✓ التمرين 01 ◄

♠ تحتوي علبة على 12 كرية منها : 5 بيضاء ، 4 حمراء و 3 خضراء (لا نميّز بينها عند اللمس) . نسحب عشوائيا 3 كريات من هذه العلبة. نعتبر الأحداث التالية : A:" الكريات المسحوبة بيضاء"
D:" الكريات المسحوبة من نفس اللون"
E:" ألوان الكريات المسحوبة مختلفة مثنى مثنى"
F:" من بين الكريات المسحوبة توجد كريتان بيضاوان بالضبط"
G:" من بين الكريات المسحوبة توجد كرية بيضاء على الأقل"

♠ احسب احتمال كل حدث من الأحداث : A ، D ، E ، F و G في كل حالة من الحالات الآتية :
[1] ♦ السحب في آن واحد . [2] ♦ السحب على التوالي وبإرجاع . [3] ♦ السحب على التوالي وبدون إرجاع .

✓ التمرين 02 ◄

♠ صندوق به 15 كرية 6 سوداء 5 حمراء 4 صفراء.نسحب عشوائيا 3 كريات في ان واحد
[1] ♦ ماهو عدد السحبات الممكنة
[2] ♦ ما هو احتمال الحصول على كرتين سوداء و كرة صفراء
[3] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون ؟
[4] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات مختلفة اللون ؟
[5] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل ؟
[6] ♦ ماهو احتمال الحصول على كريتين صفراء على الاكثر ؟
[7] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات حمراء ؟
[8] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات منهم واحدة سوداء فقط ؟

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء المسحوبة.
[1] ♦ حدد القيم التي ياخذها X. [2] ♦ حدد قانون الاحتمال
[3] ♦ احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري.

✓ التمرين 03 ◄

♠ كيس به 9 كريات 3 سوداء 4 حمراء 2 خضراء.نسحب عشوائيا 3 كريات على التوالي و بدون ارجاع الكرية المسحوبة
[1] ♦ ماهو عدد السحبات الممكنة ؟
[2] ♦ ما هو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل لون احمر ؟
[3] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرتين سوداء و كرة خضراء ؟
[4] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل ؟

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.
[1] ♦ حدد القيم التي ياخذها X. [2] ♦ حدد قانون الاحتمال
[3] ♦ احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري

✓ التمرين 04 ◄

♠ كيس به 8 كريات 2 بيضاء 3 حمراء 3 سوداء.نسحب عشوائيا 3 كريات على التوالي و بارجاع الكرية المسحوبة
[1] ♦ ماهو عدد السحبات الممكنة ؟
[2] ♦ ما هو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون ؟
[3] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء كرتين سوداء ؟
[4] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل ؟

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
[1] ♦ حدد القيم التي ياخذها X. [2] ♦ حدد قانون الاحتمال
[3] ♦ احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري

✓ التمرين 05 ◄

♠ صندوق به 10 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس،من بينها خمسة بيضاء تحمل الارقام 1،2،3،3،2 وثلاث حمراء تحمل الارقام 2،2،3 وكريتان سوداء تحمل الرقمين 1،1. نسحب عشوائيا وفي ان واحد 3 كرات

[1] ♦ ماهو عدد السحبات الممكنة ؟
[2] ♦ ما هو احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء فقط ؟
[3] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل الرقم 2 ؟
[4] ♦ ماهو احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1 ؟
[5] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها يساوي 7 ؟
[6] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها اكبر تماما من 7 ؟
[7] ♦ ماهو احتمال الحصول على 3 كرات جداها اقل تماما من 6 ؟

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات التي تحمل الرقم 2 .

[1] ♦ حدد القيم التي ياخذها X. [2] ♦ حدد قانون الاحتمال
[3] ♦ احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري

✓ التمرين 06 ◄

♠ ندوق به 9 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس،من بينها 4 حمراء تحمل الارقام 1،2،2،3 و 3 سوداء تحمل الارقام 2،2،3.

★ نسحب كرتين عشوائيا وفي ان واحد

[1] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون ؟
[2] ♦ ما هو احتمال الحصول على كرتين من نفس الرقم ؟
[3] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرة خضراء على الاقل ؟
[4] ♦ ماهو احتمال الحصول على كرتين مجموع ارقامهما يساوي 5 ؟

★ نفس الاسئلة ولكن السحب يكون على التوالي و بدون ارجاع ★ نفس الاسئلة ولكن السحب يكون على التوالي مع الارجاع

✓ التمرين 07 ◄

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس،منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1،2،2،3 وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ: 2،2،3 وثلاث كرات خضراء مرقمة بـ: 2 2 3 . نسحب عشوائيا وفي ان واحد 3 كرات

نعتبر الحادثتين A:" الكريات المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني".

B:" الكريات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم".

[1] ♦ أ- أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B

♦ ب- بين ان $P(A\cap B)=\dfrac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا.

