الجزء الأول: دراسة دوال عددية خاصة بكل الشعب (العلوم التجريبية ، الرياضيات ، التقني الرياضي)

تمرين الشامل في دراسة دوال عددية

دراسة دالة عددية

الجزء الأول: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

-1 عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث المنحنى (C_g) يشمل النقطتين $A(1;0)$ و $B(0;-5)$ و يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$ معادلته: $y = -2x - 6$

-2 أدرس إتجاه تغير الدالة g و إستنتج جدول تغيراتها

-3 أحسب $g(1)$ و إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـــ: $f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 5x + 5}{(x+1)^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني

1 - أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

2 - أ)أوجد الأعداد الحقيقية a ، b ، c ، d بيحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x) = ax + b + \dfrac{cx+d}{(x+1)^2}$

ب)إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته

ج)أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و بين المستقيم المقارب المائل

3 - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

4 - عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$ مفسرا النتيجة المتحصل عليها

5 - أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

6 - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته

7 - بين أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]-2;-1[$ ثم أوجد حصرا له سعته 10^{-1}

8 - أدرس نقاط التقاطع بين حاملي محوري الإحداثيات ، ثم أنشئ كل من (Δ) و (T) ، (C_f).

9 - ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(1-m)(x+1)^2 + (2x+4) = 0$

الجزء الثالث: h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h(x) = \dfrac{|x|^3 + 3x^2 + 5|x| + 5}{(|x|+1)^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني

1. بين أن h دالة زوجية
2. أكتب h دور رمز القيمة المطلقة

3. أدرس إستمرارية الدالة عند 0 ثم بين أن: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{h(x)-h(0)}{x} \neq \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{h(x)-h(0)}{x}$

4. إشرح كيفية إنشاء المنحني (C_h) إنطلاقا من المنحني (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم السابق

تمرين 01: g دالة معرفة بالعبارة : $g(x) = x^3 - 3x - 3$

1. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي للمجال $]2;3[$، عين حصرا له بتقريب 10^{-1}.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ بالعبارة: $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. بين أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.
2. أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ ثم أنجز جدول تغيراتها
3. بين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).
5. أوجد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d)

ثم أرسم المستقيمات المقاربة و (C_f).

تمرين 02:

I) لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 - 1}$ حيث a ،b ،c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2) أدرس تغيرات الدالة f و عين بمعادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى (C)

3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left[\frac{-4}{5};\frac{-1}{2}\right]$.

4) أرسم بعناية (Δ) و (C).

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حدود المعادلة : $x^3 - (m+1)x^2 + m + 1 = 0$.

II) لتكن الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي:

$$h(x)=\frac{|x|^3-x^2+1}{x^2-1}$$

1) أثبت أن الدالة h زوجية .

2) إستنتج مما سبق لإنشاء المنحنى (C') الممثل للدالة h في نفس المعلم.

تمرين 03:

I) ليكن كثير الحدود: $g(x)=x^3-3x+2$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=(x-1)(x^2+x-2)$.

2) أدرس إشـــــارة كثير الحدود $h(x)$ حيث: $h(x)=xg(x)$

II) لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3+x^2+3x-1}{x^2}$

و $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^4}$.

2) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتهـــــــــــــــــــا.

3) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مـــائل يطلب تعيين معادلتهما

4) أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $\frac{1}{4}<\alpha<\frac{1}{2}$

6) أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

تمرين 04 :

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$ و $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس.

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية α، β، γ بحيث يكون من أجل x من D_f: $f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{x+1}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$.

3) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيم مقارب مـــائل يطلب إعطاء معادلته.

4) أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

5) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع حامل محور الفواصل.

6) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1، أكتب معادلة (Δ)

7) أنشئ المماس (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول : $f(x)=x+m$

تمرين 05 :

الجزء1: f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=ax+\dfrac{bx+c}{(x-2)^2}$ وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس .

1) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث المنحنى (C_f) يشمل النقطة $D(3;1)$ و تكون النقطة $E(1;1)$ ذروة للمنحنى (C_f).

2) بين أن الدالة المعرفة في السؤال 1) هي: $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x+1}{(x-2)^2}$

3) أدرس تغيرات الدالة f و إستنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

4) عين عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ و بين أنه يوجد حل وحيد α من $\left]\frac{5}{2};3\right[$.

6) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم المقارب المـــائل.

7) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) يوازي المستقيم المقارب المـائل.

8) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها.

9) أرســــــــــم (Δ) و (C_f).

10) نـــاقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشـارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

الجزء2: h الدالة المعرفة كما يلي: $h(x)=\begin{cases} f(x) & ;x\geq 3 \\ x-3+\dfrac{1}{x-2} & ;x<3 \end{cases}$.

