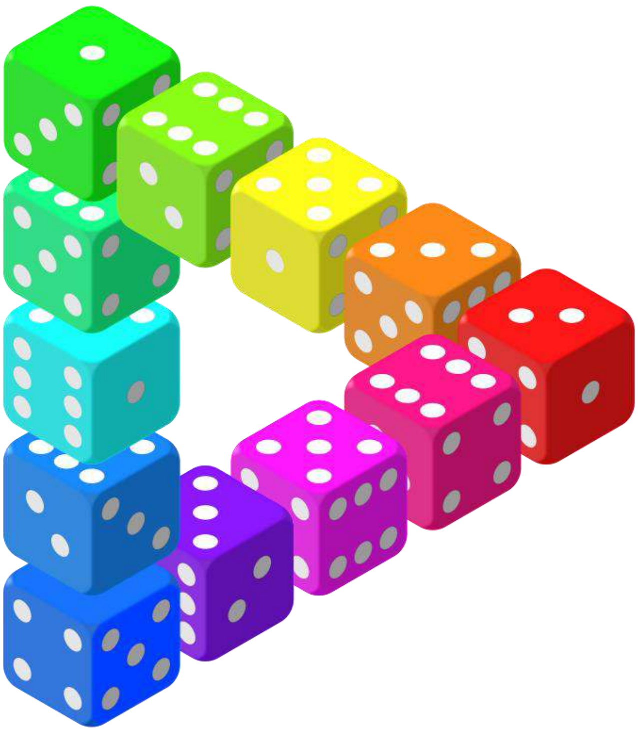
# حلول تمارين الإحتمالات

## في البكالوريا

◄الشعب العلمية



إعداد : خالد بخاخشة

# التمارين

## التمرين الأول

[باك علوم تجريبية [2018][م1]

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .

نعتبر الحادثتين $A$ : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ".

و $B$ : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

1) أ- أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ إحتمالي الحادثتين $A$ و $B$ على الترتيب .

بـ- بيَن أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$ .

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

## التمرين الثاني

[باك تقني رياضي [2018][م2]

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس .

**I)** 1)أحسب إحتمال الحادثة $A$ : " سحب كريتين مختلفتين في اللون " .

2)أحسب إحتمال الحادثة $B$ : " سحب كريتين من نفس اللون " .

**II)** نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث $\alpha$ عدد طبيعي معطى و $DA$ تعني دينار جزائري).

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، و إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ، و إذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه . و ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة $\alpha$ .

1) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha,50-\alpha,-\alpha\}$ ثم عرّف قانون إحتماله .

2) بيَن أن الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي $X$ بدلالة $\alpha$ هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$ .

ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ $\alpha$ حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

## التمرين الثالث

[باك رياضيات [2018][م2]

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : $-3$ ، 2 ، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ : $-1$ .

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

$A$ : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

$B$ : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .

$C$ : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

أ- عيَن قيم المتغير العشوائي $X$ ثم عرّف قانون إحتماله .

بـ- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي $X$.

جـ- أحسب إحتمال الحادثة : " $X^2-X>0$ " .

## التمرين الرابع

**[باك علوم تجريبية [2019][م1]**

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . ( كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس )

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين $A$ و $B$ حيث :

$A$ : " سحب كريتين من نفس اللون " ، $B$ : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

1) بيَن أن إحتمال الحادثة $A$ هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة $B$ .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .
عرَف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

## التمرين الخامس

**[باك علوم تجريبية [2019][م2]**

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرَف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

2) بيَن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$ .

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .
ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

## التمرين السادس

**[باك تقني رياضي [2019][م1]**

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . إختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .

(الكريات لا نفرّق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد.

$X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغيّر العشوائي $X$ هي : أ) $\{1;2;3\}$ ب) $\{0;2;3\}$ جـ) $\{0;1;2\}$ .

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ $X$ هو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$ .

3) إحتمال " الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة "
يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ب) $\frac{9}{10}$ جـ) $\frac{3}{5}$ .

4) إحتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 "
يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{3}{10}$ جـ) $\frac{1}{5}$ .

## التمرين السابع

### [باك تقني رياضي [2019][م2]

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ،4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 ( كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس )

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

$A$ : " الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

$B$ : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

$C$ : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

2) نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ- عين قيم المتغير العشوائي $X$ ، ثم عرف قانون إحتماله .

