وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية غرداية

امتحان بكالوريا التجريبي — ثانوية حي سيدي اعباز-بنورة-

الشعبة: تقني رياضي — دورة: ماي 2021

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 4ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الاول

التمرين الأول: (05نقاط)

1- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للأعداد 2^n, 3^n و 4^n على 7.

2- عين باقي قسمة العدد $2^{2016}-3^{2017}+4^{2018}$ على 7.

3- استنتج أنه من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ يكون $5\times2^{3k+1}-5^{6k+5}+28\equiv0[7]$

4- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $10^{3n}+4^{2n}-22^{n}\equiv2^n\left(3^n+1\right)-1[7]$

- حل في مجموعة الاعداد الطبيعية المعادلة: $10^{3n}+4^{2n}-22^{n}\equiv0[7]$

5- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $2^n+3^n+4^n\equiv2[7]$ و $0\prec n\leq25$

6- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv2(2n+1)\times3^{2n}\ [7]$

ب- عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n بحيث: $(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv0[7]$ و n من مضاعفات 8.

7- يحتوي كيس على 10 كريات مرقمة من 0 إلى 9, نسحب في آن واحد كريتين ونعتبر أن كل السحابات متساوية الاحتمال

- ما هو احتمال لكي يكون مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين من بواقي قسمة 3^n على 7.

التمرين الثاني: (04نقاط)

يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 2 ,2 ,1 ,1 وأربع كرات بيضاء مرقمة 0 ,0 ,2 ,1 وكرتين خضراوين مرقمة -1 ,-2

لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس.

1- احسب احتمال الحوادث التالية: - الحادثة A سحب كريتين من نفس اللون. - الحادثة B سحب كريتين مجموع ارقامها يساوي 0.

- الحادثة C سحب كريتين مختلفتي اللون.

2- بيّن أن $P(B\cap C)=\dfrac{6}{45}$.

ليكون X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

3- عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم قانون الاحتمال.

- احسب الامل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: (04نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = e^{-1}$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1} = \dfrac{n+1}{en} u_n$

1 - أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_n > 0$

ب) قارن بين $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1 ، ثم استنتج اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)

2 - نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $v_n = \dfrac{1}{en} u_n$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1

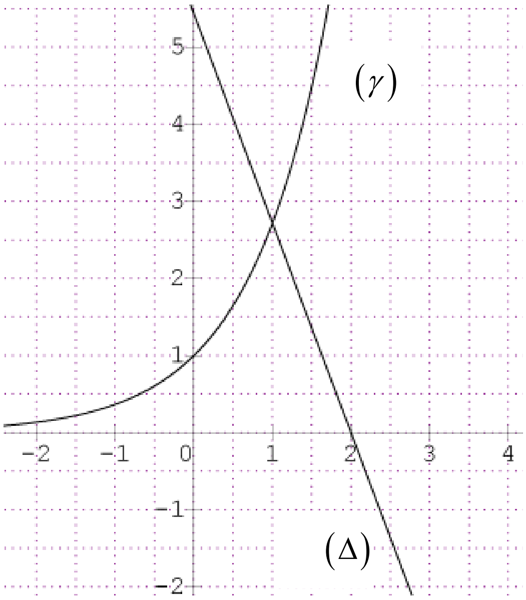
ب) جد بدلالة n عبارة الحد العام v_n ، ثم استنتج عبارة u_n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3 - أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + \dfrac{1}{2}u_2 + \dfrac{1}{3}u_3 + ...+ \dfrac{1}{n}u_n$ ، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

ب) احسب بدلالة n المجموع T_n حيث : $T_n = \dfrac{u_1}{v_1} + \dfrac{u_2}{v_2} + \dfrac{u_3}{v_3} + ...+ \dfrac{u_n}{v_n}$

ج) احسب $P_n = v_1 \times 2v_2 \times 3v_3 \times ... \times nv_n$

التمرين الرابع: (07نقاط)



I– ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -ex + 2e$

ولتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + ex - 2e$

أ- احسب $g(1)$; ثم بيّن أن $e^x - y = g(x)$

ب- بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) على $\mathbb{R}$.

ت- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II– لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + 2 + (x-1)e^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$.

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = -e^{-x} g(x)$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T).

4- جد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T).

5- نقبل أن $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ بحيث $0,1 \prec \alpha \prec 0,3$ و $2,3 \prec \beta \prec 2,4$.

- احسب $f\left(\dfrac{-1}{2}\right)$ ثم أنشئ المستقيمين (T) و (T') ثم المنحنى (C_f).

6- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1} = m - 2$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04نقاط)

يحتوي صندوق U_1على ثلاث كريات تحمل الأرقام 2 ، 2 و 3. ويحتوي صندوق U_2 على تسع كريات منها أربعة خضراء تحمل كل منها الرقم 3 وخمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 3 و 4. (الكريات لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_1 ونسجل رقمها وليكن n.

إذا كان $n=2$: نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريتين على التوالي من دون ارجاع.

إذا كان $n=3$: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق U_2.

نعتبر الحدثين التاليين:

A: " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 لها نفس اللون".

B: " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 تحمل نفس الرقم".

1- أ- بين أن $P(A)=\dfrac{19}{54}$ ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B.

ب- بين أن $P(A\cap B)=\dfrac{55}{378}$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2.

- عين قانون اِحتمال المتغير العشوائي X وأُحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (05نقاط)

1. المتتالية (u_n) المعرفة على N بحدها الاول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n-2^n$.

أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le 0$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

2. المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=2^n-u_n$.

أ- بين أن متتالية (v_n) هندسية اساسها 3.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n.

3. أ- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ ماذا تستنتج؟

- نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n=u_0+u_1+.......+u_{n-1}$.

ب- بين ان من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S_n=2^n-\dfrac{1+3^n}{2}$.

4. أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 و العدد 3^n علي 4.

ب - عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $2019+(1962)^{2n}+(2967)^n+(-1)^{1493}\equiv 0[4]$

جـ - عين قيم العدد الطبيعي n التي : $4u_n+9v_n\equiv 1[20]$

التمرين الثالث: (04نقاط)

I- نعطي في المجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة : $13x-11y=23$........(1).

1- عين حلا خاصا x_0, y_0 للمعادلة (1) حيث : $x_0-y_0=1$

- استنتج مجموعة حلول المعادلة (1) بدلالة n.

- عين (x,y) حلول المعادلة (1) حيث : $-10<x<40$.

2) نفرض فيما يلي أن العددين x, y طبيعيان و $d=p\gcd(x,y)$ القاسم المشترك الأكبر للعددين y, x .

أ- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب- عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (1) بحيث يكون $d=23$

II- 1- العدد الطبيعي A يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6 ويكتب $\overline{\beta0444}$ في النظام ذي الأساس 5

- عين العددين α و β ثم اكتب A في النظام العشري ثم في النظام ذي الاساس7.

التمرين الرابع: (07نقاط)

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=4\ln x+x^2-2$

1- ادرس تغيرات الدالة g ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2- بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن $1{,}1<\alpha<1{,}2$.

3- استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}(1+2\ln x)$,

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=-\frac{g(x)}{2x^2}$.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقارب مائل يطلب تعيين معادلته.

5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

6- جد معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ).

7- تحقق أن: $f(\alpha)=-\alpha+\frac{2}{\alpha}$ ثم عين حصر لـ $f(\alpha)$.

8- نقبل أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين β و λ حيث $0{,}6\prec\beta\prec0{,}8;\ 2{,}2\prec\lambda\prec2{,}4$

- أنشئ كلا من المستقيم (T) و (Δ) والمنحنى (C_f).

9- ناقش بيانيا حسب الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}(1+2\ln|x|)$

- احسب $h(-x)+h(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا.

- اكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

- أنشئ في نفس المعلم (C_h) منحنى الدالة h.

انتهى الموضوع الثاني

الحل النموذجي للامتحان التجريبي شعبة تقني رياضي

ثانوية سيدي اعباز -غرداية -   الأستاذ: قشار صالح

التمرين الأول: (05نقاط)

1- دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7

$2^3\equiv1[7];\ 2^2\equiv4[7];\ 2^1\equiv2[7];\ 2^0\equiv1[7]$

ومنه بواقي القسمة 2^n على 7 تشكل متتالية دورية ودورها $t=3$

التعميم في كل الحالات نضع $k\in\mathbb{N}$

n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$2^n\equiv$	1	2	4	$[7]$

وبما أن $4\equiv2^2[7]$ ومنه $4^n\equiv(2^2)^n[7]$ ومنه $4^n\equiv(2^n)^2[7]$

ومنه بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 7 هي

n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$4^n\equiv$	1	4	2	$[7]$

دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7

$3^3\equiv6[7];\ 3^2\equiv2[7];\ 3^1\equiv3[7];\ 3^0\equiv1[7]$

$3^6\equiv1[7];3^5\equiv5[7]\ \ 3^4\equiv4[7];$

ومنه بواقي القسمة 3^n على 7 تشكل متتالية دورية ودورها $t=6$

التعميم في كل الحالات نضع $k\in\mathbb{N}$

$n\equiv$	0	1	2	3	4	5	$[6]$
$3^n\equiv$	1	2	4	6	4	5	$[7]$

2- تعيين باقي قسمة العدد $2^{2016}-3^{2017}+4^{2018}$ على 7.

$$2^{2016}-3^{2017}+4^{2018}\equiv2^{3\times672}-3^{6\times336+1}+4^{3\times672+2}[7]$$

ومنه $\equiv1-3+2[7]$

ومنه $\equiv0[7]$

ومنه باقي قسمة العدد $2^{2016}-3^{2017}+4^{2018}$ على 7 هو 0.

