السنة الدراسية:2018 - 2019 المستوى: 3ع.ت +3ت.ر + 3ر

السلسلة (04) الأستاذ : علي بك

الدوال الأسية

التمرين01(بكالوريا2018 ع.ت)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x+1)\right)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=2x+1$

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) ارسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=0.8$) .

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^{x}$.

التمرين02(بكالوريا2018 ت.ر)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\dfrac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$

4) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\dfrac{x\,h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T). فسر النتيجة بيانيا.

5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2;\dfrac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T)، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$.

6)

m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$ ، حيث $x\in[-2;1[$.

التمرين03

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = xe^x - e^x + 1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجموعة $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = (x-2)e^x + x - 2$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4) أ)بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

ج) بين أن $I(0;-4)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .

د) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي 1 أكتب معادلة ديكارتية له .

5) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث يكون للمعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(E) : (x-2)e^x - 2 + m = 0$ حلين مختلفين في الاشارة .

التمرين04

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = x + 2 - \dfrac{4e^x}{e^x+3}$.

نرمز ب (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس

1) أ) **أحسب** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) **بين أنه من أجل كل عدد حقيقي** x ، $f(x) = x + 2 - \dfrac{4}{1+3e^{-x}}$ **ثم أستنتج** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) **أحسب** $f'(x)$ **حيث** f' **الدالة المشتقة للدالة** f **ثم بين أنه من أجل كل** x **من** $\mathbb{R}$: $f'(x) = \left(\dfrac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$.

ب)أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ماذا يمكن القول عن المماس (T_1) للمنحني (C_f) عند النقطة ω ذات الفاصلة $\ln(3)$ ؟ ثم استنتج وضعيته النسبية الى (C_f)

4) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب $y = x + 2$ و $y = x - 2$.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ') .

5) أثبت أن النقطة $\omega(\ln(3);\ln(3))$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

6) أ) أكتب معادلة المماس (T_2) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (T_2) على المجال $]-\infty;\ln(3)[$ ، يمكن الاستعانة بالمشتقة الثانية f'' للدالة f والمعرفة من أجل كل عدد حقيقي x ، بـــ: $f''(x) = \dfrac{12e^x(e^x-3)}{(e^x+3)^2}$.

7) أرسم (T_1) ، (T_2) ، (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

التمرين05

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-(2x+1)e^{2x}$

1. احسب نهاية g عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب $g'(x)$ وادرس إشارة $g'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0,1;0,3]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x-1-xe^{2x}$.

نرمز بـ (C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$

1. احسب نهاية f عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. احسب $f'(x)$ وادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. بين أن: $f(\alpha)=-1+\dfrac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$ ثم جد حصرا لـ : $f(\alpha)$.
4. ليكن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=2x-1$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(2x-1)]$
5. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) ثم ارسم المنحني (C).
6. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=2x^2-1-x^2e^{2x^2}$.
   أ / تحقق أن: $h(x)=f(x^2)$.
   ب / احسب $h'(x)$ وتحقق أن : $h'(x)=2xf'(x^2)$
   ج / استنتج إشارة $h'(x)$ على $\mathbb{R}$

التمرين06(بكالوريا أجنبية)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-1)e^x$

1)أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2)استنتج إشارة : $g(x)+1$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x)=x-1-\dfrac{x}{e^x-x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}}f(x)$ (لاحظ أن: $f(x)=x-1-\dfrac{1}{\dfrac{e^x-1}{x}-1}$)

2) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=1+\dfrac{1+(x-1)e^x}{(e^x-x-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) (Δ) و (D) المستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب : $y=x-1$ و $y=x$

بين أن (Δ) و (D) مقاربان للمنحني (C_f)

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $1<\alpha<2$ و $-2<\beta<-1$

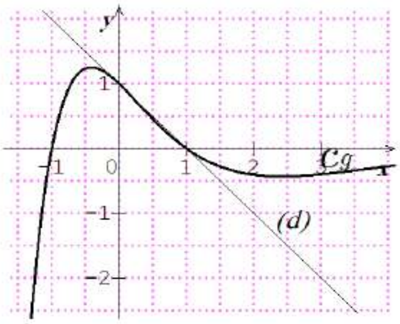
ج- استنتج أن $e^\beta-\beta-1=\dfrac{\beta}{\beta-1}$.

6) ارسم (Δ) و (D) و (C_f) (نأخذ $\alpha=1;65$ و $\beta=-1;29$)

 الأستاذ : بك علي

التمرين07

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عددان حقيقيان ، C_g تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ و (d) مماس C_g في النقطة فاصلتها 0 ، (أنظر الشكل المقابل)



1- بقراءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2- اكتب معادلة للماس (d).

3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0.

4- أ) أنشئ C_f و (Δ).

ب) عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ حل سالب.

5- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(x^2)-1$

- دون كتابة عبارة الدالة h احسب $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين08

✍ نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $(E):\ y'+3y=2e^{-x}$

1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=a\times e^{-x}$ حل للمعادلة (E) .

2) نعتبر المعادلة التفاضلية $(E'):\ y'+3y=0$.

☜ حل المعادلة (E')

3) برهن أن الدالة f هي حل للمعادلة (E) اذا وفقط اذا كانت الدالة $(f-g)$ هي حل للمعادلة (E').

4) استنتج مجموعة حلول المعادلة (E).

5) عين حلا خاصا f للمعادلة (E) بحيث يكون معامل توجيه المماس للمنحني (C_f) الممثل للدالة f في النقطة ذات الفاصلة 0 يساوي -4.

التمرين09

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=ae^{3x}+be^{2x}+c$ حيث : a ، b و c أعداد حقيقية.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

I) 1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ بدلالة c.

2. احسب $g'(x)$ بدلالة a و b.

3. إذا علمت أن المنحنى (C_g) يقبل في النقطة $A(\ln 2;-1)$ مماسا يوازي حامل محور الفواصل و يقبل مستقيما مقاربا أفقيا في جوار $-\infty$ معادلته $y=3$، عين الأعداد الحقيقية a ، b و c.