

سلسلة في الدّوال اللوغاريتمية التي وردت في امتحانات
الباكالوريا من 2008 إلى 2021

من إعداد: أ.عمر جمال

amercena2022@gmail.com



فهرس

شعبة علوم تجريبية صفحة 4

شعبة رياضيات صفحة 13

شعبة تقني رياضي صفحة 23

تمرين 1

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1 + 2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج جدول تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانياً.

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ ، برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(u)}{u} = 0$

ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

د) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

هـ) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4.

بكالوريا علوم تجريبية 2009

4. أرسم (C_f) .

5. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$y = x - 1 ; x = 0 \text{ و } x = 1$$

تمرين 2

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]\frac{1}{2}; \infty[$ بـ: $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- (2) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$.
- (4) أ) أثبت انه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:
 $f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: a, b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.
- ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النييرية \ln ثم ارسم (C) و (C_f) .

باكالوريا علوم تجريبية 2010

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x) = f(x) - x$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} g(x)$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) احسب $g(1)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $[\frac{3}{2}; +\infty[$ حلا وحيدا α .
تحقق أن $2 < \alpha < 3$
- ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $[\frac{1}{2}; 5]$ في المعلم السابق.
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d) .
- (5) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; \alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1; \alpha[$.

(III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N}^* كما يأتي: $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$

- (1) عين قيمة العدد n التي من أجلها يكون: $u_n = 1 + 2 \ln 3 - 3 \ln 2$
- (2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

تمرين 3

- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ كما يلي: $f(x) = x + 5 + 6 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا. ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $] -\infty; 0[$ ، $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ-بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y = x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$
 ب-ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3,5 < \alpha < -3,4$ و $-1,1 < \beta < -1$.

(5) أثني المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

باكالوريا علوم تجريبية 2012

(6) أ-نعتبر النقطتين $A\left(-1; 3 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2; \frac{5}{2} + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

بي أن معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) هي $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)$.

ب-بين أن المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثياتها.

(7) لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty; 0[$ كما يلي: $g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6 \ln(1-x)$
 بين أن g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; 0[$.

تمرين 4

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2 \ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج أنه، من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$: $f(x) = x - \frac{1 - 2 \ln(x+1)}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ فسر النتيجة بيانياً.

باكالوريا علوم تجريبية 2013

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه، من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم تحقق أن $0 < \alpha < 0,5$.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

- (4) نقبل المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 .
 (أ) احسب x_0
 (ب) ارسم المستقيمين المقارنين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f) .
 (ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متمايزين .

تمرين 5

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$
 و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; فسّر النتيجة هندسيا.
 (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.
 (2) (أ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم Δ الذي معادلته: $y = 1$.
 (ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .
 (ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; 1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$

باكالوريا علوم تجريبية 2014

(3) أنشئ (T) و (C_f) .

- (4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $h(x) = 1 + \frac{2 \ln |x|}{|x|}$
 و ليكن تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .
 (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$. ماذا تستنتج ؟
 (ب) أنشئ المنحنى (C_h) إعتادا على المنحنى (C_f) .
 (ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m - 1)|x|$

تمرين 6

- (I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$
 (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g
 (2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

- (II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$
 و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ،
 ب- شكّل جدول تغيّرات الدالة f
- (3) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فصلتها 1 .
- (4) أ- بين أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y = x - 1$ معادلة له.
 ب- ادرس الوضع النسبي ل (C) و (Δ)
- (5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C)
- (6) m عدد حقيقي . (Δ_m) المستقيم حيث: $y = mx - m$ معادلة له.
 أ- تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة $A(1; 0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m)
 ب- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - m$
- (7) أ- جد دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$
 ب- احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = n$ حيث n عدد طبيعي $(n > 1)$
 ج- عي أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n > n_0$ فإنّ: $I_n > 2$

تمرين 7

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$:ب

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. بين أنّ الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانيا.
2. احسب النهايات التالية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
 استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الترتيب.
3. أ) بين أنه من أجل كل x من D ، $f'(x) = \frac{2}{3} \left(\frac{x^2+2}{x^2-1} \right)$ ،
 ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.
4. بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8 < \alpha < 1,9$

5. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = \frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

6. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

باكالوريا علوم تجريبية 2017

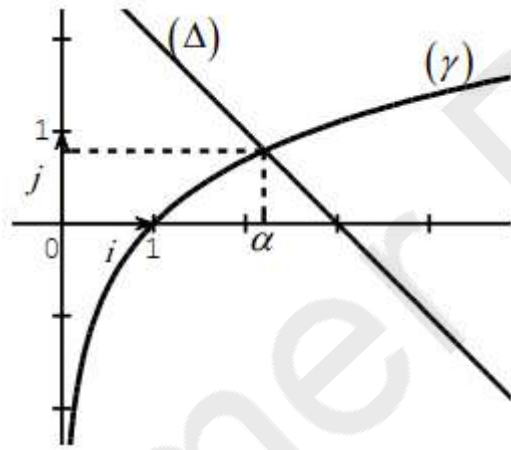
7. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$$(2 - 3|m|)x + 3 \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) = 0$$

تمرين 8 المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

I (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$;

α هي فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (γ) .



(1) بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0; +\infty[$.

(2) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$g(x) = x - 3 + \ln x$
استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(3) تحقّق أن: $2,2 < \alpha < 2,3$

II f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) أثبت أنه من أجل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$; ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$; ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل; ثمّ أنشئ (C_f) على المجال $]0; e^2]$.

III F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تحقّق: $F(1) = -3$.

(1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل

في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما.

باكالوريا علوم تجريبية 2015

(2) بين أن $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $\ln x$ على $]0; +\infty[$; ثمّ استنتج عبارة الدالة F .

تمرين 9 باكوريا علوم تجريبية 2017 (الدورة الاستثنائية)

- (I) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{1 + 2 \ln(2x + 1)}{(2x + 1)^2}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.
- (2) (أ) بين أن: من أجل كل x من $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-8 \ln(2x + 1)}{(2x + 1)^3}$ ،
(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) حل في المجال $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$
- (4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيها، ثم أنشئ (C_f)
- (II) لتكن الدالة g المعرفة على $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2[-x + \ln(2x + 1)]$
- (1) (أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g
(ب) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1, 2 < \alpha < 1, 3$
(ج) استنتج إشارة $g(x)$
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 : $I_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$
- أثبت أن: من أجل كل $x \geq \frac{3}{2}$ ، $0 < f(x) < \frac{1}{2x + 1}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

تمرين 10

- الدالة العددية المعرفة على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتائج بيانيا.
(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ وشكّل جدول تغيراتها.
- (3) نسمي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق.
- (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.
- (ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ)

(4) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f) .

(5) الدالة المعرفة على المجال $[3; +\infty[$ بـ: $H(x) = \int_3^x \ln(t)dt$ حيث t متغير حقيقي موجب تماما.

(أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة، عيّن عبارة $H(x)$ بدلالة x .

(ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين ذوي

باكالوريا علوم تجريبية 2019

المعادلتين: $x = 4$ و $x = 3$.

(6) الدالة المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$ بـ: $g(x) = f(-2x)$.

دون حساب عبارة $g(x)$ حدّد اتجاه تغيير الدالة g على مجموعة تعريفها.

تمرين 11

I - الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$ و

(C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل:

- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

II - الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 + x \ln x}$ تمثيلها

البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و بين أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر

النتيجتين بيانيا.

(2) (أ) بين أنّه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) =$

$$\frac{g(x)}{(1 + x \ln x)^2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغيير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنّ $y = \left(\frac{e^2}{e-1}\right)x - \frac{e}{e-1}$ هي معادلة لـ (T)

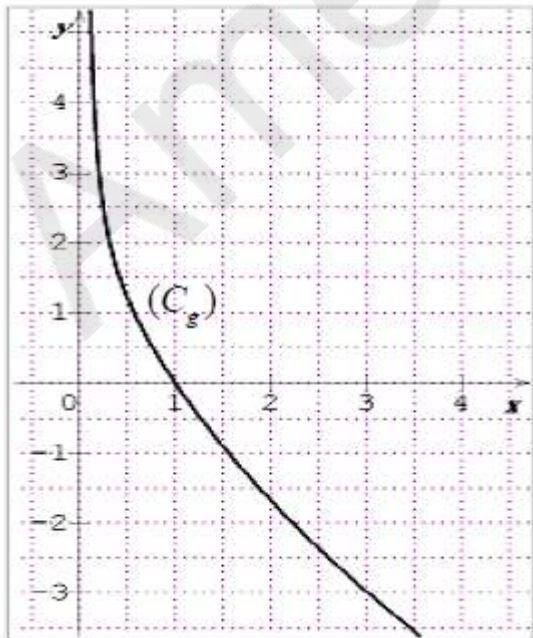
مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) والمنحنى.

