

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم المتخصص والتعليم الخاص

الجمعية الجزائرية لأولمبياد الرياضيات

المسابقة التصيفية الأولى لأولمبياد الرياضيات العالمية 2022

التوقيت: 03 ساعات

التاريخ: 2022/04/23

تمنح علامتان لكل تمرين ولا تعطى أي علامة لنتيجة دون تبرير أو حساب

التمرين 1:

ليكن N عددا طبيعيا مكونا من رقمين و $p(N)$ و $s(N)$ هما جداء ومجموع رقمي N على الترتيب فمثلا $p(23)=6$ و $s(23)=5$ ، نفرض أن $N = p(N) + s(N)$ ، ما هو عدد الأعداد N ؟

التمرين 2:

نفرض أن x, y, z أعداد حقيقية بحيث $xy = 24, xz = 48, yz = 72$ ، ما هي قيمة $x + y + z$ ؟

التمرين 3:

a, b, c, d أعداد طبيعية غير معدومة ومتمايزة مثنى مثنى بحيث $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$ ، جد أصغر قيمة ممكنة لـ $a + b + c + d$.

التمرين 4:

A, M, O أعداد طبيعية بحيث $A + M + O = 10$ ، ما هي أكبر قيمة ممكنة للعدد $AMO + AM + MO + OA$ ؟

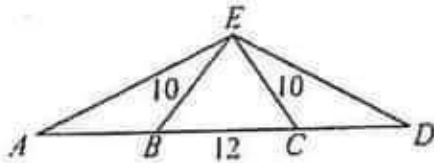
التمرين 5:

جد خمسة أعداد طبيعية متميزة وجميع مجاميعها مثنى مثنى هي: 17, 20, 28, 14, 42, 36, 28, 39, 25, 31

التمرين 6:

ما هو عدد المثلثات غير المتقايسة التي محيطها 7 وأقياس أضلاعها أعداد طبيعية ؟

التمرين 7:

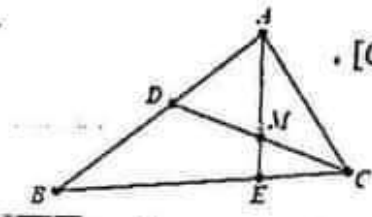


في الشكل المقابل لدينا $BE = CE = 10, BC = 12, AB = CD$ ، جد أطوال AB ومحيط المثلث AED ضعف محيط المثلث BEC

التمرين 8:

لتكن D نقطة داخل المثلث ABC بحيث (AD) منصف الزاوية $\angle A$ و $(AD) \perp (BD)$. M منتصف $[BC]$ ، إذا كان $AB = 11$ و $AC = 17$ ، جد قيمة DM .

التمرين 9 :



ABC مثلث . D نقطة من $[AB]$ بحيث $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$. M منتصف $[CD]$. (AM) يقطع $[BC]$ في E . جد قيمة $\frac{CE}{BE}$

التمرين 10 :

ABC مثلث حيث $ABC = 2ACB$. D نقطة من $[BC]$ بحيث (AD) منصف الزاوية A .
اثبت أن $AC = AB + BD$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم المتخصص والتعليم الخاص

الجمعية الجزائرية لأولمبياد الرياضيات

حل المسابقة التصفوية الأولى لأولمبياد الرياضيات العالمية 2022

التوقيت: 03 ساعات

التاريخ: 2022/04/23

التمرين 1: (2ن)

حل: لدينا $N = 10a + b = ab + a + b$ ومنه $9a = ab$ ومنه $b = 9$ و $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$ ومنه عدد الأعداد N هو 9

التمرين 2: (2ن)

حل: لدينا $x = \frac{24}{y} = \frac{48}{z}$ و $z = 2y$ ومنه $72 = 2y^2$ ومنه $y = 6$ و $x = 4$ و $z = 12$

أو لدينا $xy \cdot xz \cdot yz = (xyz)^2 = 24 \cdot 48 \cdot 72 = 2^{10} \cdot 3^4$ ومنه $xyz = 2^5 \cdot 3^2$ و $\frac{xyz}{yz} = \frac{2^5 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3^2} = 4$ و $x = \frac{xyz}{yz} = 4$ و $y = 6$ و $z = 12$

و عليه $x + y + z = 4 + 6 + 12 = 22$

التمرين 3: (2ن)

