكل من مكثفة فارغة سعتها $C = 100nF$ ، ناقل اومي مقاومته $R = 10k\Omega$ ، مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 5V$ وبادلة K .



I. نضع البادلة في الوضع (1) بغية شحن المكثفة .

1- بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ومثل بسهم كلا من التوترين الكهربائيين u_{AB} و u_{BD} .

2- باستعمال قانون جمع التوترات الكهربائية ، جد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_{BD}(t)$ بين طرفي المكثفة .

3- المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_{BD}(t) = E + Ae^{-bt}$. جد عبارة كل من الثابتين A و b .

4- اعط عبارة ثابت الزمن للدارة المدروسة ، ماذا يمثل عمليا ؟ احسب قيمته .

5- بين على الشكل كيفية ربط راسم اهتزاز مهبطي لمشاهدة تطور التوتر $u_{BD}(t)$ ، ثم مثل شكلا تقريبيا لـــ $u_{BD} = f(t)$.

II. بعد شحن المكثفة كليا نضع البادلة في الوضع (2) .

1- احسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في بداية التفريغ وعلى أي شكل تستهلك في الدارة ؟

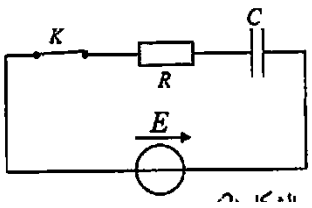
2- بعد تفريغ المكثفة كليا ، نربط معها مكثفة اخرى سعتها C' ثم نعيد البادلة في الوضع (1) .

أ- كيف يجب ربطها مع المكثفة السابقة حتى تكون قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في مجموع المكثفتين عند نهاية الشحن $3.75 \times 10^{-6} joules$ ؟ برر اجابتك .

ب – ما هي قيمة سعتها C' ؟ $1nF = 10^{-9}F$

التمرين 12: بكالوريا رياضيات 2015

تستعمل المكثفات في عدة تراكيب كهربائية ذات فائدة علمية في الحياة اليومية.



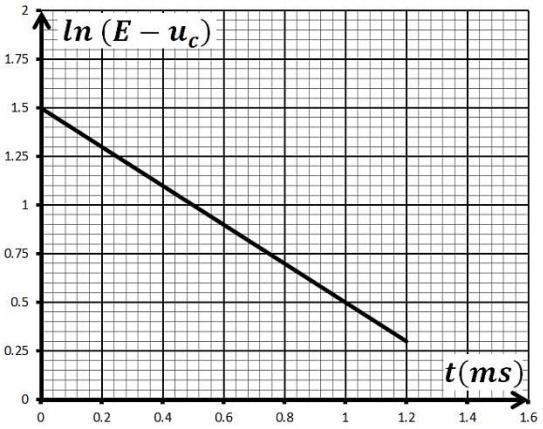
بغرض حساب سعة مكثفة غير مشحونة مسبقا، نحقق التركيب الموضح بالشكل حيث $R = 100\ \Omega$ والمولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E.

1- أعد رسم الدارة موضحا عليها التوترات بأسهم وجهة التيار الكهربائي.

2- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

3- بين ان العبارة $u_C(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هي حلا للمعادلة التفاضلية ، حيث A و τ ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

4- بين ان $ln(E-u_C)=-\frac{1}{\tau}t+ln\,E$.



5- بيان الشكل يمثل تغيرات $ln(E-u_C)$ بدلالة الزمن . استنتج من البيان:

أ- قيمة القوة المحركة الكهربائية E .

ب- قيمة ثابت الزمن τ وسعة المكثفة C.

6- أ- تكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$.

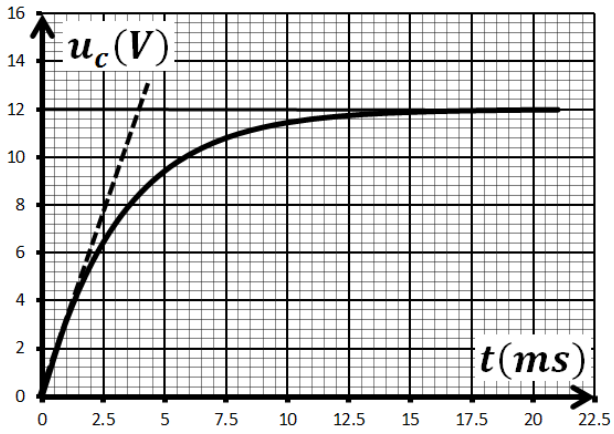
ب – نرمز بـــ $E_C(\tau)$ للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=\tau$ وبـــ $E_C(\infty)$ للطاقة العظمى.