3- استنتاج أنه من أجل كل $k\in\mathbb{N}$: $5\times2^{3k+1}-5^{6k+5}+28\equiv0[7]$

$$5\times2^{3k+1}-5^{6k+5}+28\equiv5\times2^{3k+1}+2^{6k+5}+4\times7[7]$$

$$\equiv5\times2^{3k+1}+2^{3\times3k}\times2^5+4\times7[7]$$

$$\equiv3+4+0[7]$$

ومنه $5\times2^{3k+1}-5^{6k+5}+28\equiv0[7]$

4- نبيان أن $10^{3n}+4^{2n}-22^n\equiv2^n(3^n+1)-1[7]$

لدينا $10^{3n}+4^{2n}-22^n\equiv3^{3n}+4^{2n}-1^n[7]$ ومنه

$3^{3n}+4^{2n}-1^n\equiv(3^3)^n+(4^2)^n-1[7]$ ومنه

$(3^3)^n+(4^2)^n-1\equiv6^n+2^n-1[7]$ ومنه

$6^n+2^n-1\equiv2^n\times3^n+2^n-1[7]$ ومنه

$$10^{3n}+4^{2n}-22^n\equiv2^n(3^n+1)-1[7]$$

-حل في مجموعة الاعداد الطبيعية المعادلة: $10^{3n}+4^{2n}-22^n\equiv0[7]$

لدينا $10^{3n}+4^{2n}-22^n\equiv2^n(3^n+1)-1[7]$ ومنه $2^n(3^n+1)\equiv1[7]$

$n\equiv$	0	1	2	3	4	5	$[6]$
$2^n\equiv$	1	2	4	1	2	4	$[7]$
$3^n\equiv$	1	3	2	6	4	5	$[7]$
$3^n+1\equiv$	2	4	3	0	5	6	$[7]$
$2^n(3^n+1)\equiv$	2	1	5	0	3	3	$[7]$

من الجدول نجد $n\equiv1[6]$ ومنه $n=6k+1$

5- تعيين قيم n التي تحقق: $2^n+3^n+4^n\equiv2[7]$ $0\prec n\leq25$

$n\equiv$	0	1	2	3	4	5	$[6]$
$2^n\equiv$	1	2	4	1	2	4	$[7]$
$3^n\equiv$	1	3	2	6	4	5	$[7]$
$4^n\equiv$	1	4	2	1	4	2	$[7]$
$2^n+3^n+4^n\equiv$	3	2	1	1	3	4	$[7]$

ومن الجدول $n\equiv1[6]$ ومنه $n=6k+1$

وبما أن $0\prec n\leq25$ نجد $n=\{1;7;13;19;25\}$

6-أ- بيان أنه $(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv2(2n+1)\times3^{2n}[7]$

$$(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv(4n+3)\times3^{2n}-(-3)^{2n+3}[7]$$

$$\equiv(4n+3)\times3^{2n}+3^{2n}\times3^3[7]$$

$$\equiv3^{2n}(4n+9)[7]$$

$$\equiv3^{2n}(4n+2)[7]$$

ومنه $(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv2(2n+1)\times3^{2n}[7]$

ب- تعيين أصغر قيمة للعدد الطبيع n بحيث:

$(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv0[7]$ و n من مضاعفات 8.

$(4n+3)\times9^n-4^{2n+3}\equiv0[7]$ ومنه $2(2n+1)\times3^{2n}\equiv0[7]$

ومنه $2(2n+1)\equiv0[7]$ لأن 3^{2n} لا يقبل القسمة على 7

ومنه $2n+1\equiv0[7]$ ومنه $2n\equiv-1[7]$ تكافئ $2n\equiv6[7]$ ومنه

$n\equiv3[7]$ ومنه $n=7k+3$

و n من مضاعفات 8 أي $n\equiv0[8]$ ومنه $7k+3\equiv0[8]$ ومنه

$7k\equiv-3[8]$ ومنه $-k\equiv-3[8]$ ومنه $k\equiv3[8]$ ومنه $k=8k'+3$

مع $k'\in\mathbb{N}$ ومنه اصغر قيمة للعدد الطبيعي n هي $n=24$

7- يحتوي كيس على 10 كريات مرقمة من 0 إلى 9، نسحب في آن واحد كريتين ونعتبر أن كل السحابات متساوية الاحتمال

- احتمال لكي يكون مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين من بواقي قسمة 3^n على 7 أي مجموعها $\{1,2,4,6,4,5\}$

$$\left\{\begin{matrix}(0,1);(0,2);(0,3);(0,4);(0,5);(0,6);(1,2)\\(1,3);(1,4);(1,5);(2,3);(4,2)\end{matrix}\right\}$$

ومنه احتمال الحادثة $\frac{12}{C_{10}^2}+\frac{12}{45}=\frac{4}{15}$

التمرين الثاني: (04نقاط)

1- الحادثة A سحب كريتين من نفس اللون:

$$P(A)=\frac{C_4^2+C_4^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{13}{15}$$

- الحادثة B سحب كريتين مجموع ارقامهما يساوي 0:

$$P(B)=\frac{C_1^1C_3^1+C_1^1C_3^1+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{7}{45}$$

- الحادثة C سحب كريتين مختلفتي اللون:

$$P(C)=1-\frac{13}{15}=\frac{2}{15}$$

2- تبيان أن $P(B\cap C)=\frac{6}{45}$.