(4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل

المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ حلين متمايزين.

III - عدد طبيعي حيث $n > 1$ ، مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل والمنحنى

(C_f) والمستقيمين اللذين معادلتهم $x = n$ و $x = 1$.



باكالوريا علوم تجريبية 2018

- (1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$: $I_n = \ln(1 + n \ln n)$
- (2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

تمرين 12

- الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: (C_f)
- f التمثيل البياني لـ f في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)
- (1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- ب. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
- ج. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
- (2) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 + 2 \ln x$
- أ. بين أن g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$
- ب. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$
- (3) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
- ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ويطلب تعيين معادلة له.
- (5) أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f)

بكالوريا علوم تجريبية 2020

- (6) الدالة العددية h معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = -|x| + 1 + \frac{\ln|x|}{x^2}$
- أ. بين أن h دالة زوجية.
- ب. اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f) . (لا يُطلب إنشاء (C_h))

تمرين 13

- I) الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$
- (1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على \mathbb{R}
- (2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقق: $0,7 < \alpha < 0,8$
- ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$: $f(x) = 2x - 1 + \ln\left(1 + \frac{1-x}{x^2}\right)$
 • تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ. بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 - x + 1)}$

ب. استنتج أن f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0[$ و $]0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0; \alpha[$

ج. شكّل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل لـ (C)

باكالوريا علوم تجريبية 2021

ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

(4) بين أن (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة 2 ثم اكتب معادلة له.

(5) بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقّق: $-0,5 < \beta < -0,4$

(6) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C) . (نأخذ: $f(\alpha) \approx 0,87$)

تمرين 14

الدالة المعرفة على المجال $]0; \infty[$ كما يلي: $g(x) = x - 1 - 2 \ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي 4cm .

باكالوريا رياضيات 2010

1 - احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

2 - أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

ب- ادرس تغيرات الدالة g

ج- احسب $g(1)$

د- برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$

هـ- استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

• $\begin{cases} f(x) = x^2 + x + x^2 \ln x; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(3) الدالة العددية المعرفة على $]0; \infty[$ كما يلي:

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسّر النتيجة هندسيا.

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

- ج- بين أنه من اجل كل x من $]0; \infty[$ فإنّ: $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
- د- شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين أن: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ واستنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

4 - ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0; 3]$.

تمرين 15

1 / الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; \infty[$ ب: $g(x) = x^2 + \ln x^2$
أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0; +\infty[$.

2 / الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ/ بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ وأن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ (δ) المنحنى الممثل للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (δ) ثم جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \ln x$ ، ماذا تستنتج؟

باكالوريا رياضيات 2011

- ارسم (δ) و (C_f) .

3 / أ/ عدد حقيقي من المجال $[1; \infty[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_t^x \frac{1}{t^2} \ln t dm$

- تحقق أن: $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $[1; \infty[$.

- استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[1; \infty[$.

ب/ α عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما

$x = \alpha$ و $x = 1$ ، ثم احسب $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

تمرين 16

1 (I) هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3]$ كما يلي: $g(x) = 2 \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α يحقق: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

باكالوريا رياضيات 2012

(3) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(4) هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3]$ ب: $h(x) = [g(x)]^2$

أ- احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب- عين إشارة $h'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة h .

(II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1; 3]$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}; x \neq 0$$

$$f(0) = 0$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $] -1; 0[\cup] 0; 3]$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصراً لـ $f(\alpha)$.

ج- احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1; 3]$ فإن: $x - \ln(x+1) \geq 0$.
ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .

(4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

(5) ارسم (T) ، (T') و (C_f) .

(6) ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

تمرين 17

- I

1. الدالة u معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $u(x) = e^x - 3x + 4 - e$.

أ- ادرس اتجاه تغير الدالة u .

ب- بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$.

2. الدالة v معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $v(x) = -3x^3 + 4x^2 - 1 + \ln x$.

أ- بين أن: $v'(1) = 0$. (يرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)

ب- أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$.

ج- استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$.

3. أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$.