- احسب النسبة $\frac{E_C(\tau)}{E_C(\infty)}$.

7- كيف يتم ربط مكثفة سعتها C' مع المكثفة السابقة بحيث يأخذ ثابت الزمن القيمة $\tau'=\frac{\tau}{4}$ ؟ احسب قيمة C'.

التمرين 13: باك علوم تجريبية 2016

نريد دراسة تأثير مقاومة ناقل اومي على تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة $u_c(t)$ ، باستخدام راسم اهتزاز بذاكرة . من اجل ذلك نحقق دارة كهربائية تتألف من العناصر التالية مربوطة على التسلسل: مكثفة فارغة سعتها C قيمتها مجهولة ، ناقل اومي مقاومته متغيرة R ، مولد ذي توتر ثابت E ، قاطعة K .

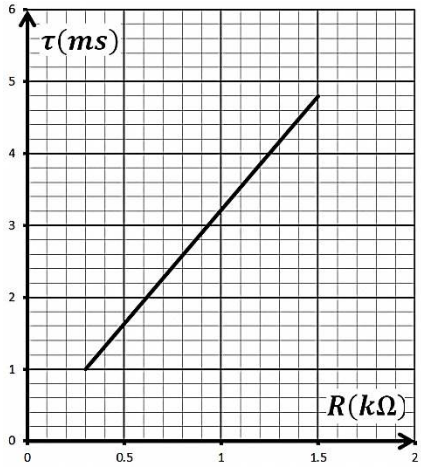


1- ارسم مخطط الدارة موضحا كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمتابعة تطور التوتر بين طرفي كل من : المكثفة والمولد .

2- نغلق القاطعة K في اللحظة $t=0$. من اجل قيمة معينة لمقاومة الناقل الاومي $R=R_1$ ، يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحنيين الموضحين في الشكل المقابل :

أ- جد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة .

ب- المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل : $u_c(t)=A(1-e^{-Bt})$. جد عبارة كلا من : A و B واحسب قيمتيهما بالاستعانة ببيان الشكل-3.



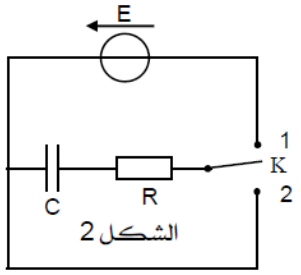
ج- انقل الشكل الى ورقة الاجابة ومثل عليه كيفيا $u_c=f(t)$ من اجل $R>R_1$.

3- نغير من قيمة R مقاومة الناقل الاومي ونحسب ثابت الزمن τ الموافق ، باستخدام برمجية مناسبة حصلنا على المنحنى البياني الموضح في الشكل المقابل .

أ- بالاعتماد على منحنيي الشكلين ، استنتج سعة المكثفة C و R_1 مقاومة الناقل الاومي.

ب- في الحقيقة المكثفة السابقة مكافئة لمكثفتين سعتيهما $C_1=1\mu F$ و C_2 مجهولة القيمة مربوطتين ربطا مجهولا . بين كيفية الربط واستنتج قيمة C_2 .

التمرين 14:



