

السلسلة (03)

## النهايات + السلوك التقاربي لدالة

التمرين 9

احسب بطريقتين مختلفتين النهاية الآتية :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

التمرين 10 (مبرهنة الحصر)

برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x > -1$  :

$$\frac{-1}{x+1} \leq \frac{\cos x}{x+1} \leq \frac{1}{x+1}$$

هل تقبل الدالة  $f: x \mapsto \frac{\cos x}{x+1}$  نهاية عند  $+\infty$  ؟

التمرين 11 (مبرهنة الحد من الأعلى)

$f$  دالة بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x > 0$  :

$$f(x) \leq -2x^3$$

هل تقبل الدالة  $f$  نهاية عند  $+\infty$  ؟

التمرين 12 (مبرهنة الحد من الأسفل)

$f$  دالة بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x < 0$  :

$$f(x) \geq \frac{1}{2}x^4 + x$$

هل تقبل الدالة  $f$  نهاية عند  $-\infty$  ؟

التمرين 13

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  :

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{(x+1)^2}$$

(1) عين الأعداد الحقيقية:  $a, b, c, d$  و  $d$  بحيث

من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x+1)^2}$$

(2) استنتج أن المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  يقبل مستقيما مقاربا

مائلا  $(\Delta)$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  يطلب تعيين معادلة له

(3) حدّد وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

التمرين 14

أحسب النهايات الآتية: (1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2x-1}}{x-1}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$  (3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{-x - \sqrt{x^2+4}}$

التمرين 1

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال)  $D_f$  للدالة  $f$

$$D_f = ]-\infty; +\infty[ , f(x) = -2x^3 + 5x - 7$$

التمرين 2

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال)  $D_f$  للدالة  $f$

$$D_f = ]-\infty; 3[ \cup ]3; +\infty[ , f(x) = \frac{-2x+5}{x-3}$$

ثم فسر النتائج بيانيا

التمرين 3

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال)  $D_f$  للدالة  $f$

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 2x - 5}{x^2 - 1}$$

ثم فسر النتائج بيانيا  $D_f = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; 1[ \cup ]1; +\infty[$

التمرين 4

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال)  $D_f$  للدالة  $f$

$$f(x) = \frac{2x-6}{x^2-5x+6}$$

ثم فسر النتائج بيانيا  $D_f = ]-\infty; 2[ \cup ]2; 3[ \cup ]3; +\infty[$

التمرين 5

أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال)  $D_f$  للدالة  $f$

$$D_f = ]-\infty; +\infty[ , f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$$

التمرين 6

احسب النهايات:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{9x+4}{x-3}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{9x+4}{x-3}} \quad (3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{9x+4}{x-3}}$$

التمرين 7

أحسب النهاية الآتية :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x + \sqrt{4x^2 + 3} \quad (\text{بطريقتين مختلفتين})$$

التمرين 8

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} , \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$