

واجب منزلي في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة تقني

الأستاذ: قرايدية سمير

رقم الواجب: 03

التمرين الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كمايلي: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

(1) عيّن الأعداد a ، b و c إذا علمت أن المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(0; -3)$ مماسا معامل توجيهه

يساوي 3 و المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{3}$.

(2) نضع: $a = 1$ ، $b = 0$ و $c = -3$

(أ) أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(د) بيّن أنه يوجد نقطتا إنعطاف للمنحنى (C_f) .

(هـ) أرسم المنحنى (C_f) .

التمرين الثاني

I. لتكن g دالة عددية معرفة على $]-\infty, 1[$ بـ $g(x) = 1 + (x - 1)\ln^2(1 - x)$.

(1) أحسب نهايات الدالة g بجوار أطراف مجموعة تعريفها.

(2) أثبت أن الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-\infty, 1[$ وأن $g'(x) = (2 + \ln(1 - x))\ln(1 - x)$.

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,02 < \alpha < -1,03$.

(5) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x .

II. لتكن f دالة عددية معرفة على $]-\infty, 0[\cup]0, 1[$ بـ $f(x) = x - \frac{1}{\ln(1 - x)}$ ، وليكن (C_f)

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) أحسب نهايات الدالة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسّر هندسياً النتائج.

(2) (أ) أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $]-\infty, 0[\cup]0, 1[$ وأن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - 1)\ln^2(1 - x)}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) أثبت أن المستقيم $y = x$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

(ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

(4) أرسم (Δ) و (C_f) . نُعطى $f(\alpha) \simeq -2,44$.

(5) ناقش، بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x ،

حيث $(1 - x)^x - e(1 - x)^m = 0$.