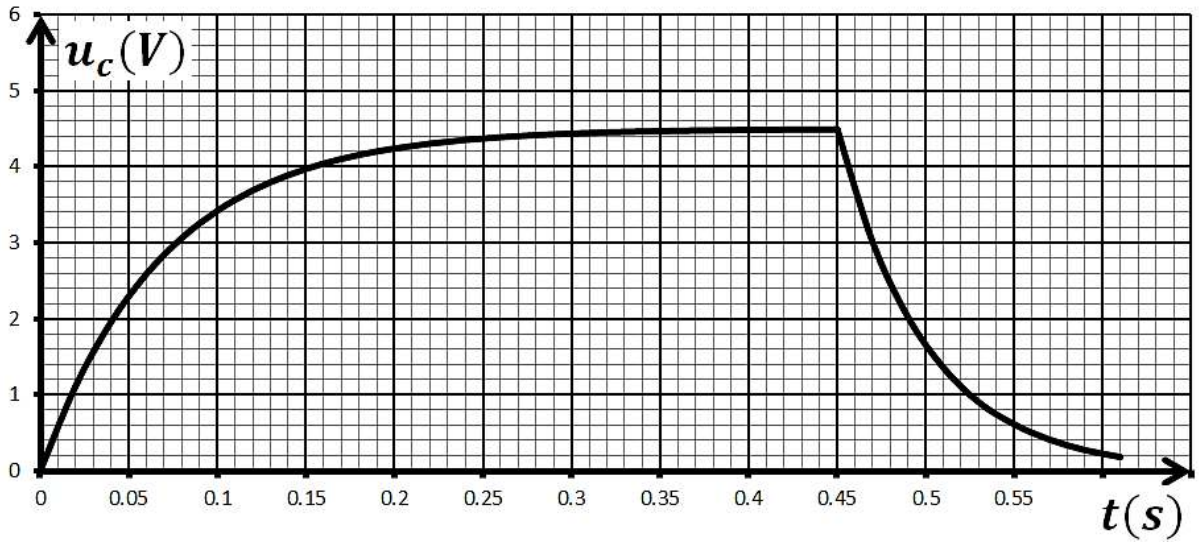
الشكل 2

بهدف تحديد المقاومة الداخلية لعمود كهربائي نحقق الدارة الكهربائية المكونة من:

– عمود كهربائي قوته المحركة $E = 4.5V$ ومقاومته الداخلية r .

– ناقل اومي: R . – مكثفة سعتها: $C = 0.01F$. – بادلة K .

في البداية المكثفة غير مشحونة في اللحظة $t = 0$ البادلة في الوضع 1 ثم في اللحظة $t = 0.45s$ تصبح في الوضع 2 , بواسطة جهاز $ExAo$ تمكنا من الحصول على منحنى التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .



i. دراسة عملية الشحن:

1- ما هو الجهاز الاخر الذي يسمح بالحصول على المنحنى السابق وكيف يتم توصيله ؟

2- اوجد المعادلة التفاضلية للتوتر u_c .

3- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة: $u_c = \frac{A}{B}(1 - e^{-Bt})$, أوجد عبارة كلا من A و B .

4- عرف ثابت الزمن τ وحدد وحدته بطريقتين.

5- ما هي الطرق الاربعة التي تمكن من حساب ثابت الزمن τ واختر واحدة منها لتحديد قيمته ؟

6- احسب الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة E_{c_0} .

ii. دراسة عملية التفريغ:

1- احسب τ' ثابت الزمن في حالة التفريغ.

2- أثبت أن قيمة المقاومة الداخلية للعمود تعطى بالعلاقة: $r = \frac{\tau - \tau'}{C}$ ثم احسب قيمتها.

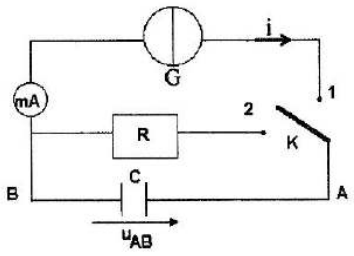
3- احسب قيمة R , لماذا استعملنا ناقل اومي ذو مقاومة صغيرة في الدارة ؟

4- عبارة التوتر بين طرفي المكثفة هي: $u_c = Ee^{-\frac{t-0.45}{\tau'}}$ ، بين ان E_R عبارة الطاقة المحولة الى الناقل الاومي في لحظة ما هي :

$$E_R = E_{c_0}\left(1 - e^{-\frac{2(t-0.45)}{\tau'}}\right)$$

- احسب الطاقة المحولة الى الناقل الاومي في اللحظة $t = 0.5s$.

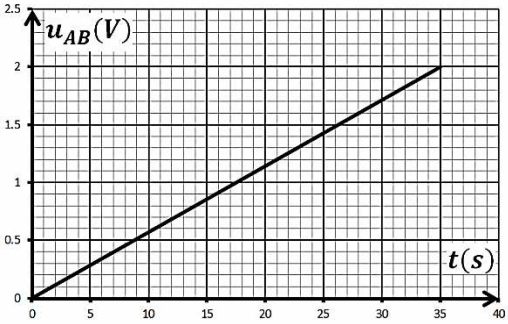
التمرين 15: بكالوريا 2012 –تقني رياضي



اقترح استاذ على تلامذته تعين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين :

- الطريقة الاولى : شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت .
- الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل اومي .

