

II. السقوط الشاقولي الحر و الحقيقي

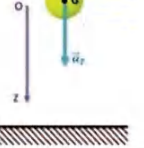
1. القوى المؤثرة على الجسم

• قوة الثقل $\vec{P}$ ■ شدة قوة الثقل P $P = m \cdot g$ (N) شدة قوة الثقل : P (kg) كتلة الجسم : m (m/s^2) أو (N/kg) الجاذبية الأرضية : g	• قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ■ شدة دافعة أرخميدس Π $\Pi = \rho_f \cdot V_S \cdot g$ (N) شدة قوة دافعة أرخميدس : Π (kg/m^3) الكثافة الحجمية للمائع : ρ_f (m^3) حجم الجسم الصلب المغمور في المائع : V_S (m/s^2) أو (N/kg) الجاذبية الأرضية : g	• قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ■ شدة قوة الاحتكاك f حالة السرعات الصغيرة $f = k \cdot v$ $f = -k \cdot \vec{v}$ حالة السرعات الكبيرة $f = k' \cdot v^2$ $f = -k' \cdot \vec{v}^2$ (N) شدة قوة الاحتكاك : f (kg/s) ثابت قوة الاحتكاك : k (kg/m) ثابت قوة الاحتكاك : k' (m/s) سرعة الجسم : v	  
■ التحليل البعدي للثابت k : $f = k \cdot v \Rightarrow k = \frac{f}{v} \Rightarrow k = \frac{m \cdot a}{v} \Rightarrow [k] = \frac{[m] \cdot [a]}{[v]} \Rightarrow [k] = \frac{Kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m \cdot s^{-1}} = kg \cdot s^{-1}$			

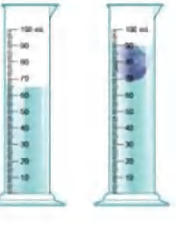
2. القانون الثاني لنيوتن

■ القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$ (N) المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة على الجسم : $\sum \vec{F}_{ext}$ (kg) كتلة الجسم : m (m/s^2) شعاع تسارع الجسم : $\vec{a}$	
--	---

3. التسارع المماسي

■ التسارع المماسي a_T $a_T = \frac{dv}{dt}$ (m/s^2) التسارع المماسي : a_T (m/s) مشتق السرعة : dv (s) مشتق الزمن : dt	
---	---

4. الكثلة الحجمية

■ الكثلة الحجمية للمائع ρ_f $\rho_f = \frac{m_f}{V_f}$ (kg/m^3) الكثلة الحجمية للمائع : ρ_f (kg) كتلة المائع : m_f (m^3) حجم المائع : V_f	■ الكثلة الحجمية للجسم ρ_s $\rho_s = \frac{m_s}{V_s}$ (kg/m^3) الكثلة الحجمية للجسم الصلب : ρ (kg) كتلة الجسم الصلب : m_s (m^3) حجم الجسم الصلب : V_s	
--	--	---

5. حجم الكرة

■ حجم الكرة V $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$ (m^3) حجم الكرة : V (m) نصف قطر الكرة : R	
---	---

الجاذبية الأرضية : $g = 9,81 m \cdot s^{-2}$

السقوط الشاقولي الحر

نترك جسم صلب (s) كتلته m يسقط شاقوليا بدون سرعة ابتدائية v_0 في الفراغ او في الهواء مع اهمال تأثير الهواء ($\Pi = 0, f = 0$)

1. تعريف السقوط الحر

السقوط الحر : يقوم الجسم بسقوط شاقولي حر اذا كان يخضع لقوة ثقله $\vec{P}$ فقط اثناء حركته .

2. احصاء القوى المؤثرة على الجسم ثم تمثيلها

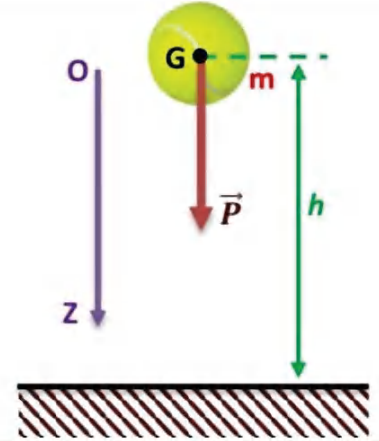
القوى المؤثرة على الجسم هي : قوة الثقل $\vec{P}$

3. ايجاد تسارع الجسم a بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$P = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = g$$

بالتطبيق القانون الثاني لنيوتن :
بالإسقاط على (oz)
نتيجة : تسارع الجسم لا يتعلق بكتلة الجسم اثناء حركته .



4. اوجد طبيعة حركة الجسم

ثابت $a = g$ و المسار مستقيم ومنه : حركة الجسم مستقيمة متغيرة بانتظام

5. اعط المعادلات التفاضلية للحركة

المعادلة التفاضلية للفاصلة : معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية

$$\begin{cases} a = \frac{dv}{dt} \\ v = \frac{dz}{dt} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{d^2z}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2z}{dt^2} = g$$

المعادلة التفاضلية للسرعة : معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$$

6. اعط المعادلات الزمنية للحركة

معادلة السرعة :

$$v = a \cdot t + v_0$$

السرعة الابتدائية معدومة (بدون سرعة ابتدائية): $v_0 = 0$

التسارع : $a = g$

$$v = g \cdot t$$

المعادلة المستقلة عن الزمن :