- II - الدالة f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$
- المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

باكالوريا رياضيات 2013

1. احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
2. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
3. احسب $f(1)$ ، ثمّ مثل المنحنى (C_f) على المجال $]0; +\infty[$.
- (نأخذ: $f(2) \approx 2,3$ ، $f(1,64) \approx 1$ ، و $f\left(\frac{5}{2}\right) \approx 5,75$)
4. احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 2$ و $x = \frac{1}{2}$

تمرين 18

- 1) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (1 + 2 \ln x)(-1 + \ln x)$
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- أ) ادرس تغيرات الدالة f
- ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري)
- ج) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0; \infty[$

- 2) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - \ln x$
- (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

باكالوريا رياضيات 2014

- أ) ادرس تغيرات الدالة g
- ب) عين الوضع النسبي للمنحنين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0; e^2[$
- 3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x(\ln x) - 2x \ln x + 2x$
- أ) احسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة: $x \mapsto (\ln x)^2$ على $]0; \infty[$
- ب) احسب العدد $\int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx$

تمرين 19

- f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 1$ ، ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f(x) = 1 - x^2 \ln x$ ،
- (C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.
 ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(2) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]0; \infty[$.

ب) تحقّق أنّ $1,531 < \alpha < 1,532$

باكالوريا رياضيات 2015

(4) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} : بـ: $g(x) = f(|x|)$. المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ) ادرس شفعية الدالة g . ب) أنشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2; 2]$.

(5) باستعمال الكاملة بالتجزئة، عين الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ المعرفة على المجال $]0; \infty[$ ، والتي تنعدم من أجل القيمة 1 .

(6) t عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0; \alpha]$ ، نضع $F(t) = \int_t^\alpha f(x) dx$

أ) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α

ب) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $]0; \alpha]$ ، $F(t) = \frac{-3tf(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$

ج) احسب $\lim_{t \rightarrow 0} F(t)$

(7) m عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0; \alpha]$. $\sigma(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O

ونصف القطر m

نفرض أنّ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما على الترتيب: $x = -\alpha$ و $x = \alpha$ ، هي: A حيث: $A = \frac{2}{9}(\alpha^3 + 6\alpha)ua$

(ua وحدة المساحات) .

أ) عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\sigma(m) = 2A$

ب) علماً أنّ $3,140 < \pi < 3,142$ أعط حصرًا للعدد m

تمرين 20

I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 + 2 \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0,52; 0,53[$ حلاً وحيداً α

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + \frac{3+2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) تحقق أن: $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عين حصر له.

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيم المقارب المائل (Δ).

ج) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكرتية له.

(4) نقبل أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث: $0,22 < x_0 < 0,23$

و $2,11 < x_1 < 2,13$ أنشئ (T)، (Δ) و (C_f).

(5) m وسيط حقيقي. ناقش بيانها و حسب قيم m ، عدد حلول المعادلة: $3 + 2\ln x - mx = 0$

(III) من أجل عدد طبيعي n نضع: $u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x] dx$

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

(2) أعط تفسيراً هندسياً للعدد u_0

(3) احسب u_n بدلالة n .

(4) نضع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. احسب S_n بدلالة n .

باكالوريا رياضيات 2016

تمرين 21

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α من المجال $]1,76; 1,77[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على

$]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x-\ln x}; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة بيانياً.
- (2) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - \ln x)^2}$ ،
- (3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر ذلك بيانياً ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x - \ln x$
- (أ) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماماً ، $h(x) > 0$ ، واستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 1$.

باكالوريا رياضيات 2017

(ب) ارسم (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 2,31$)

- (5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $F(x) = \int_1^x f(t)dt$
- بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ،
- أعط تفسيراً هندسياً للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصره.

تمرين 22 (باكالوريا رياضيات 2017 (الاستثنائية)

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x + 2 - \ln x$
- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$

- (II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

- (1) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

- (2) (أ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

- (3) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية

(C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

- (4) (أ) أثبت أنه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$

ثم جد معادلة لكلٍ منهما.

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث $2 < \alpha < 2,1$ و $-0,5 < \beta < -0,4$.

(5) ارسم المماسين والمستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

(6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e - 2m) = \ln(x^2)$ حلاً وحيداً.

(7) نرسم $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x + 2y = e \text{ و } x = 1, x = \alpha$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{2}(\ln \alpha)^2 \text{ cm}^2 \text{ تحقق أن:}$$

تمرين 23

f الدالة العددية المعرفة على $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ:
$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}; x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(يرمز بـ: \ln إلى اللوغاريتم النيبيري)

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ/بين أن f مستمرة عند 0 بقيم أكبر.

ب/احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ ثم النتيجة هندسياً.