[2] ♦ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضي

✓ التمرين 08 ◄

♠ يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها اربع كريات تحمل الرقم 1 وكرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها اربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 .(كل الكريات متماثلة لانفرق بينها باللمس).

نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد ونعتبر الحادثتين : A : " سحب كرتين من نفس اللون".

B : " سحب كرتين من نفس الرقم".

[1] ♦ بين احتمال الحادثة A هو $P(A)=\dfrac{31}{66}$ واحسب احتمال B

[2] ♦ علما ان الكرتين المسحوبتين من نفس اللون،مااحتمال ان تحملا نفس الرقم؟

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس.

[3] ♦ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضي

✓ التمرين 09 ◄

♠ صندوق يحوي 12 كرة: 5 بيضاء، 4 حمراء، 3 خضراء.لانفرق بينها باللمس.نسحب عشوائيا 3 كرات.احسب احتمال الحوادث التالية باعتبار السحب في الحالات الثلاثة (في ان واحد، دون ارجاع ، مع ارجاع) :

A "الحصول على ثلاث كرات بيضاء"

B "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"

C "الحصول على ثلاث كرات بهذا الترتيب : الاولى بيضاء،الثانية حمراء،الثالثة خضراء"

D "الحصول على ثلاث كرات مختلفة الالوان مثنى مثنى"

E "الحصول على ثلاث كرات من بينها كرتين بيضاوين"

F "الحصول على ثلاث كرات الاولى والثانية بيضاوين"

G "الحصول على ثلاث كرات الولى والثانية فقط بيضاوين"

H "الحصول على ثلاث كرات من لونين فقط"

I "الحصول على ثلاث كرات تظم على الاقل كرة بيضاء"

J "الحصول على ثلاث كرات تظم على الاكثر كرة بيضاء"

✓ التمرين 10 ◄

♠ كيس يحتوي على 3 كرات بيضاء 4 سوداء وكل الكرات متماثلة وغير متمايزة عند اللمس.نجري سلسلة من السحبات في كل سحبة ناخذ عشوائيا كرة من الكيس اذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و اذا كانت بيضاء لانعيدها الى الكيس و نسحب مرة اخرى و هكذا

[1] ♦ أ) احسب احتمال كل من الاحداث التالية: A " الكرة المسحوبة في المرة الاولى سوداء"

B " الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء"

♦ ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة.

[2] ♦ ليكن X المتغيرالعشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي اجريناها. اعط قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله.

✓ التمرين 11 ◄

♠ ثلاث أكياس متماثلة U_1، U_2، U_3. كل منها يحوي 6 كرات متماثلة: U_1 يحوي 2 كرتين بيضاوين و 4 حمراء .

U_2 يحوي 3 كرات بيضاءو 3 حمراء. و U_3 يحوي 5 كرات بيضاءو 1 حمراء.

نختار عشوائيا كيسا من الاكياس الثلاثة ثم نسحب منه كرة واحدة.

[1] ♦ شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تنذج هذه الوضعية

[2] ♦ احسب احتمال سحب كرة بيضاء من الكيس U_3

[3] ♦ احسب احتمال سحب كرة بيضاء

[4] ♦ علما ان الكرة المسحوبة بيضاء ماهو احتمال ان تكون من الكيس U_3

✓ التمرين 12 ◄

♠ يحتوي كيس U_1 على 5 كرات بيضاء و 7 كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 11 كرة سوداء. لا نفرق بينها عند اللمس.

[1] ♦ للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 يرميه مرة: إذا حصل على الرقم 6 .يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1، والا يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2.

♦ أ) لتكن B الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء " بين ان $P(B) = \frac{5}{36}$.

♦ ب) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من U_1 أكبر من احتمال أن تكون من U_2؟

[2] ♦ يكرر السيد أحمد الاختبار $-preuve-$ المعرفة في السؤال الأول مرتين . في شروط متطابقة و مستقلة(أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى)

ليكن X عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح X DA إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر 20 DA اذا حصل على كرة سوداء. نرمز ب Y للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.

♦ أ) عين قيم Y ثم عين قانون احتمال Y ♦ ب) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة X.

♦ ج) من اجل اي قيمة X يكون $E(Y) \geq 0$

✓ التمرين 13 ◄

♠ يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراءويحتوي U_2 على 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء(لانفرق بينها باللمس).نسحب كرةواحدة من الصندوق U_1 ونسحب في ان واحد كرتين من الصندوق U_2

[1] ♦ احسب احتمال الحصول على 3 كرات خضراء.

[2] ♦ احسب احتمال الحصول على كرة خضراء على الاقل علما ان الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء

[3] ♦ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

♦ أ) عين قانون احتمال X واحسب $E(X)$. ♦ ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

✓ التمرين 14 ◄

♠ لدينا صندوقان A, B الصندوق A يحوي 4 كرات حمراء و 3 بيضاء و 2 خضراء. الصندوق B يحوي 2 حمراء و 2 بيضاء.