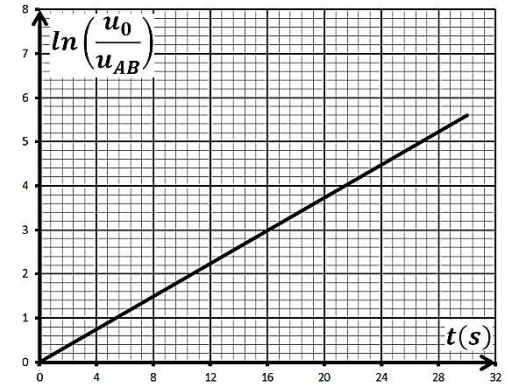
لهذا الغرض نحقق التركيب المقابل :



1- المكثفة في البداية فارغة. نضع في اللحظة $t = 0s$ البادلة في الوضع (1) فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا $i = 0.31mA$ وبواسطة جهاز $ExAO$ تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t .

أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة وسعة المكثفة C والزمن t

ب- جد قيمة سعة المكثفة C .

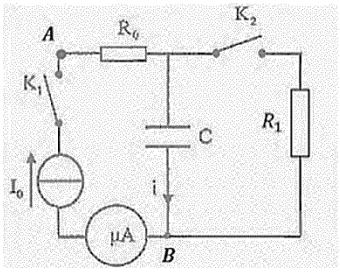


1- عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساويا الى القيمة $U_0 = 1.6V$ نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0s$ يتم تفريغ المكثفة في ناقل اومي مقاومته $R = 1K\Omega$.

أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} . علما أن حلها $u_{AB} = U_0\, e^{\frac{-t}{\tau}}$.

ب- أثناء التفريغ سمح جهاز $ExAO$ من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t. بواسطة برمجية مناسبة تمكنا من الحصول على المنحنى البياني المقابل: جد قيمة ثابت الزمن τ ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C.

التمرين 16:

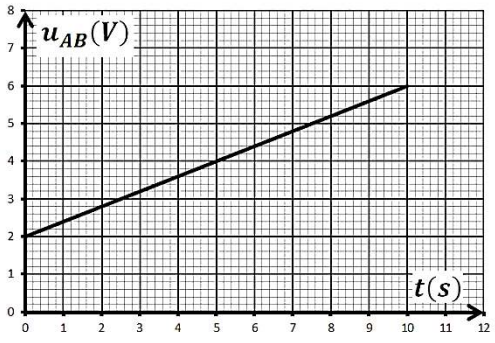


نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز:

*مكثفة سعتها C غير مشحونة. * ناقلين اوميين R_0 و R_1

* مولد يعطي تيارا ثابتا $I_0 = 4\mu A$. * قاطعة K_1 و K_2.

*اسلاك توصيل، أمبير متر.



1- القاطعة K_2 مفتوحة، في لحظة نعتبرها $t = 0$ نغلق القاطعة K_1 ، بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة نتابع التوتر الكهربائي فنحصل على البيان المقابل:

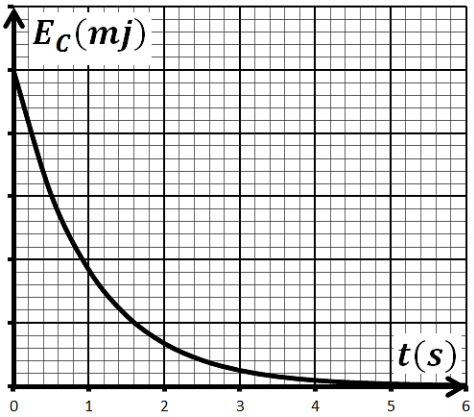
اعتمادا على البيان حدد قيمة:

أ- قيمة مقاومة الناقل الاومي R_0 .

ب- سعة المكثفة .

جـ- ما هي قيمة التوتر الذي يسجله راسم الاهتزاز المهبطي عندما يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة $u_0 = 10V$.

2- عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة $u_0 = 10V$ نفتح القاطعة K_1 ثم نغلق K_2 .



أ- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

ب- تأكد ان العبارة $u_C(t) = u_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$ حلا للمعادلة التفاضلية.

ج- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة.

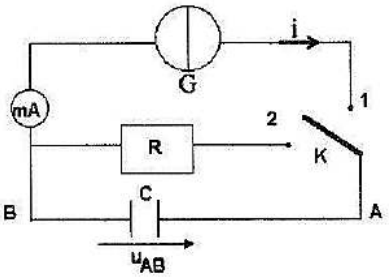
د- البيان يمثل تغيرات الطاقة المخزنة بدلالة الزمن:

- حدد من البيان ثابت الزمن τ ثم استنتج قيمة R_1 .
- البيان ينقصه سلم الرسم، عينه مع التعليل.