حل: نلاحظ أن $AMO + AM + MO + OA = (A+1)(M+1)(O+1) - (A+M+O) - 1 = pqr - 11$ حيث

$p = A+1$ ، $q = M+1$ ، $r = O+1$ و $p+q+r=13$ وبدراسة مختلف الحالات الممكنة نجد أن أكبر قيمة لـ

pqr هي $4 \cdot 4 \cdot 5 = 80$ ومنه أكبر قيمة لـ $AMO + AM + MO + OA$ هي $80 - 11 = 69$

التمرين 4: (2ن)

حل: لدينا $\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$ ومنه $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$ ومنه $a+b+c+d=24$

التمرين 5: (2ن)

حل: لتكن a, b, c, d, e هذه الأعداد حيث $e < d < c < b < a$ اذن

$$e+d+c+b+a = \frac{17+20+28+14+42+36+28+39+25+31}{4} = 70$$

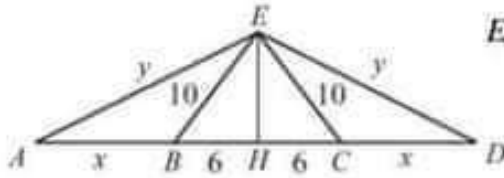
لدينا $a+b=42$ و $d+e=14$ ومنه $c=14$ ولدينا $a+c=39$ ومنه $a=25$ و $b=17$ وكذلك $e+c=17$ ومنه

$$d=11 \text{ و } e=3$$

التمرين 6: (2ن)

حل: عدد المثلثات 2 وأقياس أضلاعها هي 1 ، 3 ، 3 و 2 ، 3 ، 2 (من المتباينة المثلثية)

التمرين 7 : (2ن)

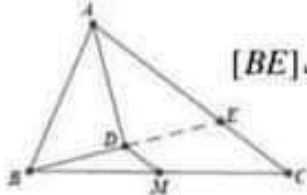


حل: لتكن H المسقط العمودي لـ E على (AB) لدينا $EH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

نضع $AB = CD = x$ و $AE = ED = y$ ومنه $2x + 2y + 12 = 2 \times 32$

أي $y = 6 - x$ ومنه $8^2 + (x + 6)^2 = y^2 = (26 - x)^2$ ومنه $x = 9$

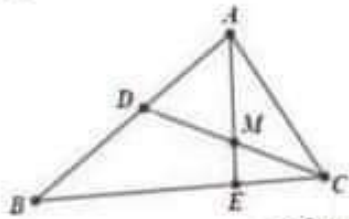
التمرين 8 : (2ن)



حل: نمدد (BD) فيقطع $[AC]$ في E . المثلث ABE متساوي الساقين ومنه D منتصف $[BE]$

وعليه $DM = \frac{1}{2} CE = 3$ لأن $AE = AB = 11$ و $CE = 17 - 11 = 6$

التمرين 9 : (2ن)



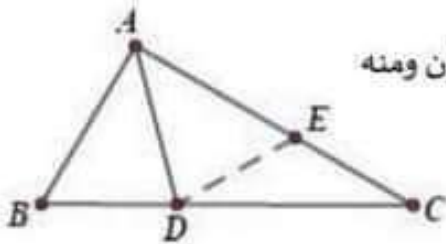
حل: نرمز $[AMB]$ إلى مساحة المثلث AMB

$$\frac{CE}{BE} = \frac{[AMC]}{[AMB]} = \frac{[AMD]}{[AMB]} = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{AC} \times \frac{AC}{AB} = \frac{4}{9}$$

طريقة (2) مبرهنة طاليس. لتكن F نقطة من $[AE]$ بحيث $(DF) \parallel (BC)$ فيكون

$$\frac{CE}{BE} = \frac{CE}{DF} \cdot \frac{DF}{BE} = \frac{CM}{DM} \cdot \frac{AD}{AB} = 1 \cdot \frac{AD}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{4}{9}$$

التمرين 10 : (2ن)



حل: لتكن E نقطة من $[AC]$ بحيث $AB = AE$ فالمثلثان ABD ، AED متقايسان ومنه

$AED = ABD = 2C$ ولدينا $AED = C + CDE$ ومنه $C = CDE$ وعليه

$AC = AE + CE = AB + BD$ ومنه $CE = DE = DB$