ب- أحسب $P\left(X^{2}-X\leq 0\right)$ .

## التمرين الثامن

### [باك رياضيات [2019][م2]

صندوقان غير شفافين $U_1$ و $U_2$ ، يحتوي الصندوق $U_1$ على 4 كريات حمراء و ثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق $U_2$ على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين . ( كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس )

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق $U_1$ .

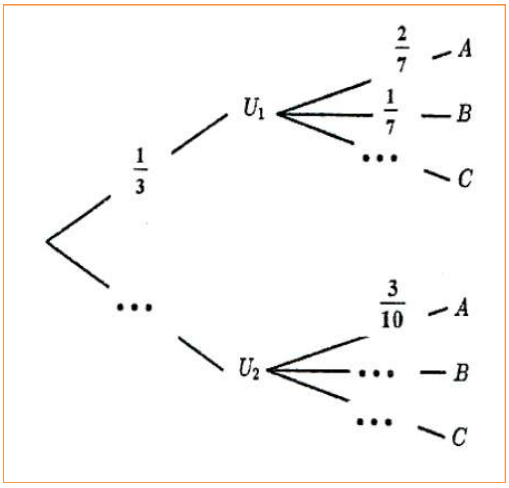
و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق $U_2$ .

نعتبر الأحداث $A$ ، $B$ و $C$ المعرفة بـ:

$A$ : " سحب كريتين حمراوين ".

$B$ : " سحب كريتين سوداوين " .

$C$ : " سحب كريتين من لونين مختلفين " .




1) أنقل و أكمل شجرة الإحتمالات .

2) أحسب إحتمالات الأحداث $A$ ، $B$ و $C$ .

نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ- عين قيم المتغير العشوائي $X$.

ب- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ .

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E\left(X\right)$ .

# حلول مقترحة للتمارين

## حل مقترح للتمرين الأول

عدد السحبات الممكنة هو: $C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\times 7!}=120$ .

1) أ- حساب الإحتمالات :

$A$ : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ". أي الحصول على ثلاثة ألوان الأبيض و الأحمر و الأخضر .

$$P(A)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_3^1}{120}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$$

$B$ : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

$$P(B)=\frac{C_5^3+C_4^3}{120}=\frac{14}{120}=\frac{7}{60}$$

ب- تبيان أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ .

$P(A\cap B)$ هو إحتمال سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم و من ألوان مختلفة .

$$P(A\cap B)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1}{120}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$$

حساب الإحتمال الشرطي $P_A(B)$: $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{6}$ .

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{36}{120}+\frac{14}{120}-\frac{6}{120}=\frac{44}{120}=\frac{11}{30}$$ .

2) $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

لدينا : $X\in\{0;1;2;3\}$ .

$P(X=0)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}$ ، $P(X=1)=\frac{C_5^1\times C_5^2}{120}=\frac{50}{120}$

$P(X=2)=\frac{C_5^2\times C_5^1}{120}=\frac{50}{120}$ ، $P(X=3)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}$

قانون الإحتمال:

| $X_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=X_i)$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{1}{12}$ |

ب- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{5}{12}+2\times\frac{5}{12}+3\times\frac{1}{12}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$$ .

## حل مقترح للتمرين الثاني

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس .

عدد السحبات الممكنة هو: $C_7^2=\frac{7!}{2!\times 5!}=21$ .

**I)** حساب الإحتمالات :

1) الحادثة $A$ : " سحب كريتين مختلفتين في اللون " .

$$P(A)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{3\times 4}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$$

2) الحادثة $B$ : " سحب كريتين من نفس اللون " .

$$P(B)=1-P(A)=\frac{3}{7}$$

**II)** $X$ المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة $\alpha$ :

1) تبرير أن قيم المتغيّر العشوائي $X$ هي : $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$

اللاعب يدفع $\alpha DA$ ويسحب كرتين في آن واحد .

الحصول على كرتين خضراوين ، الحصول على كرتين بيضاوين ، الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء .

الحصول على كرتين بيضاوين يربح $100DA$ ومنه $X=100-\alpha$ .

الحصول على كرتين مختلفتين يربح $50DA$ ومنه $X=50-\alpha$ .

الحصول على كرتين خضراوين يخسر ما دفعه ومنه $X=-\alpha$ .

