الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

المؤسسة : متقن شعلال مسعود ـ قالمة ـ — السنة الدراسية : 2023/ 2024

المستوى : الثالثة ع تج — المدة 3 ساعـــــــات

الاختبـار الثاني في مادة الرياضيـــــات

التمرين الأول : (04 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$.

   ب ـ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n$.

   أ ـ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

   بـ تحقق أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = n + 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

3. أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$ ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n^2}$.

التمرين الثاني (05 ن)

$C_3^3 + C_4^3 + C_5^3$

يحتوي كيس على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس ، منها 6 بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، -1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 و 4 كريات خضراء مرقمة بـ: -1 ، -1 ، -1 ، 2 .

$P(A\cap B) = P_A(C) \times P(A)$

نسحب عشوائيا 3 كريات في أن واحد .

1) أ ـ أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم " .

الحادثة B " الحصول على 3 كريات من نفس اللون "

الحادثة C " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها سالب تماما "

ب ـ بين أن $p(A \cap B) = \frac{1}{24}$ ، ثم أحسب $p_B(A)$ و $p(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة .

أ ـ عين قيم X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب ـ أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير X .

3) نسحب الان عشوائيا 3 كريات على التوالي و بالارجاع .

- أحسب احتمال الحادثة E حيث : E " الكرات المسحوبة تحمل أرقام مختلفة في الإشارة " .

التمرين الثالث : (04 ن)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الاتية في كل حالة :

1. مجموعة حلول المعادلة : $e^{(\ln x)^2-6} = x$ ذات المجهول x في المجال $]0 \; ; +\infty[$ هي :

   أ ـ $S = \{e^3\}$. ب ـ $S = \{-2 ; 3\}$. جـ ـ $S = \{e^{-2} ; e^3\}$.

2. العدد الحقيقي $\int_0^{ln4043} \frac{1}{1+e^{-x}}dx$ يساوي :

أ- 2022 . ب- $ln2022$. جـ- $ln4043$.

$= \frac{1+e^{x}}{\frac{e^{x}+1}{e^{x}}}$ f' $\frac{(e^{x}\times e^{x})-(e^{x}+1)e^{x}}{e^{x}} = \frac{e^{2x}-e^{2x}-e^{x}}{e^{x}}$

3. حل المعادلة التفاضلية : $y' = \frac{2x+1}{x+1}$ و الذي يحقق $y(0) = -2$ هو :

أ- $y = -2x + ln|x+1| + 1$. ب- $y = 2x - ln|x+1| - 2$. جـ- $y = x + ln|x+1|$.

4. a عدد حقيقي ، الاعداد : a ، $a+3$ و $a+9$ بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية من أجل :

أ- $a = 3$. ب- $a = 9$. جـ- $a = 5$.

$\frac{1{,}38}{6}$

التمرين الرابع :(07 ن)

$\frac{9}{3}$

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - lnx$.

1. أثبت أن الدالة g متناقصة تماما على $]0 ; +\infty[$.
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.8 < \alpha < 1.9$ ، ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2lnx}{x^2+x}$ ، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; I ; J)$ $\boxed{\text{و } \|\vec{j}\| = 2cm .}$

1. أحسب كلا من : $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .
2. أ - بين أنه من أجل كل $x \in]0 ; +\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{2(2x+1)g(x)}{(x^2+x)^2}$.

ب - استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على $]0 ; \alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha ; +\infty[$.

ج - تحقق أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

$\frac{2}{3}\times 3 \times 2$

د - شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
4. أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .
5. أ - جد دالة أصلية للدالة $x \longmapsto \frac{lnx}{x}$ ، ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H الدالة الاصلية للدالة : $x \longmapsto \frac{lnx}{x^2}$ ، و التي تنعدم عند 1 .

ب - تحقق أنه من أجل كل $x \geq 1$: $\overset{0}{\frac{lnx}{x^2}} \leq f(x) \leq \overset{0}{\frac{lnx}{x}}$.

ج - $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ و $x = 1$ و $x = \alpha$

استنتج حصرا لـ $A(\alpha)$.

2

$-\frac{1}{t^2}\times 1$

$\frac{1}{t^2} = -\frac{1}{t}$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا