

## مختارات من البكالوريا التجريبية

### من ثانويات الوطن

# الإحتمالات

التمرين 1 : (04 نقاط) المؤسسة الخاصة: الرجاء والرفوق (بوزريعة) دورة: أوت 2020

إعداد: عبد المطلب

الشعبة: علوم تجريبية

يحتوي كيس على ست كريات بيضاء تحمل الرقم 1 وأربع كريات سوداء تحمل الرقم  $a$ ، حيث  $a$  عدد طبيعي أكبر تماما من 1. نسحب ثلاث كريات في آن واحد بطريقة عشوائية.

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة.

1- عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ ، ثم بيّن أنّ الأمل الرياضي  $E(X) = \frac{9+6a}{5}$ .

2- عيّن قيمة للمتغير العشوائي  $X$  بحيث  $[E(X)]^2 = 9E(X)$ .

3- نضيف إلى الكيس السابق كرتين حمراوين، ثم نسحب منه كرية واحدة. إذا كانت بيضاء نربح، وإذا كانت سوداء نخسر، أما إذا كانت حمراء فنسحب كرة أخرى من الكيس دون إرجاع الكرة الحمراء وهكذا...

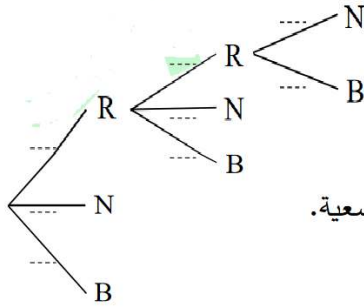
نسمي الحادثة  $B$ : سحب كرة بيضاء.

نسمي الحادثة  $N$ : سحب كرة سوداء.

نسمي الحادثة  $R$ : سحب كرة حمراء.

(أ) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تتمتع هذه الوضعية.

(ب) احسب الاحتمال  $p_1$  للربح واستنتج الاحتمال  $p_2$  للخسارة.



جمعها لكم الأستاذ فرحاتي

التمرين 2 (04 نقاط):

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام ب: 0،0،0،1،2،3،4،

و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام -1،-3،-4، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق

1 ( أحسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون"

B: "الحصول على كرة حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا"

C: "الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم"

2) نعيد الصندوق إلى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون إرجاع كرتين من الصندوق .

(أ) أحسب احتمال: D: "الحصول على كرتين مختلفتين اللون"، E: "الحصول على كرتين جداء رقميهما عددا سالبا تماما"

ثانويات الأغواط المقاطعة -1-

دورة ماي 2019

التمرين 3 : (04 نقاط)

تتكون باقية ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر .

(I) نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاث وردات من هذه الباقية .  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة .

(1) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

(2) أحسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  .

(II) نختار على التوالي وبدون إرجاع ثلاث وردات من هذه الباقية .  
نعتبر الحادثان التاليان :

الحادث  $A$  : " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون " .

الحادث  $B$  : " اختيار ورتين على الأقل لونهما أحمر " .

(1) أحسب الإحتمالات التالية  $P(A)$  ،  $P(B)$  ، و  $P(A \cap B)$  .

(2) علما أن الوردات المختارة من نفس اللون ، ما هو الاحتمال أن تكون حمراء . (الحادث  $R$  : اختيار ثلاث وردات حمراء)

المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية

دورة : ماي 2019

التمرين 4 : (04 نقاط)

يحتوي صندوق  $U_1$  على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق  $U_2$  على كرتين حمراوين و 5 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق  $U_3$  على 3 كرات تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان معا الرقم 2 .

(1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من  $U_1$  ، (ولا نهتم بالصندوقين  $U_2$  و  $U_3$ ) .

(ا) ما هو عدد الحالات الممكنة .

(ب) ما هو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون .

(ج) ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل .

(د) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

– حدد قانون احتمال  $X$  .

(2) نسحب الآن كرة من  $U_3$  . إذا كان رقمها هو 1 نسحب كرة من  $U_1$  ، أما إذا كان رقمها هو 2 فنسحب كرة من  $U_2$  .

(ا) ما هو احتمال الحصول على كرة حمراء .

(ب) علما أن الكرة المسحوبة حمراء ، ما هو احتمال كونها مسحوبة من  $U_1$  .