لدينا : $P(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$ ، $P(X=50-\alpha)=P(A)=\frac{12}{21}$ ، $P(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}$

قانون الإحتمال :

| $X$ | $100-\alpha$ | $50-\alpha$ | $-\alpha$ |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{3}{21}$ | $\frac{12}{21}$ | $\frac{6}{21}$ |

2) إثبات أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$ .

لدينا : $E(X)=(100-\alpha)\left(\frac{3}{21}\right)+(50-\alpha)\left(\frac{12}{21}\right)+(-\alpha)\left(\frac{6}{21}\right)$

و منه : $E(X)=\frac{300-3\alpha+600-12\alpha-6\alpha}{21}=\frac{-21\alpha+900}{21}$ أي : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$ .

• إيجاد أكبر قيمة للعدد $\alpha$ حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب :

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X)>0$

أي : $-\alpha+\frac{300}{7}>0$ و منه $\alpha<\frac{300}{7}$ و منه $\alpha<42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ $\alpha$ هي $42DA$ .

## حل مقترح للتمرين الثالث

عدد السحبات الممكنة هو: $C_9^4=\frac{9!}{4!\times 5!}=126$ .

1) حساب الإحتمالات:

$A$ : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

$$P(A)=\frac{C_5^4}{126}=\frac{5}{126}$$

$B$ : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .

معناه إما واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر و الأخضر .

$$P(B)=\frac{C_1^1\times C_8^3+C_8^4}{126}=\frac{126}{126}=1$$

$C$ : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .

معناه : $\{-3;-1;2;2\}$ أو $\{-3;-1;1;3\}$ .

و لدينا 4 كريات مرقمة بـ 2 و كرية مرقمة بـ $-1$ و كرية مرقمة بـ $-3$ و كرية مرقمة بـ 3 و كريتان مرقمتان بـ 1 .

و منه : $P(C)=\frac{C_1^1\times C_1^1\times C_4^2+C_1^1\times C_1^1\times C_1^1\times C_1^1}{126}=\frac{6+2}{126}=\frac{8}{126}$

2) أ- $X$ هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .
في الكيس 9 كريات من بينها 3 كريات خضراء و منه عندما نسحب 4 كريات فإما يتبقى 3 كريات خضراء أو كريتين خضراوين أو كرية واحدة خضراء أو لا تتبقى أية كرية خضراء . و منه $X \in \{0;1;2;3\}$ .

و لدينا: $P(X=0)=\dfrac{C_3^3\times C_6^1}{126}=\dfrac{6}{126}$ ، $P(X=1)=\dfrac{C_3^2\times C_6^2}{126}=\dfrac{45}{126}$

$P(X=2)=\dfrac{C_3^1\times C_6^3}{126}=\dfrac{60}{126}$ ، $P(X=3)=\dfrac{C_6^4}{126}=\dfrac{15}{126}$ .

قانون الإحتمال:

| $X_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=X_i)$ | $\dfrac{6}{126}$ | $\dfrac{45}{126}$ | $\dfrac{60}{126}$ | $\dfrac{15}{126}$ |

ب- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{6}{126}+1\times\frac{60}{126}+2\times\frac{45}{126}+3\times\frac{15}{126}=\frac{210}{126}=\frac{5}{3}.$$

جـ- أحسب إحتمال الحادثة : "$X^2-X>0$" :

$X^2-X>0$ معناه $X(X-1)>0$ أي $X\in\{2;3\}$ و منه:

$$P(X^2-X>0)=P(X=2)+P(X=3)=\frac{60}{126}+\frac{15}{126}=\frac{75}{126}=\frac{25}{42}$$

---

عدد السحبات الممكنة : $C_{12}^2=\dfrac{12!}{2!(12-2)!}=66$ .

1) تبيان أن إحتمال الحادثة $A$ هو $P(A)=\dfrac{31}{66}$ :

$A$ : "سحب كريتين من نفس اللون"

$$P(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{66}=\frac{10+21}{66}=\frac{31}{66}$$

- حساب إحتمال الحادثة $B$ :

$B$ : "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

$$P(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{66}=\frac{28+6}{66}=\frac{34}{66}=\frac{17}{33}$$

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

لدينا : $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ و $P(A\cap B)=\dfrac{C_4^2+C_3^2+C_4^2}{66}=\dfrac{15}{66}$ و منه $P_A(B)=\dfrac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}}=\dfrac{15}{31}$ .