(2) أ/احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب/ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1,49 < \alpha < 1,5$

ثم بين أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$

باكالوريا رياضيات 2018

(5) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $h(x) = 1 - x + x \ln x$

أ/بين أن الدالة h متزايدة تماماً على المجال $[1; +\infty[$ واستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $[1; +\infty[$

ب/بين أنه من أجل كل $x > 1$ $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$

واستنتج أنه من أجل $x > 1$ $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$

- (7) مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = e$. (e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).
- بين أنّ $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < \mathcal{A} < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$

تمرين 24

$$f \text{ الدالة المعرفة على } [0; +\infty[\text{ بـ: } \begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $3cm$

(1) برهن أنّ:

$$- \text{ إذا كان: } x > 1 \text{ فإن: } 1 - x - 2x \ln x < 0$$

$$- \text{ إذا كان: } 0 < x < 1 \text{ فإن: } 1 - x - 2x \ln x > 0$$

- (2) أ) أثبت أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.
- ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) .

باكالوريا رياضيات 2019

$$(3) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أ) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ) .

ب) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1; +\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أنّ: $1,76 < \alpha < 1,77$

ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha; 0)$.

- ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0; \alpha[$.

(5) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $x^2 \ln x + m = 0$ في المجال $[0; \alpha]$.

$$(6) \lambda \text{ عدد حقيقي حيث: } 0 < \lambda < 1 \text{، نعتبر: } A(\lambda) = \int_{\lambda}^1 -x^2 \ln x dx$$

أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ .

ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

تمرين 25

الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \ln(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x)$

ليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

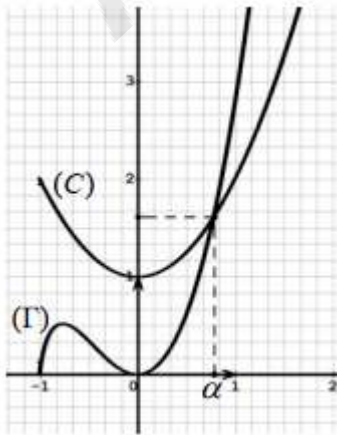
- (1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$:
 ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$
 ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$
 أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
 ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{-9x^2+8}{(\sqrt{9x^2+1})(3+\sqrt{9x^2+1})}$
 ج. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها (نأخذ $g\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \approx 0,8$)
- (3) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3}; +\infty[$ ثم تحقق أن: $2,83 < \alpha < 2,84$
 ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty[$
 ج. جدّد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ والمنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$
- (4) نعتبر الدالة k المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $k(x) = \ln(6x)$ وليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.
 أ. بين أن (γ) هو صورة منحنى الدالة: $x \mapsto \ln x$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه
 ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - k(x)]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

باكالوريا رياضيات 2020

(5) أ. بين أن الدالة f فردية.

ب. انشئ كلا من (Δ) ، (γ) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج انشاء المنحنى (C_f) على \mathbb{R}

تمرين 26



I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

في الشكل المقابل (C) و (Γ) هما على الترتيب التمثيلان البيانيان

للدالتين العدديتين المعرفتين على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:
 $x \mapsto 1 + x^2$ و $x \mapsto 2x(1+x)\ln(1+x)$

(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تُحقق: $0,78 < \alpha < 0,79$

الدالة العددية g معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$$

(1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم x من المجال $]-1; +\infty[$ وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ)

(2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1; +\infty[$ إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة: 2cm)

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

ب. فسّر النهايتين بيانياً.

(2) أ. بين أنه من أجل كل x من المجال $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج. بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ثم استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$ د. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند المبدأ O

(3) ارسم (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,36$)

(4) الدالة العددية h معرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = \frac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

باكالوريا رياضيات 2021

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. بين أن الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند الصفر ثم فسّر ذلك بيانياً.

ج. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه.

تمرين 27

(1) g دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x + \ln x$

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ فإن $g(x) \neq 0$.

(2) لتكن f دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$

أ) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $\frac{6 \frac{\ln x}{x}}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x \in [1; +\infty[$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f

باكالوريا تقني رياضي 2009

د) شكّل جدول تغيرات f ، ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متميزين؟

هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) يرمز إلى التمثيل

البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(3) نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = f(e^x)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- (أ) شكّل جدول تغيّرات الدالة h .
- (ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (C_k) عند النقطة التي فاصلتها 1.
- (ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_k) في نفس المعلم السابق.