(نسمي الأحداث التالية الحادث  $R$  : الكرة المسحوبة حمراء ، الحادث  $A_1$  : الكرة مسحوبة من الصندوق

$U_3$  وتحمل الرقم 1 ، الحادث  $A_2$  : الكرة مسحوبة من الصندوق  $U_3$  وتحمل الرقم 2 ، الحادث  $B$  : الكرة

مسحوبة من الصندوق  $U_1$ )

المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية

دورة : ماي 2019

التمرين 5 : (03.5 نقاط)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لفتح 30% من تلاميذ ثانوية ما ، وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوية كمايلي :

ثانوية الإخوة قوادري هني -بني ودرن-

ولاية الشلف دورة : ماي 2019

إحتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقح هو  $\frac{1}{16}$

إحتمال أن يكون ملقحا علما أنه مصاب هو  $\frac{3}{14}$

يتم إختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية ، نرمز ب  $V$  إلى الحادثة "التلميذ ملقح" ونرمز ب  $M$  إلى الحادثة "التلميذ مصاب بالمرض"

(1) شكل شجرة الإحتمالات المنمذجة لهذه الوضعية

(2) أحسب  $P(V \cap M)$  إحتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمرض

(3) أثبت أن  $P(M) = \frac{7}{80}$  إحتمال أن يكون التلميذ مصاب بالمرض

(4) أحسب  $P(\bar{V} \cap M)$  إحتمال أن يكون التلميذ غير ملقح ومصاب بالمرض ثم استنتج  $P_{\bar{V}}(M)$

(5) أحسب  $P(\bar{V} \cap \bar{M})$

## التمرين 6 :

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1، 1، 2، و 5 خضراء تحمل الأرقام 1، 2، 2، 2، 3 و 4 حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2، 2.

ثانوية بورقة العيفة  
دورة: ماي 2019  
ولاية سطيف

نسحب عشوائيًا و في ان واحد ، كرتين من الكيس  
نعتبر الحادثين  $A$  (سحب كرتين من نفس اللون) ،  $B$  (سحب كرة خضراء على الأقل)

1- 1 - احسب احتمال كل حادثة من الحوادث :  $A \cap B$  ،  $B$  ،  $A$   
ب - هل الحادثان  $A$  ،  $B$  مستقلتان

2 - ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جذاء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين

1 - عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ، ثم عرف قانون احتماله

ب - احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغير  $X$

ج - احسب احتمال الحادثة  $|X - 4| = 2$

## التمرين 7 :

يحتوي وعاء على ثلاث قريصات بيضاء مرقمة بالشكل 1، 5، 5 و أربع قريصات حمراء مرقمة بالشكل 1، 3، 3، 3  
القريصات متماثلة لا نفرق بينها عند للمس،

ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية بسكرة  
دورة ماي 2019

نسحب عشوائيًا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد .

1) احسب احتمال الحدثين التاليين:

$A$  : " الحصول على قريصتين من نفس اللون"

$B$  : " الحصول على قريصتين مجموع رقميهما 6"

2) احسب  $P(A \cap B)$  ، هل الحدثين  $A$  ،  $B$  مستقلين؟

3)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

(أ) ما هي قيم المتغير العشوائي  $X$ ؟

(ب) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$

(ج) احسب أمله الرياضي و انحرافه المعياري.

## التمرين 8 : (07 ن).

1- يحتوي صندوق  $U_1$  على 6 كرات سوداء تحمل الأرقام 1، 2، 2، 3، 3، 3 و 6 كرات بيضاء

تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2، 2، 3، كل الكرات لا نفرق بينها عند للمس.

نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ/ احسب عدد الحالات الممكنة.

ب/ احسب الاحتمالات التالية:

1) سحب كرتين من لونين مختلفين.

2) سحب كرتين تحملان نفس الرقم.

3) سحب كرتين تحملان الرقم 1 و بلونين مختلفين.

4) سحب كرتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون.



جمعها لكم الأستاذ فرحاتي

التمرين 9 : (5 نقاط) : صندوق يحتوي على 4 كرات حمراء و كرتين سوداوين . الكرات متماثلة

و لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق .

(1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :  $A_0$  " لم نسحب أي كرات سوداء "

$A_1$  " سحب كرة سوداء بالضبط . "

$A_2$  " سحب كرتين سوداوين . "

(2) بعد السحب الأول بقيت في الصندوق 4 كرات ، نجري سحبا اخر على التوالي ودون ارجاع، نعتبر

الحوادث التالية :  $B_0$  " لم نسحب أي كرات سوداء عند السحب الثاني . "

ثانوية : الشهيد شريط لزهر الحمامات

$B_1$  " سحب كرة سوداء بالضبط في السحب الثاني . "

تبسة دورة (ماي 2018)

$B_2$  " سحب كرتين سوداوين عند السحب الثاني . "

(أ) أحسب  $P(B_0)$  ،  $P(A_1(B_0))$  ،  $P(A_2(B_0))$  واستنتج  $P(B_0)$

(ب) اذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الأول .