نسحب 3 كرات بالكيفية الاتية: كرتان في ان واحد من الصندوق A وكرة واحدة من الصندزق B

[1] ♦ احسب احتمال الحوادث التالية: E : الحصول على ثلاث كرات بيضاء.

F :من بين الثلاث كرات توجد كرتان خضراوان.

[2] ♦ نفرض ان بعد عملية السحب حصلنا على ثلاث كرات من بينها كرتان حمراوان،مااحتمال ان تكون واحدة منهما من الصندوق B؟

[3] ♦ نعتبر X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبةمن الصندوق A. حدد قانون احتمال X ثم أحسب أمله .

✓ التمرين 15 ◄

I) يحتوي كيس U_1 على ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين.

نسحب عشوائيا وعلى التوالي كرتين من الكيس و بارجاع الكرة المسحوبةالى الكيس قبل السحب الموالي.

[1] ♦ احسب احتمال الحصول على: أ)- كرتين حمراوين.

ب) كرتين من لونين مختلفين.

[2] ♦ ليكن Xالمتغير العشوائي الذي يربط بكل سحبة عدد الكرات السوداء.اعط قانون احتمال و احسب امله.

II) نعتبر U_2كيس ثاني يحوي كرتين حمراوين وكرتين سوداوين.نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق U_1وكرة من الصندوق U_2.

[1] ♦ مااحتمال سحب 3 كرات من نفس اللون.

[2] ♦ اخترنا بطريقة عشوائية احد الكيسين وسحبنا منه كرة واحدة.

♦ أ)- ما احتمال ان تكون هذه الكرة حمراء؟

♦ ب)- نفرض ان الكرة المسحوبة حمراء ما احتمال ان تكون هذه الكرة مسحوبة من U_1

✓ التمرين 16 ◄

[1] ♦ يحتوي كيس U_1 على 5 كرات : ثلاث منها تحمل الرقم 2 وكرتين تحملان الرقم 3 . ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 كرات : ثلاث منها بيضاء واثنان حمراء. كل الكرات لايمكن التمييز بينها.

-نسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 ونسجل رقمها.ثم نسحب عشوائيا وفي ان واحد n كرة من الكيس U_2 بحيث n هوالرقم الذي تحمله المسحوبة من U_1

♦ أ- ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء.

♦ ب-ماهو احتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 .

[2] ♦ ليكن X المتغيرالعشوائي الذي يساوي عدد الكرت الحمراء المسحوبة:

♦ أ-ما هي القيم الممكنة للمتغير X ♦ ب-بين ان: $P(X=0)=\frac{11}{50}$

♦ جـ-حدد فانون احتمال X واحسب امله.

✓ التمرين 17 ◄

♠ قسم يتكون من 18 تلميذا و 12 تلميذة . نريد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا و أمينا.

[1] ♦ كم عدد اللجان التي يمكن تشكيلها؟

[2] ♦ كم عدد اللجان بحيث الرئيس ولد و الأمين بنتا؟

✓ التمرين 18 ◄

♠ بكم طريقة يمكن ان يجلس 4 طلبة و 3 طالبات في صف اذا كان:

[1] ♦ الجلوس كما يشاؤون؟
[2] ♦ الطلبة جنب بعضهم و الطالبات جنب بعضهم؟
[3] ♦ اذا جلس الطلبة فقط جنب بعضهم؟
[4] ♦ طالبان لا يمكنهما الجلوس جنب بعضهما؟

✓ التمرين 19 ◄

♠ في مسابقة معينة فرض على الطلبة الاجابة على 5 من 8 أسئلة، بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار عدد الأسئلة في الحالات التالية:

[1] ♦ اختيار الأسئلة بدون شرط ؟
[2] ♦ اذا كانت الأسئلة الثلاثة الأولى اجبارية؟
[3] ♦ اذا كان من الضروري الاجابة على ثلاثة أسئلة من الأسئلة الخمسة الأولى؟

✓ التمرين 20 ◄

♠ عميد كلية يريد تشكيل لجنة تضم 5 أعضاء يتم اختيارهم من 5 رجال و 6 نساء

[1] ♦ ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها؟
[2] ♦ ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلهااذا علمت ان:
♦ أ-من بين الأعضاء يجب ان يكون رجل فقط؟
♦ ب-من بين الأعضاء يجب ان تكون امرأتين على الأكثر؟
جـ-يجب ان تتكون اللجنة من رجلين و امراتين على الاقل؟
[3] ♦ ماهو عدد اللجان اذا كانت اللجنة تضم الرئيس و النائب و الكاتب؟

✓ التمرين 21 ◄

♠ شخص ما أراد ان يدعو أصدقائه المقربين لحفلة عيد ميلاده اذا كان له 9 أصدقاء بكم طريقة يمكن ان يدعو:

[1] ♦ خمسة أصدقاء للحفلة؟
[2] ♦ خمسة اصدقاء اثنان منهم متزوجان و لابد من حضورهما معا؟
[3] ♦ خمسة أصدقاء اثنان منهم متخاصمين و لا يمكن حضورهما معا؟

✓ التمرين 22 ◄

♠ اذا كان لدينا 6 رجال و 8 نساء و أردنا تشكيل لجنة متكونة من 3 رجال و 3 نساء ماهو عدد اللجان التي تشكيلها اذا كان:

[1] ♦ رجلين يرفضان ان يكونا معا؟
[2] ♦ امرأتين ترفضان ان تكونا معا؟
[3] ♦ رجل و امرأة يرفضان ان يكونا معا؟

✓ التمرين 23 ◄

♠ اشترى طالب 3 كتب في التاريخ و 2 في الرياضيات و 4 في العلوم،رتب هذه الكتب في رف مكتبه.