$$P(B\cap C)=\frac{C_1^1C_1^1+C_1^1C_2^1+C_1^1C_1^1+C_1^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$$

ليكون X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

3- تعيين قيم المتغير العشوائي $X=\{0;-2;-1;1;2;3;4\}$

$$P(X=-3)=\frac{C_1^1C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{1}{45}\quad P(X=-2)=\frac{C_1^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{45}$$

$$P(X=-1)=\frac{C_1^1C_2^1+C_1^1C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{5}{45}\ ;P(X=1)=\frac{C_2^1C_3^1+C_3^1C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{9}{45}$$

$$P(X=2)=\frac{C_2^1C_3^1+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{9}{45}\ ;P(X=3)=\frac{C_3^1C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{9}{45}$$

$$P(X=4)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{3}{45}\ ;P(X=0)=\frac{7}{45}$$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{5}{45}$	$\frac{7}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{3}{45}$

- حساب الامل الرياضياتي: $E(X)=\frac{6}{5}$

التمرين الثالث: (04نقاط)

نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases}u_1=e^{-1}\\u_{n+1}=\frac{n+1}{en}u_n\end{cases}$

1- أ- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n\succ 0$

نسمي الخاصية $P(n)$ $\quad 0\prec u_n$

التحقيق من أجل $P(1)$

لدينا $u_1=e^{-1}$ ومنه $0\prec u_1$ ومن الخاصية محققة.

نفرض صحة الخاصية $P(n)$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $P(n+1)$ أي $u_{n+1}\succ 0$

لدينا من الفرضية $u_n\succ 0$ ومنه $\frac{n+1}{en}u_n\succ 0$ ومنه $u_{n+1}\succ 0$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $u_n\succ 0$

ب) قارن بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1، ثم استنتج اتجاه تغير وتقارب (u_n)

ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{n+1}{en}$

ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n}-1=\frac{n+1}{en}-1=\frac{n+1-en}{en}=\frac{(1-e)n+1}{en}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n}-1\prec 0$ ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n}\prec 1$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة.

2- أ- تبيان أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية: $v_n=\frac{1}{en}u_n$

$$v_{n+1}=\frac{1}{e(n+1)}u_{n+1}=\frac{1}{e(n+1)}\frac{(n+1)}{en}u_n=\frac{1}{e}\frac{u_n}{en}=\frac{1}{e}v_n$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية واساسها $q=\frac{1}{e}$ و $v_1=\frac{u_1}{e\times 1}=\frac{1}{e^2}$

ب- إيجاد عبارة v_n بدلالة n $\quad v_n=v_1q^{n-1}=\frac{1}{e^2}\left(\frac{1}{e}\right)^{n-1}=\frac{1}{e^{n+1}}$

كتابة u_n بدلالة n $\quad v_n=\frac{1}{en}u_n$ ومنه $en\times v_n=u_n$ ومنه

$u_n=en\times v_n=en\frac{1}{e^{n+1}}$ ومنه $u_n=\frac{n}{e^n}$

حساب النهاية: $\quad$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{n}{e^n}=0$

3- أ) حساب المجموع S_n: $S_n=u_1+\frac{1}{2}u_2+\frac{1}{3}u_3+\dots\dots\dots+\frac{1}{n}u_n$

لدينا $en\times v_n=u_n$ ومنه $ev_n=\frac{1}{n}u_n$

ومنه $S_n=ev_1+ev_2+\dots+ev_n$

$$S_n=e[v_1+v_2+\dots+v_n]=e\left[\frac{1}{e^2}\left(\frac{\left(\frac{1}{e}\right)^n-1}{\frac{1}{e}-1}\right)\right]=\frac{\left(\frac{1}{e}\right)^n-1}{1-e}$$

ب) لدينا $T_n = \frac{u_1}{v_1}+\frac{u_2}{v_2}+\frac{u_3}{v_3}+\dots\dots\dots+\frac{u_n}{v_n}$ لدينا $en \times v_n = u_n$ ومنه

$\frac{u_n}{v_n} = en$ ومنه $T_n = e+2e+\dots ne$

ومنه $T_n = e(1+2+..n) = e\frac{n}{2}(1+n)$

ج) حساب $P_n = v_1\times 2v_2 \times 3v_3\times\dots\times nv_n$

$$P_n = v_1\times v_1\times q\times v_1\times q^2\times\dots\times v_1\times q^n\times 2\times 3\times\dots\times n$$

ومنه $P_n = v_1^n \times q^{1+2+\dots+n}\times n!$ ومنه $P_n = \left(\frac{1}{e^2}\right)^n\times\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}\times n!$

التمرين الرابع: (07نقاط)

أ- $g(1)=0$; ثم تبيان أن $e^x - y = e^x+ex-2e = g(x)$

ب- بقراءة بيانية تحديد وضعية بين المنحنى (γ) للمستقيم (Δ)

من أجل $x\prec 1$ المنحنى (γ) تحت (Δ).

من أجل $x\succ 1$ المنحنى (γ) فوق (Δ).