(3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق في أن واحد . نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

(أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  و أحسب أمله الرياضي.

(ب) احسب التباين والانحراف المعياري.

التمرين 10 (4 نقاط) :

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام : 1 , 2 , 2 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2 , 2

ثانوية : محمادي أحمد - العناصر -

الموسم الدراسي : 2017/2018

(1) نسحب كرة واحدة من الكيس.

أ - ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1.

ب - إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال أن يكون لونها أحمر

(2) نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون ارجاع .

أ - ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا

ب - ما احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

ج - ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3

جمعها لكم الأستاذ فرحاتي

### التمرين 11 : ( 4 نقاط )

يضم كيس خمس كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كرات حمراء مرقمة من 6 إلى 8 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 9 و 10 (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

(1) ما احتمال وقوع الحادث التالية:  $A$  "الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين فرديين".

$B$  "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون" و  $C$  "الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين"

هل الحادثتان  $A$  و  $B$  مستقلتان؟

(2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل؟

(3) ما احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديين علما أنهما من لونين مختلفين؟

(4) ما هو عدد الكرات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون عدد الحالات الممكنة يساوي 120؟

مديرية التربية لولاية عين تموشست  
ثانوية داودي محمد - المالح -  
دورة ماي: 2018

### التمرين 12 : (04)

نعتبر صندوقين متماثلين  $U_1$  و  $U_2$  بحيث :

$U_1$  يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 1، 2، 0 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 1، 1، 0.

$U_2$  يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2 وكرتين خضراوين تحمل الرقمين 1، 0.

ثانوية: محمد بونعامه  
نيسمسيان

(كل الكرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)

نختار عشوائيا احد الصندوقين فاذا كان  $U_1$  نسحب كرتين على التوالي بدون ارجاع واذا كان  $U_2$  نسحب منه كرتين على التوالي بالارجاع

(1) احسب احتمال الحادث التالية :

$A$  "سحب كرتين من نفس اللون" ،  $B$  "سحب كرتين تحملان نفس الرقم" ،  $C$  "سحب كرة حمراء على الاقل"

(2) هل الحادثتان  $A$  و  $B$  مستقلتان؟ علل.

(3) اذا علمت ان الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين . فما احتمال ان تكون من الصندوق  $U_1$ ؟

ii. نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين  $U_1$  و  $U_2$  ونضعها جميعها في صندوق واحد  $U_3$  . نسحب عشوائيا من الصندوق  $U_3$  كرتين في ان واحد . وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الأرقام التي التي تحملهما الكرتين المسحوبتين

1. عين قيم المتغير العشوائي  $X$

2. عرف قانون الاحتمال لـ  $X$

### التمرين 13 : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

(1) أحسب احتمال الحصول على :

(أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

(ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

(ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثلى مثلى .

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

(أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

(ب) أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  والانحراف المعياري  $\sigma(X)$  .

مديرية مدارس أشبال الأمة  
السنة الدراسية: 2018/2019  
المستوى: السنة الثالثة ثانوي  
الشعبة: رياضيات

جمعها لكم الأستاذ فرحاتي

## التمرين 14 (4 نقاط)

كيس يحتوي على 9 كريات لا تميز بينها باللمس منها 5 حمراء مرقمة بالأرقام 1، 1، 1، 3، 3 و 4 كريات سوداء مرقمة كلها بالرقم 2  
 ❖ نسحب عشوائيا في ان واحد كرتين من الكيس.

ثانوية الحمادية – بجاية  
 الشعبة : رياضيات  
 دورة : ماي 2019

1/ أحسب احتمالات الأحداث الآتية:  $A$  " الكريات مختلفة الألوان "

$B$  " الكريات من اللون الأحمر "

$C$  " الكريات تحمل نفس الرقم علما انها حمراء "

2/ نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام التي تظهر على الكريات .