[1] ♦ ماهي عدد الطرق الممكنة لترتيب هذه الكتب؟
[2] ♦ ماهو عدد الطرق لترتيب هذه الكتب بحيث يجب ترتيب الكتب من نفس النوع مع بعضها؟
[3] ♦ ماهو عدد الطرق لترتيب هذه الكتب بحيث يجب ترتيب كتب العلوم فقط مع بعضها؟

✓ التمرين 24 ◄

♠ تتكون مجموعة أشخاص من 8 رجال و 4 نساء من بينهم راجل واحد اسمه ابراهيم وامراة واحدة اسمها فاطمة.نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة اعضاء لهم نفس المهام:-أحسب احتمال الأحداث التالية:

A " تكوين لجنة تضم 3 رجال" B "تكوين لجنة تضم رجل و امراتين"
C " تكوين لجنة تضم ابراهيم " D " تكوين لجنة تضم اما ابراهيم او فاطمة "

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

[1] ♦ عرف قانون احتمال X [2] ♦ أحسب امله و التباين و الانحراف المعياري.

✓ التمرين 25

♠ ماهو عدد الطرق المختلفة التي يمكن بها ترتيب الحروف التالية :

ا	ي	ا	ل	و	ر	ك	ا	ل	ب

للحصول على كلمة " البكالوريا "

✓ التمرين 26

♠ يفتح صندوق بتشكيل سبعة أرقام سريّة مختلفة باستعمال الأرقام التالية : 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 4 زهرة ملونة في خط .

ما هو عدد الطرق المختلفة التي يمكن أن تزرع بها 5 أزهار حمراء ، 4 أزهار زرقاء وزهرتان صفراوان ؟

✓ التمرين 27

♠ تقوم مريم بزراعة 11 زهرة ملونة في خط .

ما هو عدد الطرق المختلفة التي يمكن أن تزرع بها 5 أزهار حمراء ، 4 أزهار زرقاء وزهرتان صفراوان ؟

الموضوع الأول

✓ التمرين الأول

♠ نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_0 = 5$، ومن اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 1}{U_n + 3}$

والمتتالية العددية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

[1] ♦ بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ، ثم برر لماذا (V_n) متقاربة ؟

[2] ♦ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 1}$

[3] ♦ تحقق أن $\dfrac{2}{U_n + 1} = 1 - V_n$ ثم أكتب عبارة (U_n) بدلالة n ، و احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

[4] ♦ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \dfrac{4}{(U_0 + 1)^2} + \dfrac{4}{(U_1 + 1)^2} + ... + \dfrac{4}{(U_n + 1)^2}$

أ) ♠ أحسب المجموعين S_1 و S_2 حيث : $S_1 = V_0 + V_1 + ... + V_n$ و $S_2 = (V_0)^2 + (V_1)^2 + ... + (V_n)^2$

ب) ♠ استنتج حساب المجموع S_n

✓ التمرين الثاني

♠ كيس يحوي 10 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس،موزعة كما يلي :

خمس كرات حمراء مرقمة بـ: 1،1،0،2،2 وخمس كريات خضراء مرقمة بـ: 2،2،1،0،0 نسحب عشوائيا وفي ان واحد 4 كريات

[1] ♦ أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : A " الكريات المسحوبة من نفس اللون "

B " الكريات المسحوبة من نفس الرقم "

C " الحصول على اربع كريات ارقامها يمكن أن تشكل العدد 2021"

D " الحصول على اربع كريات مجموع ارقامها يساوي 4"

♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب الرقم الأصغر من او يساوي الأربع ارقام التي تحملها الكريات المسحوبة .

[1] ♦ حدد القيم التي ياخذها X. [2] ♦ حدد قانون الاحتمال

[3] ♦ احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري

[4] ♦ أحسب احتمال الحدث " $|x-1| \leq 1$ "

✓ التمرين الثالث ◄

♠ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $g(x) = x^2 - \ln(x^2)$.

[1] ♦ بين أن الدالة g زوجية .

[2] ♦ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج اتجاه تغيرها على $\mathbb{R}^*$.

[3] ♦ شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}^*$.

[4] ♦ استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $g(x) \geq 1$

♠ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \dfrac{-1+\ln(x^2)}{x} + x + 1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{t \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{t \to +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا عند الصفر .

[2] ♦ أ) ♠ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \dfrac{g(x)+3}{(x)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) ♠ شكل على $\mathbb{R}^*$ جدول تغيرات الدالة f .

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle)$ ذا المعادلة $y = x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم $(\triangle)$.

[4] ♦ أحسب $f(x)+f(-x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

[5] ♦ بين وجود نقطتين من المنحنى (C_f) حيث يكون المماس في كل منهما يشمل النقطة $A(0;1)$ ثم اكتب معادلة لهذا المماس

[6] ♦ أرسم (C_f) ومستقيميه المقاربين .

[7] ♦ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

الموضوع الثاني

✓ التمرين الأول ◄

♠ لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{2} \\ U_{n+1} = \sqrt{2U_n + 3} \end{cases}$

[1] ♦ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $\dfrac{1}{2} \leq U_n < 3$

[2] ♦ بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة محددا نهايتها .

[3] ♦ أ) ♠ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_{n+1} - 3| \leq \dfrac{2}{5}|U_n - 3|$

ب) ♠ إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 3 - U_n \leq \left(\dfrac{2}{5}\right)^n (3 - U_0)$

جـ) ♠ استنتج من جديد نهاية المتتالية (U_n) .

[4] ♦ نعتبر (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $V_n = n(3 - U_n)$

أ) ♠ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\dfrac{V_{n+1}}{V_n} \leq \dfrac{4}{5}$

ب) ♠ إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < V_n \leq \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}$ ثم استنتج نهاية المتتالية (V_n) .

[5] ♦ نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = V_1 + V_2 + ... + V_n$ بين أن $0 < S_n \leq 4\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right)$

✓ التمرين الثاني ◄

♠ كيس يحوي 10 كريات متماثلة لا يمكن التفريق بينها باللمس ، منهاأربع كريات بيضاء مرقمة بـ: 1،$1-$،0،$1-$ وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 1،$1-$،0 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 0،$1-$،0 نسحب عشوائيا وفي ان واحد 3 كريات

[1] ♦ أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : A " الكريات الثلاثة مختلفة اللون "

B " الكريات المسحوبة مجموع ارقامها معدوم "

C " الكريات المسحوبة جداء ارقامها سالب

[2] ♦ بيّن أن $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ♠ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب الرقم الأصغر من بين الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة .

[1] ♦ حدد القيم التي ياخذها X. [2] ♦ حدد قانون الاحتمال

[3] ♦ احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري

[4] ♦ أحسب " $P(e^X - 1 \leq 0)$ "

✓ التمرين الثالث ►

♠ g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = \frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$.

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} g(x)$ ، $\lim\limits_{t \to -\infty} g(x)$ ، و $\lim\limits_{t \to +\infty} g(x)$ ، وبين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = 0$ ضع $\left(t = -\frac{1}{x}\right)$.

[2] ♦ أثبت أن من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}^*$: $g'(x) = \left(\frac{-2x+1}{x^4}\right)e^{-\frac{1}{x}}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

[3] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا $-1.5 < \alpha < -1.4$ استنتج أن $g(x) - 1 \geq 0$ لما $\alpha \leq x < 0$

♠ f الدالة المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 1 + e^{-\frac{1}{x}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{t \to -\infty} f(x)$ ، و $\lim\limits_{t \to +\infty} f(x)$ ، ثم فسر بيانيا النتيجة الأولى .

[2] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle)$ ذا المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم بين أن (C_f) يقع أعلى $(\triangle)$ لما $x < 0$

[3] ♦ أ) ♠ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = g(x) - 1$ ثم استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ب) ♠ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

[4] ♦ أ) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $1.5 < \beta < 1.6$ ثم استنتج اشارة $f(x)$

ب) ♠ بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 - \alpha + 1$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

[5] ♦ أرسم $(\triangle)$ ، (C_f) ، (C'_f) الممثل للدالة h على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x) = f(-x)$. نأخذ $f(\alpha) \approx 4.4$

الاحتمالات نماذج بكالوريا –تمارين للتعمق

بكالوريا 2018 شعبة رياضيات

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1،1،2،2،2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3-،2،3 وكرية بيضاء مرقمة بـ:1-

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله .

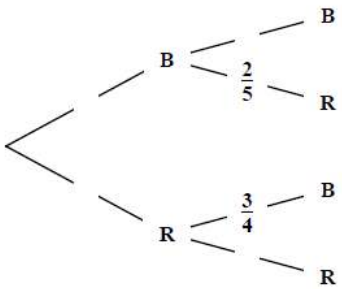
ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

ج) احسب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

بكالوريا 2020 شعبة علوم

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .

1) أ. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.



B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء.

ب. احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ. عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب. بيّن أنّ: $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثمّ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

جـ. احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

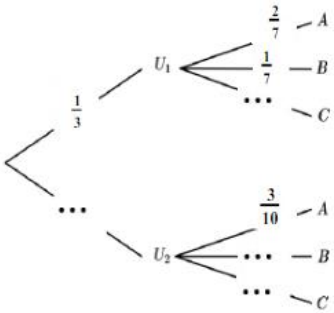
بكالوريا 2019 شعبة رياضيات

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من1 إلى 6.

إذا ظهر الرقمان2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1

وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2.



نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ : A :"سحب كريتين حمراوين"

B : "سحب كريتين سوداوين" و C:"سحب كريتين من لونين مختلفين"

1) أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

2) أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C.

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

3) أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X.

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

تمرين1

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 حيث :

يحتوي الصندوق U_1 على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 0 و ثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام1 ،1 ،0.

يحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 و كرتين خضراوين تحملان الرقمين 1 ،0.

كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.

I) نختار عشوائيا أحد الصندوقين ، فاذا كان U_1 نسحب منه كرتين على التوالي بدون ارجاع ، و ان كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي بالإرجاع .

1)أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : "سحب كرتين من نفس اللون ".

B : " سحب كرتين تحملان نفس الرقم " .

C : "سحب كرة حمراء على الأقل ".

2) هل الحادثتانA و B مستقلتان ؟ علل .

3) اذا علمت ان الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين ، فما هو احتمال ان تكونا من الصندوق U_1 ؟

II) نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 و نضعها جميعا في صندوق واحد U_3 ، نسحب عشوائيا من الصندوق U_3كرتين في ان واحد .

و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الأرقام التي تحملها الكرتين المسحوبتين.

1)عين قيم المتغير العشوائي X .

2) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب امله الرياضياتي .

تمرين2

I) c_1 و c_2 حجرا نرد متوازنان تحمل أوجه النرد c_1 الأعداد: 0 0 $\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{3}$ $\frac{4\pi}{3}$ $\frac{4\pi}{3}$ و تحمل أوجه النرد c_2

الأعداد : 0 0 $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$.

نرمي الحجرين في آن واحد ونسجل العددين الظاهرين على الوجهين العلويين لـ c_1 و c_2 . نرمز لهذين العددين بالرمزين α و β .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد $\sin(\alpha+\beta)$.

1) ماهي القيم الممكنة للمتغير X ؟ (يمكن إعطاء النتائج في جدول) .

2) عيّن قانون احتمال X .

3) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(x)$ للمتغير العشوائي X .

II) نجري الآن اللعبة الآتية: يربح شخص ما 100 DA عندما يرمي حجري النرد ويتحصل على 1 أو -1 أي $\sin(\alpha+\beta)=1$ أو $\sin(\alpha+\beta)=-1$ ، ويخسر 50 DA في باقي الحالات .

1) ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية الربح أو الخسارة.

1) عيّن قانون احتمال Y .

2) نرمي حجري النرد 5 مرات . ما هو الاحتمال أن يربح اللاعب 300 DA ؟

تمرين3

يحتوي وعاء U_1 على كرتين تحملان الحرفان A و G.
و يحتوي وعاء U_2 على كرتين تحملان الرقمان 3 و 5.
و يحتوي وعاء U_3 على كرتين تحملان الرقمان $\frac{1}{2}$ و 2.
نسحب كرة من كل وعاء و نعرف المتتالية (u_n) كما يلي: إذا كانت الكرة المسحوبة من الوعاء U_1 تحمل الحرف A فإن (u_n) متتالية حسابية و إذا كانت تحمل الحرف G فإن (u_n) متتالية هندسية.

الكرة المسحوبة من الوعاء U_2 تمثل الحد الأول u_0 و الكرة المسحوبة من الوعاء U_3 تمثل أساس المتتالية (u_n).

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية:

أ- تكون (u_n) متتالية حسابية.

ب- تكون (u_n) متتالية متقاربة.

ج- يكون الحد الثالث للمتتالية (u_n) عدد طبيعي زوجي.

2) إذا كانت (u_n) متتالية هندسية، أحسب احتمال أن تكون (u_n) متتالية متباعدة.

3) يسحب لاعب كرة واحدة من كل وعاء بحيث: يربح 5 نقاط إذا كانت (u_n) متتالية هندسية و يخسر 4 نقاط إذا كانت (u_n) متتالية حسابية و $u_4 \leq 7$ أمّا إذا كانت متتالية حسابية و $u_4 > 7$ فإنه يخسر 6 نقاط. و نعتبر X المتغير العشوائي المتعلق بالربح أو الخسارة.

أ- عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

تمرين4

كيس به كريات منها أربعة حمراء و n كرة سوداء حيث n عدد طبيعي و $n \geq 2$ كلها متماثلة.

1) نعتبر $n = 5$، ثم نسحب من الكيس على التوالي دون إرجاع، ثلاث كرات.

أ) احسب احتمال الحادثتين الآتيتين:

A: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"

B: "الحصول على كرة واحدة حمراء على الأقل"

ب) بين أن احتمال الحصول على كرة واحدة حمراء فقط هو: $\frac{10}{21}$.