المنحنى (γ) يقطع المستقيم (Δ) عند النقطة $(1;e)$

ج) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

I- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x+2+(x-1)e^{-x+1}$

1- حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم تبيان أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x+2+(x-1)e^{-x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} -x+2+(x-1)e^{-x+1} = \lim_{x\to+\infty} -x+2+(x-1)\frac{1}{e^x}e$$

$$= \lim_{x\to+\infty} -x+2+\left(\underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0}-\underbrace{\frac{1}{e^x}}_{0}\right)e = -\infty$$

2- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-e^{-x}g(x)$

$$f'(x)=-1+e^{-x+1}-(x-1)e^{-x+1}=-1-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}$$

$$-e^{-x}g(x)=-e^{-x}\left(e^x+ex-2e\right)=-1-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}$$

ومنه $f'(x)=-e^{-x}g(x)$

- دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

3- تبيان أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل

بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x+1}=0$ فإن المستقيم $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T)

لدينا $f(x)-(-x+2)=(x-1)e^{-x+1}$

لدينا $e^{-x+1}\succ 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة $x-1$

من أجل $x\prec 1$ المنحنى (C_f) تحت (T).

من أجل $x\succ 1$ المنحنى (C_f) فوق (T).

المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (T) عند النقطة $(1;1)$

4- ايجاد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T).

نحل المعادلة $f'(x)=-1$ ومنه $-1-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}=-1$ ومنه

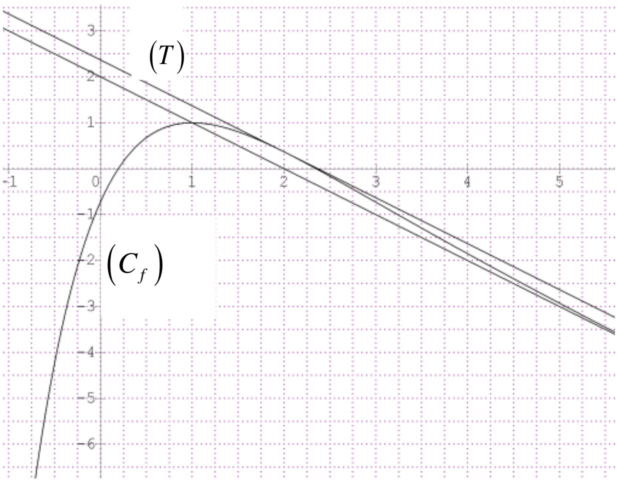
$-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}=0$ ومنه $e^{-x+1}(-x+2)=0$

ومنه $x=2$ ومنه $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ ومنه

$y=-1(x-2)+\frac{1}{e}$ ومنه $(T'):\quad y=-x+2+\frac{1}{e}$

5- نقبل أن $f(\alpha)=f(\beta)=0$ بحيث $0,1\prec\alpha\prec 0,3$ و

إنشاء (T) و (T') ثم المنحنى (C_f) و $f\left(\frac{-1}{2}\right)\simeq -4,2$



6- المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1}=m-2$ تكافئ

$-x+2+(x-1)e^{-x+1}=-x+m$ ومنه $f(x)=-x+m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم $y=-x+m$

من أجل $]-\infty;2[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

من اجل $\left]2;2+\frac{1}{e}\right[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين.

من أجل $m=\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

من أجل $\left]2+\frac{1}{e};+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4نقاط)

1- أ- تبيان أن $P(A)=\frac{19}{54}$

$$P(A)=\frac{2}{3}\times\frac{A_4^2+A_5^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_4^3+C_5^3}{C_9^3}=\frac{19}{54}$$

حساب $P(B)$ احتمال الحدث B.

$$P(B)=\frac{2}{3}\times\frac{A_5^2+A_2^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{46}{189}$$

ب- تبيان أن $P(A\cap B)=\frac{55}{378}$

$$P(A\cap B)=\frac{2}{3}\times\frac{A_4^2+A_2^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{55}{378}$$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2.

2- قيم المتغير العشوائي $X=\{0,1,2,3\}$

$$P(x=0)=\frac{2}{3}\times\frac{A_4^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{8}{63}\simeq 0,13;$$

$$P(x=1)=\frac{2}{3}\times\frac{A_5^1A_4^1}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^1C_4^2}{C_9^3}$$
$$+\frac{2}{3}\times\frac{A_4^1A_5^1}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^1C_4^2}{C_9^3}=\frac{115}{189}\simeq 0,61$$

$$P(x=2)=\frac{2}{3}\times\frac{A_5^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^2C_4^1}{C_9^3}=\frac{85}{378}\simeq 0,22$$

$$P(x=3)=\frac{1}{3}\times\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{5}{126}\simeq 0,04$$

تعيين قانون اِحتمال المتغير العشوائي X

X	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,13	0,61	0,22	0,04

الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X $E(X)=1,17$

التمرين الثاني: (05نقاط)

1. المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ: $\begin{cases}u_0=0\\u_{n+1}=3u_n-2^n\end{cases}$

أ- البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le 0$

نسمي الخاصية $P(n)$ $u_n\le 0$

التحقق من أجل $P(1)$

لدينا $u_0=0$ ومنه $u_0\le 0$ ومن الخاصية $P(0)$ محققة.

نفرض صحة الخاصية $P(n)$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $P(n+1)$ أي $u_{n+1}\le 0$

لدينا من الفرضية $u_n\le 0$ و $-2^n\prec 0$ ومنه $3u_n-2^n\le 0$ ومنه

$u_{n+1}\le 0$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $u_n\le 0$

ب- تبيان أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$:

$u_{n+1}-u_n=3u_n-2^n-u_n=2u_n-2^n$ بما أن $u_n\le 0$

فإن $u_{n+1}-u_n\prec 0$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

2. المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$v_n=2^n-u_n$$

أ- تبيان أن متتالية (v_n) هندسية اساسها 3

$$v_{n+1}=2^{n+1}-u_{n+1}=2^n\times 2-3u_n+2^n$$
$$=-3u_n+3\times 2^n=3\left(2^n-u_n\right)=3v_n$$

ومنه متتالية (v_n) هندسية اساسها $q=3$ $v_0=1$

ب- التعبير عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n

$$v_n=v_0q^n=3^n$$

لدينا $u_n=2^n-v_n$ ومنه $u_n=2^n-3^n$

3. أ- حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

$$\lim_{x\to+\infty}u_n=\lim_{x\to\infty}2^n-3^n=\lim_{x\to+\infty}\ln e^{n\ln 2}-\ln e^{n\ln 3}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\ln\frac{e^{n\ln 2}}{e^{n\ln 3}}=\lim_{x\to+\infty}\ln e^{n(\ln 2-\ln 3)}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\ln e^{n\left(\ln\frac{2}{3}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(e^{\left(\ln\frac{2}{3}\right)}\right)^n=0$$

لأن $0\prec e^{\left(\ln\frac{2}{3}\right)}\prec 1$

-نضع $S_n=u_0+u_1+.......+u_{n-1}$

ب- تبيان ان من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$S_n=2^n-\frac{1+3^n}{2}$ لدينا $u_n=2^n-v_n$ ومنه

$$S_n=2^0-v_0+u_n+2^1-v_1+...+2^n-v_n$$
$$=2^0+2^1+...+2^{n-1}-\left(v_0+v_1+...+v_{n-1}\right)$$
$$=\frac{2^n-1}{1}-\left(\frac{3^n-1}{2}\right)=2^n+\frac{-2-3^n+1}{2}$$

ومنه $S_n=2^n-\left(\frac{3^n+1}{2}\right)$

4. أ- دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n علي 5 و العدد 3^n علي 4.

$$2^0\equiv 1[5];2^1\equiv 2[5];2^2\equiv 4[5];2^3\equiv 3[5];2^4\equiv 1[5]$$

ومنه بواقي قسمة 2^n على 5 هي متتالية دورية ودورها $t=4$

$n\equiv$	0	1	2	3	[4]
$2^n\equiv$	1	2	4	3	[5]

ومنه بواقي قسمة 3^n على 4 هي متتالية دورية ودورها $t=2$

$n\equiv$	0	1
$3^n\equiv$	1	3

ب - تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق :

$$2019+(1962)^{2n}+(2967)^n+(-1)^{1493}\equiv 0[4]$$

لدينا $2019\equiv 3[4]$ و $2967\equiv 3[4]$ و $1962\equiv 2[4]$ تكافئ

$1962^{2n}\equiv 2^{2n}[4]$ ومنه $1962^{2n}\equiv (4)^n[4]$ ومنه $1962^{2n}\equiv 0[4]$

ومنه $3+0+3^n-1\equiv 0[4]$ ومنه $3^n\equiv 2[4]$ ومنه $n=\{\ \}$

جـ -تعيين قيم العدد الطبيعي n التي : $4u_n+9v_n\equiv 1[20]$

$$4(2^n-3^n)+9\times 3^n\equiv 1[20]$$

ومنه $4\times 2^n+5\times 3^n\equiv 1[20]$

$n\equiv$	0	1	[2]
$5\times 3^n\equiv$	5	15	[20]

$n\equiv$	0	1	2	3	[4]
$4\times 2^n\equiv$	4	8	16	12	[5]

ومنه من الجدولين $n\equiv 0[2]$ و $n\equiv 2[4]$ ...(1)

ومنه من $n\equiv 0[2]$ يكافئ $n=2k$ مع $k\in\mathbb{N}$ بالتعويض في (1) نجد

$2k\equiv 2[4]$ ومنه $k\equiv 1[2]$ ومنه $k=2k'+1$ حيث $k'\in\mathbb{N}$

ومنه $n=2(2k'+1)$ ومنه $n=4k'+2$

التمرين الثالث:(04نقاط)

نعطي في المجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة: $13x-11y=23......(1)$.