3) $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

لدينا : $X\in\{3;4;5\}$ .

$P(X=3)=\dfrac{C_5^2}{66}=\dfrac{10}{66}$ ، $P(X=4)=\dfrac{C_5^1\times C_7^1}{66}=\dfrac{35}{66}$ ، $P(X=5)=\dfrac{C_7^2}{66}=\dfrac{21}{66}$

قانون الإحتمال:

| $x_i$ | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\dfrac{10}{66}$ | $\dfrac{35}{66}$ | $\dfrac{21}{66}$ |

بـ- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=3\times\frac{10}{66}+4\times\frac{35}{66}+5\times\frac{21}{66}=\frac{275}{66}.$$

## حل مقترح للتمرين الخامس

عدد السحبات الممكنة: $C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!(10-3)!}=120$.

1) $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة.

لدينا: $X\in\{0;1;2;4;8\}$.

$$P(X=0)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{120}=\frac{64}{120}\ ,\quad P(X=1)=\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}\ ,$$

$$P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_5^1}{120}=\frac{15}{120}\ ,\quad P(X=4)=\frac{C_5^2\times C_3^1}{120}=\frac{30}{120}\ ,\quad P(X=8)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}.$$

قانون الإحتمال:

| $X_i$ | 0 | 1 | 2 | 4 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=X_i)$ | $\frac{64}{120}$ | $\frac{1}{120}$ | $\frac{15}{120}$ | $\frac{30}{120}$ | $\frac{10}{120}$ |

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{64}{120}+1\times\frac{1}{120}+2\times\frac{15}{120}+4\times\frac{30}{120}+8\times\frac{10}{120}=\frac{231}{120}.$$

2) تبيان أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

$A$: "سحب ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا"

$$P(A)=\frac{C_7^3}{120}=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$$

3) عدد السحبات الممكنة $A_{10}^2=90$.

$B$: "سحب كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي"

$C$: "سحب كريتين تحملان رقمين جداؤهما زوجي"

$$P(B)=\frac{2A_2^1\times A_3^1+2A_3^1\times A_5^1}{90}=\frac{42}{90}\ ,\quad P(C)=\frac{2A_3^1\times A_7^1+A_7^2}{90}=\frac{84}{90}\ ,\quad P(B\cap C)=\frac{A_7^2}{90}=\frac{42}{90}$$

إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي:

$$P_C(B)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{42}{90}}{\frac{84}{90}}=\frac{42}{84}=\frac{1}{2}.$$

## حل مقترح للتمرين السادس

إختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير.

عدد السحبات الممكنة: $C_5^3=\frac{5!}{3!(5-3)!}=10$.

$X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

1) قيم المتغيّر العشوائي $X$ هي: جـ) $\{0;1;2\}$.

التبرير: الكيس به كريتين سوداوين و بالتالي إما نسحب كريتين سوداوين أو كرية سوداء واحدة أو لا نسحب أية كرية سوداء.

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ $X$ هو : ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ .

التبرير :

لدينا : $X\in\{0;1;2\}$ .

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{10}=\frac{1}{10}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{10}=\frac{6}{10}$ ، $P(X=2)=\frac{C_3^1\times C_2^2}{10}=\frac{3}{10}$ .

قانون الإحتمال:

| $X_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=X_i)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{3}{10}$ |

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ : $E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{3}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$ .

3) إحتمال " الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة " يساوي : جـ) $\frac{3}{5}$ .

التبرير :

نسمي $B$ : " الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"

$$P(B)=\frac{C_1^1\times C_4^2}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

4) إحتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 " يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ .

التبرير :

يكون باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 ، إذا سحبنا ثلاث كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 .

$$\frac{C_1^1\times C_2^1\times C_2^1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

## حل مقترح للتمرين السابع

عدد السحبات الممكنة : $C_9^3=\frac{9!}{3!(9-3)!}=84$ .

1) حساب إحتمالات الأحداث التالية :

$A$ : " الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

$$P(A)=\frac{C_4^1\times C_5^2}{84}=\frac{40}{84}=\frac{10}{21}$$

$B$ : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

$$P(B)=\frac{C_5^3+C_4^1\times C_5^2+C_4^2\times C_5^1}{84}=\frac{80}{84}=\frac{20}{21}$$

**ط 2** : $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_4^3}{84}=\frac{20}{21}$

$C$ : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

$$P(C)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{1}{21}$$

2) $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

لدينا : $X\in\{0;1;2;3\}$ .

$P(X=0)=\frac{C_4^3}{66}=\frac{4}{84}$ ، $P(X=1)=\frac{C_5^1\times C_4^2}{84}=\frac{30}{84}$ ، $P(X=2)=\frac{C_5^2\times C_4^1}{66}=\frac{40}{84}$ ، $P(X=3)=\frac{C_5^3}{84}=\frac{10}{84}$ .

قانون الإحتمال:

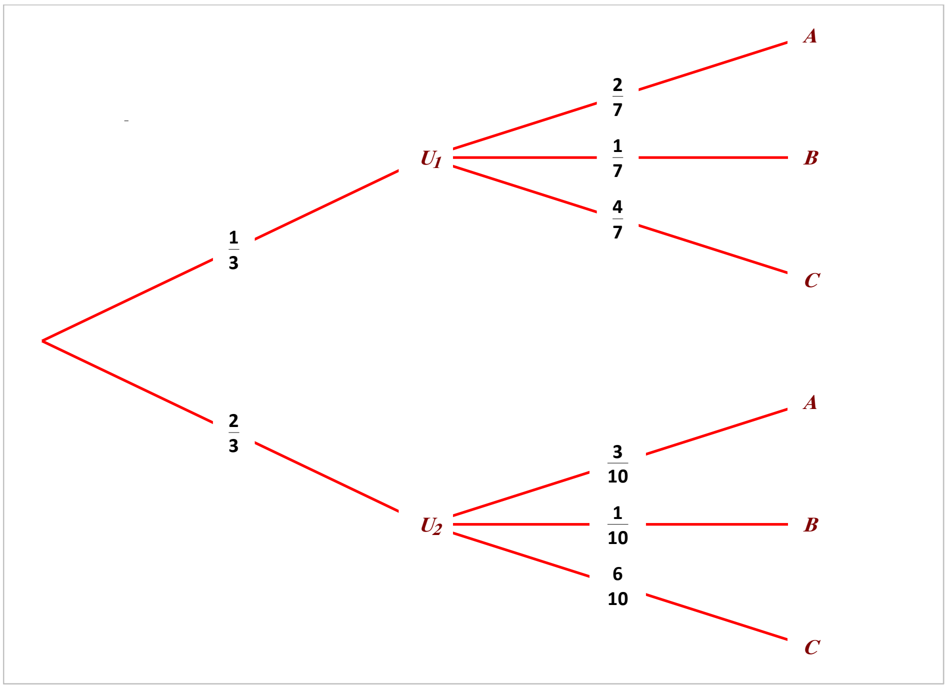
| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{4}{84}$ | $\frac{30}{84}$ | $\frac{40}{84}$ | $\frac{10}{84}$ |

بـ- حساب $P(X^2-X\le 0)$ .

$$P(X^2-X\le 0)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$$

## حل مقترح للتمرين الثامن

1) شجرة الإحتمالات .




2) حساب إحتمالات الأحداث $A$ ، $B$ و $C$ .

لدينا : $p(A)=p(A\cap U_1)+p(A\cap U_2)$ ومنه : $p(A)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}$ أي : $p(A)=\frac{31}{105}$ .

و $p(B)=p(B\cap U_1)+p(B\cap U_2)$ ومنه : $p(B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{10}$ أي : $p(B)=\frac{4}{35}$ .

و $p(C)=p(C\cap U_1)+p(C\cap U_2)$ ومنه : $p(C)=\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$ أي : $p(C)=\frac{62}{105}$ .

المتغير العشوائي $X$ يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ- قيم المتغير العشوائي $X$ هي : $\{0;1;2\}$ .

بـ- قانون الإحتمال للمتغير $X$ :

لدينا : $p(X=0)=p(B)=\frac{4}{35}$ ، $p(X=1)=p(C)=\frac{62}{105}$ و $p(X=2)=p(A)=\frac{31}{105}$ .

| $X_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{12}{105}$ | $\frac{62}{105}$ | $\frac{31}{105}$ |

4) حساب الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{12}{105}+1\times\frac{62}{105}+2\times\frac{31}{105}=\frac{124}{105}$ .

بالتوفيق للجميع في بكالوريا 2020