2) نسحب على التوالي مع الإرجاع كرتين.

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

أ) عرف قانون احتمال Y.

ب) بين أن: $E(Y) = \frac{2n}{n+4}$.

ج) عين n حيث: $E(Y) = \frac{42}{25}$.

باك 2002 الاحتمالات

سلسلة اضافية

تمرين 1

يحتوي صندوق A على 4 كرات : كرتين حمراوين وكرتين بيضاوين.
ويحتوي صندوق B على 5 كرات : ثلاث كرات حمراء وكرتين بيضاوين.
(لايمكن التمييز بين الكرات التسعة باللمس).
نسحب عشوائيا كرة من الصندوق A، نسجل لونها ونضعها في الصندوق B ثم نسحب بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق b ونسجل لونيهما.
1 - احسب احتمال الحدث التالي "تسجيل ثلاث مرات اللون الأحمر"
2- عند سحب كرة حمراء فإننا نسجل العدد النسبي (2 +). وعند سحب كرة بيضاء فإننا نسجل العدد النسبي (1 -). (1 ن)
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي المجموع للأعداد بعد سحب الكرات الثلاثة.
أ- حدد قيم المتغير العشوائي X . (1 ن)
ب- حدد قانون احتمال X. (2 ن)

تمرين 2

في هذا التمرين الأسئلة 1) و 2) و 3) مستقلة فيما بينها.
يحتوي كيس على 9 بيدقات موزعة على الشكل التالي :
5 بيدقات بيضاء، مرقمة من 1 إلى 5.
4 بيدقات سوداء، مرقمة من 1 إلى 4.
1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد بيدقتين من هذا الكيس.
أ. احسب احتمال الحدث A «مجموع رقمي البيدقتين زوجي».
ب. ليكن B الحدث : «البيدقتان المسحوبتان مختلفتا اللون».
احسب الاحتمال $P(B/A)$، احتمال الحدث B علما أن الحدث A محقق.
2) نسحب عشوائيا بتتابع وبإحلال 3 بيدقات من هذا الكيس.
ليكن A_k الحدث «الحصول على k بيدقة سوداء من بين البيدقات الثلاث المسحوبة» ($0 \leq k \leq 3$).
أ. احسب بدلالة k، معللا جوابك، احتمال الحدث A_k.
ب. احسب احتمال الحدث E « من بين البيدقات الثلاث المسحوبة توجد على الأكثر بيدقتان سودوان».
3) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 بيدقات من هذا الكيس. ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ممكنة بأصغر الأرقام المسجلة على البيدقات الثلاث المسحوبة.

تمرين 3

اختارت مجلة عشرة كتب مختلفة مثنى مثنى ومكونة من : 4 كتب في الرواية و 4 كتب في العلوم وكتابان في التاريخ. وقررت إعداد لائحة تتضمن ترتيبا لعناوين ثلاثة كتب من بين العشرة وذلك عن طريق القرعة (سحب ثلاثة عناوين واحد تلو الآخر بدون إحلال من بين عناوين الكتب العشرة)

1) بين أن عدد اللوائح الممكنة هو 720.

2) احسب احتمال كل من الحدثين.

A : «الحصول على لائحة يكون أولها عنوان كتاب للتاريخ».

B : «الحصول على لائحة لا تتضمن أي عنوان لكتاب في التاريخ».

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل لائحة بعدد عناوين كتب التاريخ التي تتضمنها .

a - ما هي القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X ؟

b - اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X.

تمرين 4

نعلم أن الفصائل الدموية للإنسان أربعة وهي : O و A و B و AB.

تتوزع مجموعة من 10 أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كما يلي : أربعة أشخاص من فصيلة O وثلاثة من فصيلة A وشخصان من فصيلة B وشخص واحد من فصيلة AB.

نختار عشوائيا شخصين من هذه المجموعة.

1) حدد احتمال كل من الحدثين :

أ. «الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية».

ب. « الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين».

2) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O.

وهكذا نرفق الفصيلة A بالرقم 2 والفصيلة B بالرقم 2 والفصيلة AB بالرقم 1.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل اختيار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما.

أ. حدد قانون احتمال المتغير X.

ب. احسب الأمل الرياضي للمتغير X.

ج. احسب احتمال الحدث (X = 4) إذا علمنا أن فصيلة أحد الشخصين المختارين فقط هي A.

تمرين 5

نعلم أن الفصائل الدموية للإنسان أربعة وهي : O و A و B و AB.
تتوزع مجموعة من 10 أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كما يلي : أربعة أشخاص من فصيلة O وثلاثة من فصيلة A وشخصان من فصيلة B وشخص واحد من فصيلة AB.
نختار عشوائيا شخصين من هذه المجموعة.
1) حدد احتمال كل من الحدثين :
أ . « الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية ».
ب . « الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين ».
2) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O.
وهكذا نرفق الفصيلة A بالرقم 2 والفصيلة B بالرقم 2 والفصيلة AB بالرقم 1.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل اختبار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما.
أ . حدد قانون احتمال المتغير X.
ب . احسب الأمل الرياضي للمتغير X.
ج . احسب احتمال الحدث (X = 4) إذا علمنا أن فصيلة أحد الشخصين المختارين فقط هي A.

تمرين 6

I - يحتوي صندوق (U) على كرتين لونهما أبيض وعلى ثلاث كرات لونها أسود.
1) نسحب من الصندوق (U) كرتين بالتتابع وبدون إحلال بكيفية عشوائية.
أ . تحقق أن عدد السحبات الممكنة هو 20.
ب . احسب احتمال سحب كرتين لهما نفس اللون.
2) نسحب من الصندوق (U) كرتين بالتتابع وبإحلال بكيفية عشوائية.
أ . تحقق أن عدد السحبات الممكنة هو 25.
ب . احسب احتمال سحب كرتين لهما نفس اللون.
II - نعتبر رباعي الأوجه (S) منتظم وغير مغشوش بحيث 3 من وجوهه تحمل الحرف A والوجه الرابع يحمل الحرف B.
نقوم بالتجربة العشوائية التالية : نرمي (S) مرة واحدة في الهواء ليسقط، فإذا استقر على الوجه الذي يحمل الحرف B فإننا نسحب من الصندوق (U) كرتين بالتتابع وبدون إحلال، وإذا استقر على جه يحمل الحرف A فإننا نسحب من الصندوق (U) كرتين بالتتابع وبإحلال.
1) احسب احتمال الحصول على كرتين لهما نفس اللون.
2) احسب احتمال استقرار (S) على وجه يحمل الحرف A علما أن الكرتين المسحوبتين مختلفتا اللون.

تمرين 7

يحتوي كيس على 10 كرات موزعة على الشكل التالي :
كرات حمراء تحمل على التوالي الأعداد 2 - و 1 - و 0 و 1 و 2.

3 كرات خضراء تحمل على التوالي الأعداد 1 - و 0 و 1.

كرتان سوداوان تحملان على التوالي العددين 1 - و 1.

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من هذا الكيس.

نفترض أن جميع الكرات لها نفس احتمال السحب.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ممكنة بالعدد الحقيقي : $|x|.|y|$ حيث x و y هما العددان اللذان تحملهما الكرتان المسحوبتان.

حدد قانون احتمال X.

2) نسحب بتتابع وبدون احلال كرتين من هذا الكيس.

أ - احسب عدد السحبات الممكنة.

ب - ليكن الحدث A «الكرتان المسحوبتان لوناهما مختلفان».

و ليكن الحدث B «الكرتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا قطعا».

- احسب $p(A)$، احتمال الحدث A.
- احسب $p(B/A)$، احتمال الحدث B علما أن الحدث A محقق.

تمرين 8

يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل العدد a و 5 كرات تحمل العدد $(a - 1)$ ، $(a \in \mathbb{R})$

نسحب تآنيا وعشوائيا 3 كرات من الصندوق.

1) احسب احتمال الأحداث التالية :

A : سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

B : سحب كرتين بالضعبط تحمل نفس العدد.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة

a) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X.

b) حدد قانون احتمال X.

c) احسب الأمل الرياضي بدلالة a وحدد a من أجل $E(X) = 0$.

تمرين 9

I - يحتوي صندوق على 6 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء، لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق.

1) احسب احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون.

2) نكرر التجربة السابقة مرات متتابعة، وفي كل مرة نعيد الكرات الثلاث المسحوبة الى الصندوق.

احسب احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون مرتين بالضبط.

II - نوزع الكرات التسع على ثلاثة صناديق U_1 و U_2 و U_3 على الشكل التالي :

U_1 يحتوي على كرة بيضاء وكرتين سوداوين.

U_2 يحتوي على كرة سوداء وكرتين بيضاوين.

U_3 يحتوي على 3 كرات بيضاء.

نختار عشوائيا صندوقا من بين الصناديق الثلاثة، ونسحب منه في آن واحد كرتين (الصناديق لها نفس احتمال الإختيار).

1) احسب احتمال سحب كرتين سوداوين.

2) احسب احتمال سحب كرتين بيضاوين.

3) احسب احتمال الحصول على كرتين من الصندوق U_1 علما أنهما مختلفتي اللون.

تمرين 10

يحتوي كيس على 10 صفائح مرقمة من 0 إلى 9 لا يمكن التعرف عليها باللمس . نسحب بالتتابع وبدون اعلال أربعة صفائح ونضعها جنباً إلى جنبٍ من اليسار إلى اليمين في ترتيب السحب بحيث نحصل على عدد مكون من أربعة أرقام .

نفترض أن جميع السحبات لها نفس الاحتمال وأن الرقم صفر يمكن أن يكون أول رقم في العدد المحصل .

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ - العدد 1987.

ب - العدد 1989.

ج - عدد مكوّن فقط من أرقام زوجية .

د - عدد يحتوي على الأقل على رقم فردي .