تمرين 28

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{a + b \ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1/ عين a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.
- 2/ الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1 + 2 \ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(ج) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$.

(د) أنشئ (C_g)

باكالوريا تقني رياضي 2011

3/ (أ) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{1 + \ln 2x}{2x}$ احسب $h'(x)$.

(ب) تحقّق أن: $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

تمرين 29

I - g هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

1- عين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1; -1)$ مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع $a = -2$ و $b = 2$.

(أ) ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0; +\infty[$ ، ثم استنتج

إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

- II - f هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 - \frac{2\ln(x)}{x}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 - (وحدة الطول $2cm$).

باكالوريا تقني رياضي 2012

- 1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
- ج) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 2- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
- ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له.
- ج) ناخذ $\alpha = 1,25$. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:
- $0,6 < x_1 < 0,7$ و $2,7 < x_2 < 2,8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .
- 3- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x + 2\ln(x) = 0$

تمرين 30

- I - الدالة g معرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$
- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $] -1; +\infty[$.
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31 < \alpha < 0,32$ وأن:
- $$\ln(\alpha + 1) = 2 - (\alpha + 1)^2$$
- (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- II - الدالة f معرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$
- (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- (2) أثبت أنه، من أجل كل x من $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$
- (3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن: $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 (1 + (\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
- (5) مثل المنحنى (C_f) على المجال $] -1; 2]$.

- III - (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = \ln(x+1)$
- النقطة ذات الإحداثيتين $(-1; 2)$ و M نقطة من Γ فاصلتها x

(1) أثبت أن المسافة AM تعطى بالعلاقة $AM = \sqrt{f(x)}$

(2) الدالة k معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $k(x) = \sqrt{f(x)}$

(أ) بين أن للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1; +\infty[$

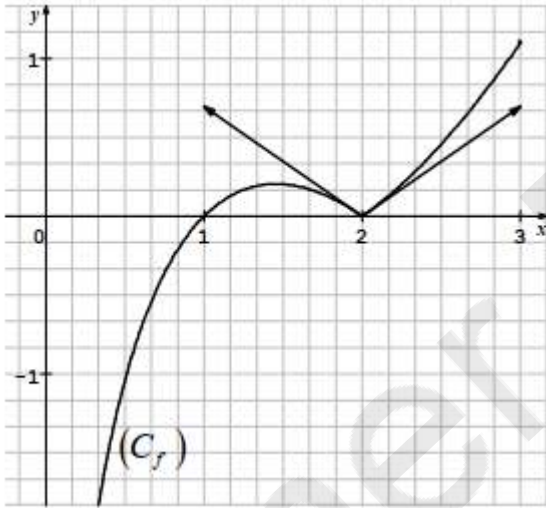
(ب) عين إحداثيتي النقطة B من Γ ، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن.

(ج) بين أن: $AB = (\alpha + 1)\sqrt{(\alpha + 1)^2 + 1}$

باكالوريا تقني رياضي 2013

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

تمرين 31



I (g) الدالة المعرفة على المجال $]0; 3]$ بـ: $g(x) = x \ln x + x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) (أ) بين أن المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α في

$]0; 3]$ ثم تحقق أن $1,45 < \alpha < 1,46$

(ب) استنتج إشارة $g(x) - 2$

II (التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على

المجال $]0; 3]$ بـ: $f(x) = |x - 2| \ln x$

(1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

(2) أثبت صحة تخمينك

(3) أدرس تغيرات الدالة f

III (h) الدالة المعرفة على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي: $h(x) = (2 - \cos x) \ln(\cos x)$

(1) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ; حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

تمرين 32

I (h) الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بما يلي: $h(x) = (x+2)^2 + 2 - 2 \ln(x+2)$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) استنتج أنه من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) > 0$
- (II) f الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x+2} \ln(x+2)$
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- (4) أ) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها.
ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .
- ج) احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها : $x = -1$ ، $x = 1$ ، $y = 0$

(III) g الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بـ : $g(x) = |x+1| + \frac{2}{x+2} |\ln(x+2)|$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟

باكالوريا تقني رياضي 2015

(2) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

(3) انطلاقاً من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين 32 باكالوريا تقني رياضي 2016 (رقم 1)

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$

- (1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$
ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $0,4 < \alpha < 0,5$
ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + (x - 1) \ln(x + 1)$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب- بين أنّ: $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha + 1}$ ثم أعط حصر الـ $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

(3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1; +\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h(x) = f(x) - [f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha)]$.

أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $h'(x) = f'(x) - f'(\alpha)$.

ب- باستعمال اتجاه تغير الدالة g ، عين إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغير h على

$]-1; +\infty[$.

ج- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

(4) أ- بين أنّه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1; 0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى (C) .

(5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $H(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3) \ln(x + 1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$.

أ- بين أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x - 1) \ln(x + 1)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) والمستقيمتين التي معادلاتها: $y = 0$

، $x = 1$ و $x = 2$.

تمرين 33 (باكالوريا تقني رياضي 2016 (رقم 2)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x - x \ln x$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أنّ المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$.

(3) استنتج إشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x + 1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ و

$\|\vec{j}\| = 4\text{cm}$.

- (1) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقارين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$.
- (2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.
- ب- بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha[$ و متناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.
- ج- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- د- احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسياً.
- (3) أ- بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$.
- ب- استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})
- ج- ارسم (C_f) .
- (4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماماً x و m وسيط حقيقي:

$$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots (E)$$

- أ- تحقّق أن المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.
- ب- عين بياناً قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متميزين.
- (5) h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $h(x) = \frac{\ln(|x|)}{-|x| - 1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.
- أ- بين أن الدالة h زوجية.
- ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

تمرين 34

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -2x + 3 + 2 \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.
- ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) بين أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
- (3) أ) تحقّق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$.
- ب) استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثياته.
- (4) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]0, 45; 0, 46[$ ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر β يُطلب تعيين حصره له.

(5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

باكالوريا تقني رياضي 2017

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .

(7) بين أن الدالة: $h : x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $] -2; +\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:
 $x = \alpha$ و $x = \beta$ ، $y = -2x + 3$

تمرين 35 باكالوريا تقني رياضي 2017 (الاستثنائية)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
 ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(3) " نقبل أن $f(\alpha) \approx 0,87$ و $f(\beta) = f(\gamma) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$ "
 - أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leq e$ ، نرسم $A(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \lambda$ و $x = 1$.

أ) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ .

ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda) = \frac{1}{2}cm^2$.

تمرين 36

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; 1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$

- (1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة $g(x)$ على المجال $]0; 1[$
- ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0, 15 < \alpha < 0, 16$
- (2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; 1[$

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1 - 2x + \ln x}{x - 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1 - 2x}{x - 1} + \frac{\ln x}{x - 1}$)، ثم فسّر

النتيجتين بيانياً.

باكالوريا تقني رياضي 2018

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(x - 1\right)^2}$

ب) بين أن f متزايدة تماما على $\left]1, \frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$

(4) ارسم المستقيمين المقاربن و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx -1,8$)

(5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متمايزين.

تمرين 37

(I) الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x + 1)(x + e) - e(x \ln x)$

احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x + 1) + \frac{e \ln x}{x + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x + 1)^2}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) اكتب معادلة لـ (Γ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α
 ب) تحقق أن: $0,7 < \alpha < 0,8$.

(4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $]0; +\infty[$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x+1))$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.
 ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنين (C_f) و (Γ) .

ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f) .

باكالوريا تقني رياضي 2019

(5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين متمايزين.

(6) نقبل أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln x < x + 1$.

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$.

ب) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$ الدالة $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$.

ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = e^2 - 1$ و $x = e - 1$.

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين أن $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$.

تمرين 38

I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = -1 + x + 2\ln x$

(1) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .

(2) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$.

II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{-1 + (x-2)\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

باكالوريا تقني رياضي 2020

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب. عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) ليكن (Γ) المنحنى البياني الممثل للدالة: $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ) .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β ، ثم تحقق أن:

$$0,5 < \alpha < 0,6 \text{ و } 2,9 < \beta < 3$$

(5) ارسم (Γ) ثم (C_f) .

تمرين 39

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 \ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$

(2) أبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,89 < \alpha < 1,90$
ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

باكالوريا تقني رياضي 2021

(وحدة الطول 2cm)

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أبين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}]$ و متناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$
ج-شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$ ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ)

يطلب كتابة معادلة له.

ب. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ)

(4) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A

(5) ارسم (T) ، (Δ) و (C) (نأخذ $\frac{1}{\alpha} \simeq 0,53$ و $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \simeq 0,73$)

(6) الدالة h معرفة على \mathbb{R}^* بـ : $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = -f(x)$

ج. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

-تمت و الحمد لله-