

تمارين الحساب في البكالوريا

شعبة : تقني رياضي

التمرين الأول باك 2008 م 1

- n عدد طبيعي أكبر من 5 .
- (1) a و b عددان طبيعيان حيث : $a = n - 2$ و $b = 2n + 3$.
أ- ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b ؟
ب- بين أن العددين a و b من مضاعفات 7 إذا فقط إذا كان $n + 5$ مضاعفا للعدد 7 .
ج- عين قيم n التي من أجلها $PGCD(a; b) = 7$.
- (2) نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث : $p = 2n^2 - 7n - 15$ و $q = n^2 - 7n + 10$.
أ- بين أن كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n - 5$.
ب- عين تبعا لقيم n وبدلالة n ، $PGCD(p; q)$.

التمرين الثاني باك 2008 م 2

- نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (1) $4x - 9y = 319$
(1) تأكد أن الثنائية (82; 1) حلا للمعادلة (1) . ثم حل المعادلة (1) .
(2) عين الثنائيات $(a; b)$ الصحيحة ، حلول المعادلة : (2) $4a^2 - 9b^2 = 319$
(3) إستنتج الثنائيات $(x_0; y_0)$ حلول المعادلة (1) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين .

التمرين الثالث باك 2009 م 1

- (1) أ- عين الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009 .
 u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين . (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدها الأول u_0 بحيث : $u_1^2 + u_2 + 35a^2 = 2009$.
ب- أحسب a و u_0 .
(2) نضع : $a = 7$ و $u_0 = 2$. أكتب u_n بدلالة n .
(3) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
أ- عبر عن S_n بدلالة n .
ب- عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 800$.

التمرين الرابع باك 2009 م 2

- (1) حل المعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 2)y$.
(2) نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$ ، عين عبارة $f(x)$.
(3) n عدد طبيعي .
أ- أدرس بواقى القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .
ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $4 - f(2009)$ على 7 .
(4) أ- أحسب بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$.
ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7 .

التمرين الخامس باك 2010 م 1

- نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي : $n = \overline{11\alpha 00}$ ، حيث α عدد طبيعي .
- (1) عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .
(2) عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5 .
(3) استنتج العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 15 .
(4) نأخذ : $\alpha = 4$ ، أكتب العدد n في النظام العشري .

التمرين السادس باك 2010 م 2

- (1) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13.
- (2) تحقق أن: $[13] \equiv 0 \equiv 10^{2008} + (10^{2008})^2 + 1$.
- (3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $[13] \equiv 0 \equiv 10^{2n} + 10^n + 1$.

التمرين السابع باك 2011 م 1

- أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :
- (1) المعادلة $21x + 14y = 40$ لا تقبل حلوًا في مجموعة الأعداد الصحيحة.
 - (2) في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $\overline{3421} + \overline{1562} = \overline{5413}$.
 - (3) باقي القسمة الإقليدية للعدد $3^{2011} + \dots + 3^2 + 3 + 1$ على 7 هو 6.

التمرين الثامن باك 2011 م 2

- من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$.
- (1) تحقق أن: $[7] \equiv -3$ ثم بين أن: $A_3 \equiv 6 [7]$.
 - (2) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 2^n و 3^n على 7.
 - (3) بين أنه إذا كان n فرديًا فإن: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7، واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.
 - (4) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟

التمرين التاسع باك 2012 م 1

- (1) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على 11.
- (2) ماهو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟
- (3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد: $(4 \times 9^{15n+1} + 4 \times 2011^{10n} + 2011^{2012})$ يقبل القسمة على 11.
- (4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد: $(2011^{2012} + 2n + 2)$ مضاعفًا للعدد 11.

التمرين العاشر باك 2012 م 2

- نسمي (S) الجملة التالية: $\begin{cases} x \equiv 3 [15] \\ x \equiv 6 [7] \end{cases}$ ، حيث x عدد صحيح.
- (1) بين أن العدد 153 حل للجملة (S) .

$$(2) \text{ إذا كان } x_0 \text{ حلاً لـ } (S) \text{، بين أن: } (x \text{ حلاً لـ } (S)) \text{ يكافئ } \begin{pmatrix} x - x_0 \equiv 0 [15] \\ x - x_0 \equiv 0 [7] \end{pmatrix}$$

- (3) حل الجملة (S) .
 - (4) يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب، فإذا استعمل علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.
- إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و 600 كتابا، ما عدد هذه الكتب؟

التمرين الحادي عشر باك 2013 م 2

- x و y عدنان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $11x + 7y = 1$.
- (1) عيّن $(x_0; y_0)$ ، حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 + y_0 = -1$.
 - ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

$$(2) \text{ و } a \text{ و } b \text{ عدنان طبيعيان و } S \text{ العدد الذي يحقق: } \begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases}$$

- أ- بين أن $(a; -b)$ حل للمعادلة (E) .
- ب- ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77؟
- (3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2.
 - عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n < 2013$.