1- تعيين حلا خاصا x_0,y_0 للمعادلة (1) حيث : $x_0-y_0=1$

الحل الخاص (6;5)

- استنتاج مجموعة حلول المعادلة (1) بدلالة n

$$\begin{cases}13x-11y=23....(2)\\13(6)-11(5)=23...(3)\end{cases}$$ بطرح (2) من (3) نجد

$$13(x-6)=11(y-5)...(4)$$

بما أن 11 و 13 أوليان فيما بينهما فإنه حسب مبرهنة غوص فإن

$x-6\equiv 0[11]$ نجد $y=13n+5$ بالتعويض في (4) نجد

ومنه $x=11n+6$ ومنه $s=\{(11n+6;13n+5)/n\in\mathbb{Z}\}$

- تعيين (x,y) حلول المعادلة (1) حيث : $-10<x<40$

يكافئ $-10<11n+6<40$ ومنه $-1,45<n<3,09$

ومنه $n=\{-1;0;1;2;3\}$ يكافئ

$$S=\{(-5;-8),(6;5),(17;18),(28;31),(39;44)\}$$

2) نفرض فيما يلي أن العددين x,y طبيعيان و $d=p\gcd(x,y)$

أ- القيم الممكنة للعدد $d/11n+6$ و $d/13n+5$ ومنه $d/\alpha x+\beta y$

ومنه $13(11n+6)-11(13n+5)=23$ ومنه

القيم الممكنة لـ d هي 23 او 1.

ب- تعيين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (1) حيث يكون $d=23$

يكافئ $\begin{cases}13n+5\equiv 0[23]\\11n+6\equiv 0[23]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}13n+5\equiv 0[23]\;(-5)\\11n+6\equiv 0[23]\;(6)\end{cases}$ ومنه

$n+11\equiv 0[23]$ ومنه $n=23k+11$ حيث $k\in\mathbb{N}$

ومنه $s=\{(11(23k+11)+6;13(23k+11)+5)/k\in\mathbb{N}\}$

II- 1- العدد الطبيعي A يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6 ويكتب $\overline{\beta0444}$ في النظام ذي الأساس 5

تعيين العددين α و β لدينا $0\prec\alpha\prec 6$ و $0\prec\beta\prec 5$

$$A=\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}^{6}=6^4\alpha+6^3\beta+6^2\alpha+6^1\beta+\alpha$$

$$A=\overline{\beta0444}^{5}=5^4\beta+5^2\times 4+5\times 4+4$$

ومنه $1333\alpha=403\beta+124$ ومنه $\alpha=1$ و $\beta=3$

كتابة A في النظام العشري $A=1999$ في النظام ذي الاساس7.

$$A=\overline{5554}^{7}$$

التمرين الرابع: (07نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=4\ln x+x^2-2$

1- دارسة تغيرات الدالة g ثمّ تشكيل جدول تغيراتها

- حساب النهايات: $\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=-\infty$

- حساب المشتقة: الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

$g'(x)=\frac{4}{x}+2x$ ومنه $g'(x)\succ 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2- تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق ان $1,1<\alpha<1,2$

بما أن الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]0;+\infty[$ ومغيرة من اشارتها

فإنها تقبل حلا وحيدا

التحقق أن $1,1<\alpha<1,2$ $g(1,1)=-0.4$ و $g(1,2)=0,15$

بما ان $g(1,1)\times g(1,2)\prec 0$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا

α حيث $1,1<\alpha<1,2$

3- استنتاج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}(1+2\ln x)$

1- حساب النهايات

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} \underbrace{-\frac{1}{2}x}_{0}+\underbrace{\frac{1}{x}}_{+\infty}\Big(\underbrace{1+2\ln x}_{-\infty}\Big)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}+2\frac{\ln x}{x}=-\infty$$

2- تبيان أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=-\frac{g(x)}{2x^2}$

$$f'(x)=-\frac{1}{2}-\frac{1}{x^2}(1+2\ln x)+\frac{2}{x}\times\frac{1}{x}$$

$$=\frac{-x^2-2-4\ln x+4}{2x^2}=\frac{-\left(x^2+4\ln x-2\right)}{2x^2}=\frac{-g(x)}{2x^2}$$

3- دراسة اتجاه التغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها:

$$f'(x)=-\frac{g(x)}{2x^2}$$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha[$ ومتناقصة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

4- تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقارب مائل يطلب تعيين معادلته

بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}+2\frac{\ln x}{x}=0$ فان (C_f) يقبل المستقيم (Δ) $y=-\frac{1}{2}x$ مقارب مائل

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

$$f(x)-\left(-\frac{1}{2}x\right)=\frac{1+2\ln x}{x}$$

لدينا $x\succ0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة البسط

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
$1+2ln(x)$		$-$	0	$+$	

من أجل $0\prec x\prec\frac{1}{\sqrt{e}}$ المنحنى (C_f) تحت (Δ).

من أجل $x\succ\frac{1}{\sqrt{e}}$ المنحنى (C_f) فوق (Δ).

المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) عند النقطة $\left(\frac{1}{\sqrt{e}};-\sqrt{e}\right)$

6- ايجاد معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ).

