

تمارين في الجبر للاقسام النهائية – رياضيات و تقني رياضي – 2017 / 2018

جميعها الاستاذ : يوفلاط محمد

التمرين الأول :

برهن أن العدد $A = 5^{45} + 4^{30}$ عدد غير أولي .

التمرين الثاني :

برهن انه من أجل كل عدد صحيح n : $n^4 - 20n^2 + 4$ عدد غير أولي .

التمرين الثالث :

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ يقبل القسمة على 14 .

التمرين الرابع :

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3^{5n} + 5^{5n+1} + 4^{5n+2}$ يقبل القسمة على 11 .

التمرين الخامس :

عين الاعداد الصحيحة n حيث : $\sqrt{\frac{11n-5}{n+4}} \in \mathbb{N}$.

التمرين السادس :

حل في $\mathbb{Z}^2$: $x^2 = 9y^2 - 39y + 40$.

التمرين السابع :

حل في $\mathbb{Z}$ جملة الموافقات :

$$\begin{cases} x \equiv 1[6] \\ x \equiv 3[10] \\ x \equiv 7[15] \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 5x \equiv 7[6] \\ 7x \equiv 11[10] \\ 11x \equiv 5[15] \end{cases} \quad (2)$$

التمرين الثامن :

حل في $(\mathbb{N}^*)^2$: $11p \gcd(x; y) + ppcm(x; y) = 203$.

التمرين التاسع :

بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $2^{2^{8n+6}} + 10$ يقبل القسمة على 13 .

التمرين العاشر :

عين اصغر عدد طبيعي n حيث : $n \equiv 6[23]$ و $n^2 \equiv 13[23^2]$.

التمرين الحادي عشر :

حل في $\mathbb{Z}$ الموافقات التالية :

(1) $n+5 \equiv 0[n+3]$.

(2) $2n-5 \equiv 0[n-2]$.

(3) $n^2 - 3n + 6 \equiv 0[n+1]$.

التمرين الثاني عشر :

(1) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للاعداد 4^n و 5^n على 7 ؟

(2) حل في $\mathbb{N}$ المعادلة : $100 - 102^n + 103^n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث عشر :

(1) ماهو باقي القسمة الاقليدية للعدد 5^{136} على 7 ؟

(2) يكتب العدد $3x53$ في النظام العشري . عين x حتى يقبل العدد $5^{136} + 3x53$ القسمة على 7 .

التمرين الرابع عشر :

برهن ان الجملتين (S_1) و (S_2) متكافئتين :

$(S_1) : \begin{cases} xy \equiv x^2[6] \\ 2xy + x^2 \equiv 3[6] \end{cases}$

$(S_2) : \begin{cases} x(y-x) \equiv 0[6] \\ xy \equiv 1[2] \end{cases}$

التمرين الخامس عشر :

عين كل الثنائيات الطبيعية $(a;b)$ حيث : $\begin{cases} \text{ppgcd}(a;b) = 5 \\ \text{ppcm}(a;b) = 8160 \end{cases}$.

التمرين السادس عشر :

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي : $u_0 = 14$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5u_n - 6$.

(1) أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

ضع تخميننا حول الرقمين الأخيرين لـ u_n ؟

(2) برهن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2} \equiv u_n[4]$.

ثم استنتج من اجل كل عدد طبيعي k ، $u_{2k} \equiv 2[4]$ و $u_{2k+1} \equiv 0[4]$.

(3) أ) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n = 5^{n+2} + 3$.

- ب) استنتج من اجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n \equiv 28[100]$.
هل يمكن استنتاج أن $u_n \equiv 14[100]$ ؟
(4) عين الرقمين الاخيرين في الكتابة العشرية لـ u_n تبعا لقيم n ثم تأكد من التخمين السابق .
(5) برهن ان $\gcd(p)$ لحددين متتابعين من المتتالية (u_n) ثابت ثم حدد قيمته .

التمرين السابع عشر :

- (1) برهن من أجل كل عدد طبيعي n ، $8^{2n} \equiv 1[21]$.
(2) استنتج من اجل كل عدد طبيعي n ، $2^{4n+1} + 5 \equiv 0[21]$.
(3) عين باقي القسمة الاقليدية للأعداد $64^{16^{8^42}}$ ، $2^{16^{8^42}}$ و $32^{16^{8^42}}$ على 21 .

التمرين الثامن عشر :

- (1) برهن ان العدد $2222^{5555} + 5555^{2222}$ يقبل القسمة على 7 .
(2) برهن ان العدد $10^{5^{10^{5^{10^5}}}} + 5^{10^{5^{10^{5^{10^5}}}}}$ يقبل القسمة على 7 .