هـ- احسب الطاقة المستهلكة من طرف R_1 عند اللحظة $t = 0.05s$ حسابيا وبيانيا.

التمرين 17:

في حصة الاعمال المخبرية , اقترح الاستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثل في الشكل لدراسة ثنائي القطب RC .

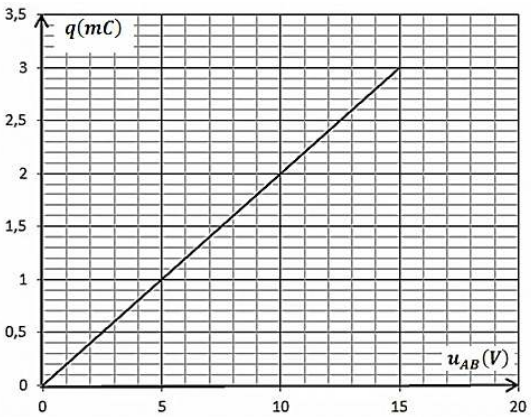


تتكون الدارة من العناصر التالية:

* مولد يعطي تيارا ثابتا $i = 0.15mA$. * مكثفة غير مشحونة سعتها C .

* ناقل اومي مقاومته $R = 1k\Omega$. * بادلة K .

i. نجعل البادلة في الوضع -1 ، البيان المقابل يمثل تغيرات الشحنة المخزنة في المكثفة بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفيها.



أ- احسب سعة المكثفة C .

ب- احسب مدة شحن المكثفة علما أن التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية عملية الشحن $u_0 = 15V$.

ii. عند نهاية عملية الشحن نضع البادلة في الوضع -2 :

1- كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB} ؟

2- بين ان المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها : $(R_1 + R_2)C\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$.

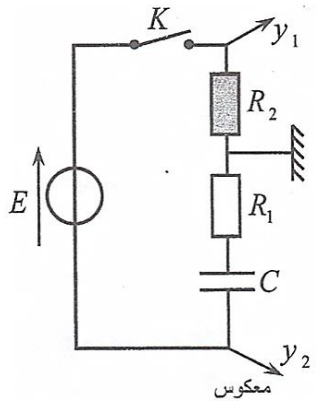
3- حل المعادلة التفاضلية هو: $u_{AB} = \alpha e^{\beta t}$ ، أوجد عبارة كلا من α و β .

4- أعط عبارة τ الثابت المميز للدارة , وبين أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات ثم احسب قيمته.

5- نريد أن يصبح زمن التفريغ ضعف قيمته، لذلك نربط مكثفة ثانية مع المكثفة السابقة.

- هل يتم ربط المكثفة على التسلسل أو التوازي ؟
- احسب سعة المكثفة الثانية .

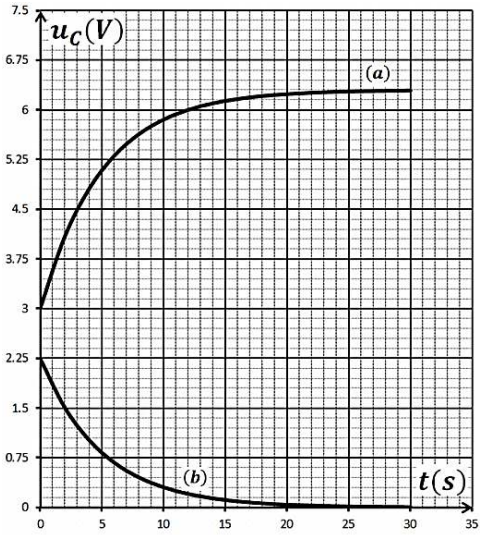
التمرين 18: باك علوم تجريبية 2016 بتصرف



نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل والمؤلفة من:

- مولد كهربائي للتوتر الثابت E .
- مكثفة غير مشحونة سعتها C .
- ناقلين اوميين مقاومتيهما : $R_1 = 1k\Omega$ ، R_2 غير معلومة .
- قاطعة كهربائية K .

نوصل الدارة الكهربائية براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة كما هو موضح على الشكل ثم نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ ، فنشاهد على الشاشة المنحنيين (a) و (b) .