نحل المعادلة $f'(x)=-\frac{1}{2}$ ومنه $\frac{-\left(x^2+4\ln x-2\right)}{2x^2}=-\frac{1}{2}$

ومنه $4\ln x-2=0$ ومنه $x=e^{\frac{1}{2}}$

$$y=f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)+f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$$

ومنه $=-\frac{1}{2}\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)-\frac{e^{\frac{1}{2}}}{2}+\frac{2}{e^{\frac{1}{2}}}$

$$(T):\quad y=-\frac{1}{2}x+\frac{2}{\sqrt{e}}$$

7- التحقق أن: $f(\alpha)=-\alpha+\frac{2}{\alpha}$ لدينا $g(\alpha)=0$

$g(\alpha)=4\ln\alpha+\alpha^2-2$ ومنه $\frac{-\alpha^2+2}{4}=\ln\alpha...(1)$

$$f(\alpha)=-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{\alpha}(1+2\ln\alpha)....(2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد $f(\alpha)=-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{\alpha}\left(1+2\times\frac{-\alpha^2+2}{4}\right)$

ومنه $=-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{\alpha}+\frac{-\alpha^2+2}{2\alpha}=\frac{-\alpha^2+2-\alpha^2+2}{2\alpha}=\frac{-\alpha^2+2}{\alpha}$

$$f(\alpha)=-\alpha+\frac{2}{\alpha}$$

تعيين حصر لـ $f(\alpha)$ لدينا $f'(\alpha)=-1-\frac{2}{\alpha^2}$

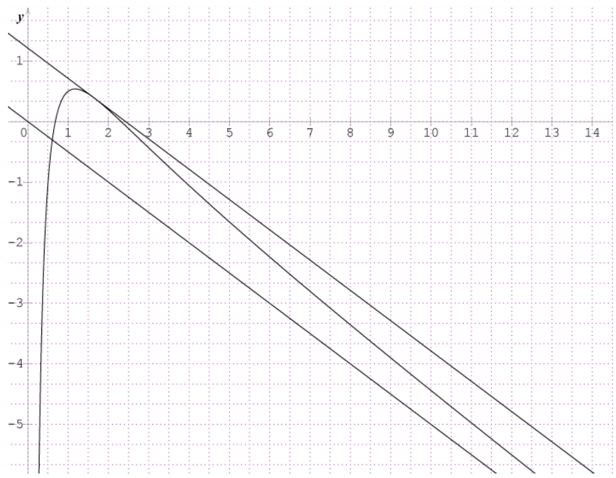
ومنه $f(1,2)<f(\alpha)<f(1,1)$

ومنه $0,537\prec f(\alpha)\prec0,538$

8- نقبل أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين β و λ حيث

$$0,6\prec\beta\prec0,8;\;\; 2,2\prec\lambda\prec2,4$$

4- إنشاء كلا من المستقيم (T) و (Δ) والمنحنى (C_f)



9- المناقشة البيانية حسب الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة

$$f(x)=-\frac{1}{2}x+m$$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f)

والمستقيم $y=-\frac{1}{2}x+m$

من أجل $]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

من اجل $\left]0;\frac{2}{\sqrt{e}}\right[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين.

من أجل $m=\frac{2}{\sqrt{e}}$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

من أجل $\left]\frac{2}{\sqrt{e}};+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول.

h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln|x|\right)$

- احساب $h(-x)+h(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا.

$$h(-x)+h(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{x}\left(1+2\ln|x|\right)-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln|x|\right)=0$$

ومنه $h(-x)+h(x)=0$ ومنه الدلة h فردية ومنحنها متناظر بالنسبة للمبدأ

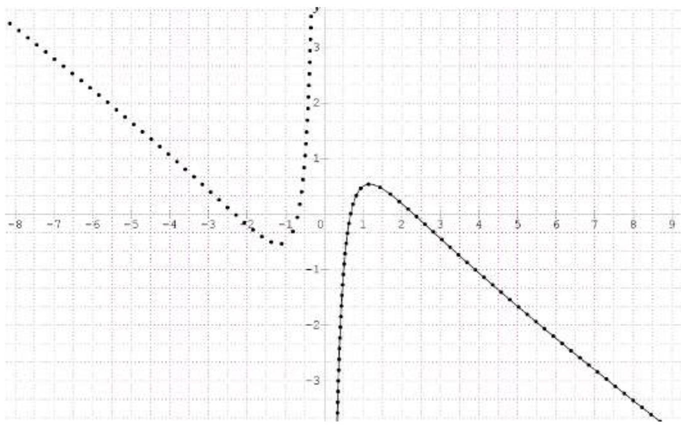
كتاب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

$$h(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln x\right) & si\ \ x\succ 0\\ -\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln -x\right) & si\ \ x\prec 0\end{cases}$$

ومنه $h(x)=f(x)$ من أجل $x\succ 0$ ومنه (C_f) و (C_h) ومطابقان

وبما إن الدالة h فردية فإن منحناها متناظر بالنسبة للمبدأ

إنشاء في نفس المعلم (C_h) منحنى الدالة h:



نتمنى بالتوفيق والتميز في امتحان الـ BAC

الأستاذ: قشار صالح

تتوقف عن المحاولة تتوقف عن الابداع

KECHAR SALAH