أ/ حدد قانون احتمال  $X$

ب/ أحسب الأمل الرياضي لـ  $X$

3/ نفرض أن عملية السحب نعيدها 4 مرات متتالية وفي كل مرة نعيد الكرتين المسحوبتين الى الكيس ونعتبر المتغير العشوائي  $Y$

الذي يرفق بكل عملية عدد مرات الحصول على كرتين مختلفتين في اللون . حدد قانون احتمال  $Y$

## التمرين 15 4 نقاط

ثانوية العقيد أوعمران أعمر - فريقات  
 دورة : ماي 2022  
 لولاية تيزي وزو  
 الشعبة : 3 رياضيات

يحتوي كيس غير شفاف على كرتين بيضاوين و  $n$  كرية سوداء حيث  $n \in \mathbb{N}$  و  $n \geq 2$  ( الكريات متماثلة لا تميز بينها باللمس )

1) نعتبر أن  $n = 5$  نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

نعتبر الحدثين :  $A$  : " سحب ثلاث كريات مختلفة اللون " ،  $B$  : " سحب كرية بيضاء واحدة على الأكثر "

- أحسب  $P(A)$  احتمال الحدث  $A$  ثم بين أن :  $P(B) = \frac{6}{7}$

2) نعيد الكيس إلى حالته الابتدائية ونسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع .

نعرف المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي  $X$  .

ب) أنقل وأكمل الجدول التالي مع التبرير :

ج) بين أن الأمل الرياضي  $E(X) = \frac{4}{n+2}$

$X = x_i$	...	1	...
$P(X = x_i)$	$\frac{n^2 - n}{(n+2)(n+1)}$	...	...

## الاستاذ : بالعبيدي محمد العربي

## التمرين 16 : (4 نقاط)

نفترض أن لدينا ثلاث أكياس متماثلة ، الكيس الأول  $U_1$  يحوي 3 كريات حمراء و 5 كريات سوداء ، الكيس الثاني  $U_2$  يحوي كرتين حمراوين و كرية سوداء ، أما الكيس الثالث  $U_3$  فيحوي كرتين حمراوين و 3 كريات سوداء ( كل الكريات متماثلة ولا تميز بينها في اللمس ) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية واحدة :

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس  $U_2$  .؟

3) نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كرتين في آن واحد. إذا كانت الكرتان المسحوبتان حمراوين يربح اللاعب 13 دج و إذا كانت الكرتان المسحوبتان سوداوين يخسر اللاعب 16 دج أما إذا كانت الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح اللاعب 3 دج . ليكن  $X$  المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .



## التمرين 20 : (04 نقاط)

بغرض إجراء دراسة على مرض الحصبة الألمانية , و عند تلقيح 40% من أطفال بلدية ما من بلديات ولاية غرداية وبالمتابعة تبين أن 85% من الأطفال الملقحين غير مصابين بهذا المرض , وأن 75% من الأطفال الذين لم يلحقوا مصابين بالمرض نختار عشوائيا طفلا من هذه البلدية .

نعتبر الحادثين : "  $M$  " الطفل المختار مصاب بالمرض " و "  $V$  " الطفل المختار ملقح "

مديرية التربية لولاية غرداية  
المقاطعة الأولى  
دورة ماي 2019  
الشعبة : تسيير وإقتصاد

1 - أنشئ شجرة الاحتمالات الموافقة للمعطيات .

2 - تحقق أن احتمال الحدث  $V \cap M$  يساوي 0,06

3 - ما هو احتمال أن يكون الطفل المختار مصابا بالمرض و غير ملقح .

4 - استنتج الاحتمال  $P(M)$

5 - علما أن الطفل المختار غير مصاب بالمرض , أحسب احتمال أن يكون ملقحا .

## التمرين 21 : (04 نقاط)

ينتج مصنع مجموعة كبيرة من أجهزة تكييف الهواء من المُرَجَّح أن يكون بها عيبان  $a$  و  $b$  . لقد أدت دراسة احصائية للإنتاج إلى النتائج الآتية:

• 3% من الأجهزة بها العيب  $a$  .

• 8% من الأجهزة التي بها العيب  $a$  , بها العيب  $b$  كذلك .

• من بين المكيفات السليمة من العيب  $a$  يوجد 2% بها العيب  $b$  .

نختار عشوائيا جهاز من بين المجموعة , نرمز بالحادثة "  $A$  " الجهاز المختار به العيب  $a$  " و الحادثة "  $B$  " الجهاز المختار به العيب  $b$  " .

نمثل الوضعية في الشجرة المقابلة .

1. أنقل ثم أكمل الشجرة .

2. أحسب الاحتمالات التالية: (تعطى النتائج مدورة إلى  $10^{-3}$ )

أ- احتمال أن يكون الجهاز به العيبان  $a$  و  $b$  .

ب- احتمال أن يكون الجهاز به العيب  $b$  فقط .

ج- احتمال أن يكون الجهاز سليما من أي عيب .

د- احتمال ان يكون الجهاز به العيب  $a$  علما ان به العيب  $b$  .