1- ارفق لكل منحنى المدخل الموافق له مع التعليل.

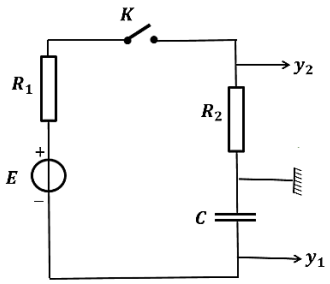
2- اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_c بين طرفي المكثفة.

3- باستعمال قانون جمع التوترات أوجد عبارة الشدة I_0 للتيار الاعظمي المار في الدارة .

4- استنتج عند اللحظة $t = 0$ عبارة التوتر بين طرفي الناقل الاومي R_2 بدلالة E ، R_1 و R_2 اعتمادا على البيانين، استنتج قيمة كلا من E ، I_0 ، R_2 و C .

5- احسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن.

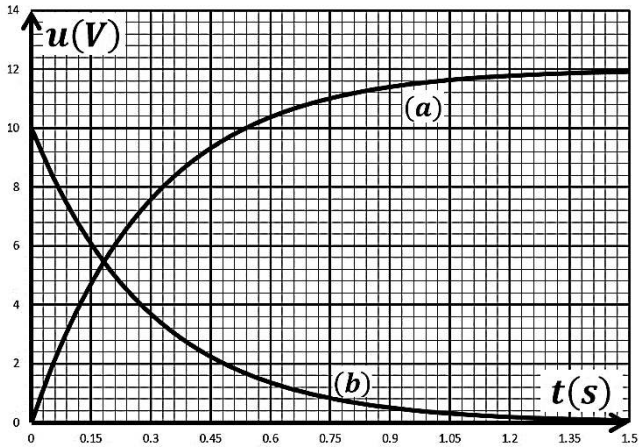
التمرين 19:



نحقق الدارة الكهربائية كما في الشكل المكونة من:

- مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقلين اوميين: $R_2 = 500\Omega$ ، R_1 مجهولة .
- مكثفة سعتها C . – قاطعة K

في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على البيانين في الشكل:



1- أ– وضح على الدارة جهة التوترات وجهة التيار الكهربائي المار بها.

ب– حدد لكل منحنى التوتر الكهربائي الموافق له مع التعليل.

2- بتطبيق قانون جمع التوترات اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u_{R_2} بين طرفي R_2 .

3- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل: $u_{R_2} = Ae^{-Bt}$ حيث A و B ثوابت يطلب ايجاد عبارتها بدلالة: R_1 ، R_2 ، C و E .

4- عرف ثابت الزمن τ ثم عين قيمته بيانيا.

5- بالاستعانة بالبيانين حدد كلا من: R_1 ، E و C .

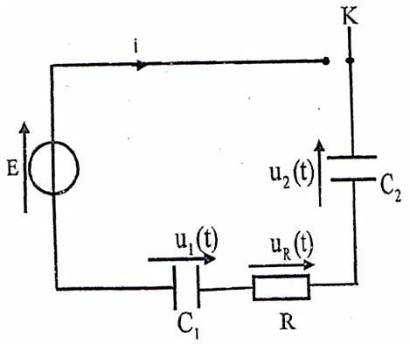
6- احسب الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة.

7- أوجد زمن وصول طاقة المكثفة الى النصف .

التمرين 20: من باك المغرب 2016

تعتبر الدارة RC من بين الدارات الكهربائية المستعملة في التراكيب الالكترونية لمجموعة من الاجهزة الكهربائية .

نحقق الدارة المبينة في الشكل:



- مولد مثالي للتوتر قدرته المحركة الكهربائية .
- مكثفتان سعتاهما C_1 و $C_2 = 2\mu F$.
- ناقل اومي مقاومته $R = 3k\Omega$.
- قاطعة K .

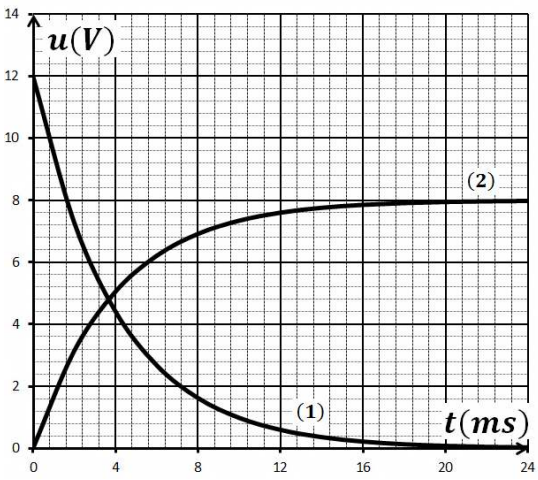
نضع البادلة في الوضع (1) :

1- بين ان سعة المكثفة المكافئة تكتب بالشكل: $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$.