التمرين الثاني عشر باك 2014 م 2

n و p عددان طبيعيين .

(1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n .

(2) نضع $D_p = 5^p$ و $C_n = 16n + 9$.

أ- بين أنه إذا كان $p = 4k + 2$ حيث عدد k طبيعي ، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $D_p = C_n$.
ب- عين n من أجل $p = 6$.

(3) f هي الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$.

أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

(4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5^4 \left(u_n + \frac{9}{16} \right) - \frac{9}{16}$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n عدد طبيعي .

(5) استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث عشر باك 2015 م 1

(1) عين حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13 .

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $3 - 2014^{2037} + 42 \times 138^{2015}$ على 13 .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$.

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0 [13]$.

التمرين الرابع عشر باك 2016 م 1

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $6x - 7y = 19$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

(1) جد الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) حيث $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E) .

(2) استنتج قيم العدد الصحيح λ التي تحقق $\begin{cases} \lambda \equiv 24 [7] \\ \lambda \equiv 5 [6] \end{cases}$ ، ثم عين باقي قسمة العدد λ على 42 .

(3) عين جميع الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث : $|x + y - 1| \leq 13$.

(4) أ- أدرس بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة : $\begin{cases} n - 5^n \equiv 2020 [7] \\ n \equiv 1437 [6] \end{cases}$.

التمرين الخامس عشر باك 2017 م 2

(1) بين أن : من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k} \equiv 1 [11]$.

(2) استنتج حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .

(3) بين أنه من أجل عدد طبيعي n العدد $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$ يقبل القسمة على 11 .

(4) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$ قابلاً للقسمة على 11 .

التمرين السادس عشر باك 2017 (الإستثنائي) م 1

(1) عين ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

(2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5 .

(3) برهن أن : من أجل كل عدد طبيعي n العدد $(48^{4n+3} - 2 \times 9^{2n+1} + 1)$ مضاعف للعدد 5 .

(4) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(3^{4n} + 27^n - 4)$ قابلاً للقسمة على 5 .

$$(u_n) \text{ و } (v_n) \text{ المتتاليتان العدديتان المعرفتان على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases} \text{ و } v_n = u_n - 3n + 1$$

- (1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- (2) أكتب بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .
- (3) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
- (4) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسم الإقليدية لـ 7^n على 9 .
بـ ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$.
جـ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

التمرين الثامن عشر باك 2019 م 2

- (1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: (E) $5x - 3y = 1$ ، حيث x و y عدنان صحيحان .
أتحقق أن الثنائية $(6n + 2; 10n + 3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي .
بـ استنتج أن العددين $6n + 2$ و $10n + 3$ أوليان فيما بينهما .
- (2) نضع : $a = 10n + 3$ و $b = 3n + 5$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
أبين أن $d = 1$ أو $d = 41$.
بـ بين أنه إذا كان $d = 41$ فإن $n \equiv 12[41]$.
- (3) ليكن العدنان الطبيعيان : $A = 20n^2 + 36n + 9$ و $B = 6n^2 + 19n + 15$.
أبين أن العددين A و B يقبلان القسمة على $2n + 3$.
بـ جد بدلالة n وحسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين التاسع عشر باك 2020 م 1

- (1) نعتبر المعادلتين (E_1) $693x - 216y = 738$ و (E_2) $77x - 24y = 82$ ، حيث x و y عدنان صحيحان .
جد $\text{PGCD}(693; 216)$ واستنتج أن المعادلتين (E_1) و (E_2) متكافئتان .
- (2) تحقق أن الثنائية $(2; 3)$ حل للمعادلة (E_2) ، ثم أوجد حلولها في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
- (3) جد الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E_2) التي تحقق $|y - x| \leq 54$.
- (4) ليكن N عددا طبيعيا يكتب $\beta 68\alpha$ في النظام ذي الأساس 9 ويكتب $1\alpha\beta 0\alpha$ في النظام ذي الأساس 6 .
حيث α و β عدنان طبيعيان .
جد العددين α و β ، ثم أكتب العدد N في النظام العشري .

التمرين العشرون باك 2020 م 2

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .
بـ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $1 - 2 \times 3^{1441} - 8^{2020}$ على 5 .
- (2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعتبر العدد الطبيعي a_n حيث : $a_n = 3^{n+1} + 4$.
عين الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون : $a_n \equiv 0[5]$.
- (3) نعتبر العدد الطبيعي b_n بحيث : $b_n = 7a_n + 5$.
أعين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a_n و b_n .
بـ بين أن $a_n \equiv 0[5]$ إذا وفقط إذا كان $b_n \equiv 0[5]$.
جـ استنتج الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون a_n و b_n أوليين فيما بينهما .

“The only way to learn mathematics is to do mathematics”