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot (Z - Z_0)$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot Z$$

ومنه

معادلة الفاصلة :

$$Z = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + Z_0$$

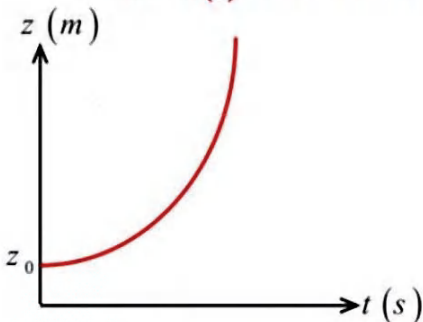
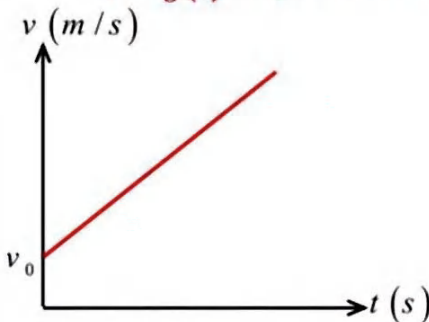
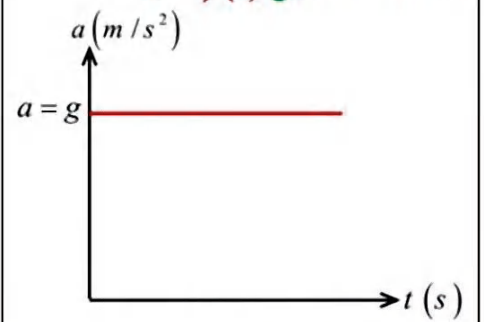
مبدأ الأزمنة هو مبدأ الفواصل: $z_0 = 0$

السرعة الابتدائية معدومة (بدون سرعة ابتدائية): $v_0 = 0$

التسارع : $a = g$

$$Z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

7. المنحنيات البيانية للحركة

مخطط الفاصلة $z = h(t)$ مخطط السرعة $v = g(t)$ مخطط التسارع $a = f(t)$ 

السقوط الشاقولي الحقيقي

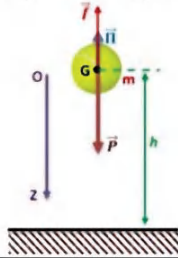
نترك جسم صلب (s) كتلته m يسقط شاقوليا بدون سرعة ابتدائية v_0 في مائع (غاز او سائل) كتلته الحجمية ρ_f .

1. احصاء القوى المؤثرة على الجسم

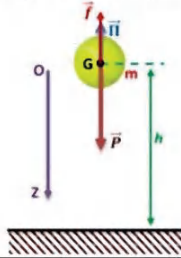
قوة الثقل : $\vec{P}$ ، قوة دافعة أرخميدس : $\vec{\Pi}$ ، قوة الاحتكاك : $\vec{f}$.

2. تمثيل القوى المؤثرة على الجسم

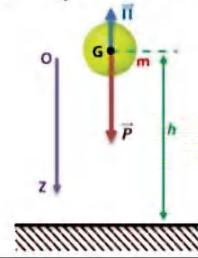
■ النظام الدائم $5\tau \leq t$
 $\Pi + f = P$ و $f \neq 0$



■ النظام الانتقالي $5\tau > t > 0$
 $\Pi + f < P$ و $f \neq 0$



■ الحالة الابتدائية $t_0 = 0$
لدينا $v_0 = 0$ فان $\Pi < P$ و $f = 0$



3. إيجاد التسارع الابتدائي a_0 في اللحظة $t_0 = 0$

$$\Rightarrow a_0 = g - \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{m}$$

$$\Rightarrow a_0 = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} = m \cdot a_0$$

$$P - \Pi = m \cdot a_0$$

$$\Rightarrow m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g = m \cdot a_0$$

بالإسقاط على (OZ):

4. إيجاد المعادلة التفاضلية للسرعة (النظام الانتقالي)

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \cdot v = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f \cdot V}{m}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \cdot v = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

■ الاستنتاج في حالة السرعات الكبيرة : $f = k' \cdot v^2$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k'}{m} \cdot v^2 = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot a$$

$$P - \Pi - f = m \cdot a$$

■ في حالة السرعات الصغيرة : $f = k \cdot v$

$$\Rightarrow m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g - k \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

5. حل المعادلة التفاضلية

المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل : $v = v_L \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

6. السرعة الحدية v_L

تعريف السرعة الحدية : هي السرعة التي يبلغها الجسم عندما تصبح حركته مستقيمة منتظمة. $\Rightarrow \frac{dv_L}{dt} = 0$ ثابت $v = v_L$

■ في حالة السرعات الكبيرة :

$$v_L = \sqrt{g \cdot \frac{m}{k'} \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$$

● في حالة السرعات الصغيرة :

$$v_L = g \cdot \frac{m}{k} \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

7. الزمن المميز τ

تعريف الزمن المميز τ : هو الزمن اللازم لبلوغ السرعة 63 % من السرعة الحدية v_L .

τ : ثابت الزمن (s)
 m : كتلة الجسم (kg)
 k : ثابت قوة الاحتكاك (kg/s)

$$\tau = \frac{m}{k}$$

التحليل البعدي للزمن المميز τ :

$$[\tau] = \frac{[m]}{[k]} \Rightarrow [\tau] = \frac{Kg}{Kg \cdot s^{-1}} = s$$