2- بين المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{C_2} بين طرفي المكثفة C_2 هي:

$$\frac{du_{C_2}}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_{C_2} = \frac{E}{RC_2}$$

3- حل المعادلة هو : $u_{C_2}(t) = A(1 - e^{\alpha t})$ ، اوجد عبارتي كلا من A و α .



4- الشكل يمثل تغيرات التوترات $u_{C_2}(t)$ و $u_R(t)$:

أ- حدد المنحنى الموافق لكل توتر مع التعليل.

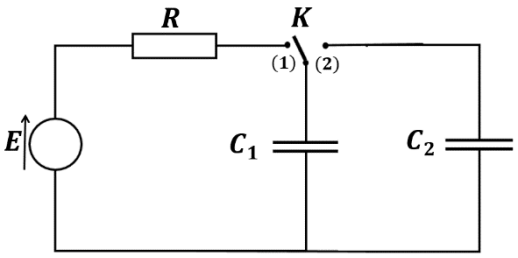
ب- حدد قيمة كلا من E و τ ثابت الزمن المميز للدارة .

ج- التوترات $u_{C_{1f}}$ و $u_{C_{2f}}$ في النظام الدائم .

د- سعة المكثفة C_1 .

ه- الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة C_1 .

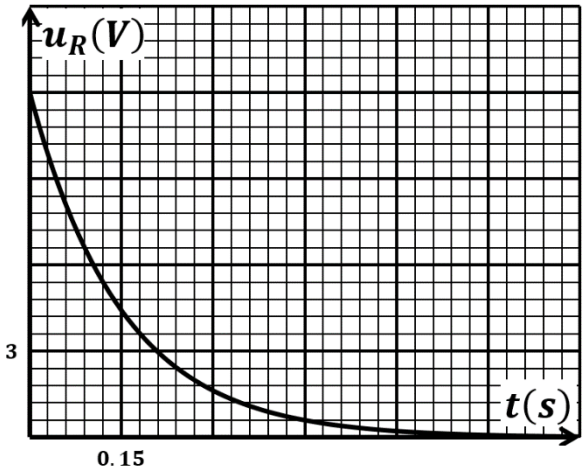
التمرين 21:



في الشكل تتكون الدارة الكهربائية من:

- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقل اومي مقاومته $R = 1k\Omega$.
- مكثفتين: C_1 و $C_2 = 200\mu F$ - بادلة K .

I. نضع البادلة في الوضع -1- في لحظة نعتبرها: $t = 0$ بواسطة تجهيز مدعم بالحاسوب تمكنا من الحصول على البيان في الشكل الممثل لتغيرات u_R بدلالة الزمن.



1- مثل على مخطط الدارة جهة التوترات وجهة التيار الكهربائي.

2- عين على مخطط الدارة شحنة كل لبوس.

3- بين كيفية توصيل جهاز راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر بين طرفي الناقل الاومي والمولد.

4- اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة u_{c_1} .

- تأكد ان العبارة $u_{c_1}(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا لها.
- استنتج العبارة الزمنية $u_R(t)$.

5- أ- استنتج بيانيا قيمة كلا من E و τ .

ب - استنتج سعة المكثفة C_1.

6- احسب قيمتي الشحنة والطاقة المخزنة في المكثفة C_1 عند نهاية الشحن.

II. نضع البادلة في الوضع -2- فيتشكل تيار انتقالي سريع حتى يحدث التوازن بين المكثفتين ويصبح $u_{c_1} = u_{c_2}$، وتتوزع الشحنة الكلية على المكثفين حيث: $Q_0 = q_{c_1} + q_{c_2}$.

1- اكتب العلاقة التي تربط بين q_{c_1} ، q_{c_2} ، C_1 و C_2 .

2- احسب قيمة الشحنة التي تحتويها كل مكثفة.

3- استنتج قيمة التوتر الجديد بين طرفي المكثفتين.

4- احسب الطاقة المخزنة في المكثفتين واستنتج مقدار الطاقة الضائعة وفي أي شكل فقدت؟