1) أدرس إستمرارية و قابلية إشتقاق h عند القيمة $x_0=3$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أدرس تغيرات الدالة h مستعينا بتغيرات الدالة f.

3) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ثم أرسم المنحنى (C_h).

تمرين 06 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^3+4x^2+1}{x^2}$

و (C_f) المنحنى الممثل لـ f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) 1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) عين الأعداد a، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ يكون: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x^2}$.

3) أحسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، ماذا تستنتج؟

4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ_1).

5) بين أن المنحنى يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α في $[-2,5;-2]$

6) أرسم المنحنى (C_f) ثم إستنتج إشارة $f(x)$.

7) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة

$$2x^3+4x^2+(4-m)x+1=0$$

8) إستنتج عدد حلول المعادلة : $2\cos^3\theta+4\cos^2\theta+(4-m)\cos\theta+1=0$ مع $\theta\in[0;2\pi[$.

II) نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=\dfrac{x^3+4x^2+3x-1}{x}$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $g'(x)=f(x)$.

2) بالستعمال نتائج الجزء الأول إستنتج إشارة $g'(x)$.

3) أدرس تغيرات الدالة g.

4) نسمي العدد الحقيقي α الذي يحقق $g'(\alpha)=0$ ، بين أن $-2,5<\alpha<-2$

5) بين أن $g(\alpha)=2\alpha-\dfrac{3}{\alpha}$ ثم أوجد حصرا لـ $g(\alpha)$.

6) أرسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g و المنحنى $(C_{|g|})$ الممثل للدالة $|g|$.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $|f(x)|=m$

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x+1$.

وليكن و $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) برر أن الدالة f معرفة من أجل كل عدد حقيقي x.

2) أحسب الدالة المشتقة للدالة f.

* بين أنه من أجل $x<0$ لدينا : $f'(x)<0$.

* بين أنه من أجل $x\geq 0$ لدينا : $f'(x)<0$.

3) بين أنه من أجل $x<0$ لدينا : $f(x)+3x-1=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ ،

* أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+3x-1]$ ، فسر النتيجة هندسيا.

4) بين أنه من أجل $x>0$ لدينا : $f(x)+x-1=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ ،

* أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-1]$ ، فسر النتيجة هندسيا.5) أرسم $(\mathcal{C}_f)$.

التمرين 07:

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x)=\sqrt{x^2-4x-5}$. وليكن و $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل لـ f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2) أدرس قابلية الإشتقاق للدالة f عند القيمتين $x_0=-1$ و $x_0=5$.

3) أدرس تغيرات الدالة f.

4) برهن أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مقاربين مائلين (Δ_1) و (Δ_2) يطلب تعيين معادلتهما

5) أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمقاربين.

6) برهن أن المستقيم ذو المعادلة $x=2$ محور تناظر لـ $(\mathcal{C}_f)$.

7) أرسم $(\mathcal{C}_f)$

8) عين مجموعة تعريف الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=\sqrt{x^2-4|x|-5}$

9) بين أن الدالة h زوجية و أرسم منحناها البياني في معلم الســـــــابق.

التمرين 08:

الجزء1: f هي الدالة المعرفة على D_f بـ: $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$ مع $D_f=]-\infty;4]\cup[0;+\infty[$ و (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايتين للدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y=2x+3$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) هـل الدالة f تقبل الإشتقاق عند 0؟عند -4؟

4) أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in D_f-\{-4;0\}$.

5) انشئ جدول تغيرات للدالة f ثم أرسم المستقيمات المقاربة و (C_f).

الجزء2: نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x)=x+1-\sqrt{x^2+4x}$ و (C_g) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1) بين أن المنحنيين (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبة للنقطة $\Omega(-2;-1)$

2) نعتبر المنحنى $(\Gamma)=(C_f)\cup(C_g)$، بين أن معادلة (Γ) هـــي : $y^2-2(x+1)y-2x+1=0$.

3) أرســـــــم (Γ).

4) عين معادلة (Γ) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{u})$ حيث $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ).

الجزء الثالث: دراسة الدوال المثلثية

التمرين 09:

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x} \;; x\in]-\pi;0[\cup]0;\pi[\\ f(0)=0 \end{cases}$. وليكن و $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند القيمة 0.

2) أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق من أجل القيمة 0

3) بين أن الدالة f فردية ثم أدرس تغيراتها.

4) نسمي (γ) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، أثبت أن مبدأ المعلم هو نقطة إنعطاف للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

5) عين إحداثيات النقطة A التي يكون فيها المماس للمنحنى (γ) موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y=x$.

6) لتكن الدالة h الدالة العددية المعرفة كما يلي في المجال $]0;\pi[$: $h(x)=f(x)-x$

* أثبت أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\dfrac{3\pi}{4}<\alpha<\dfrac{7\pi}{8}$

* مــــاهو التفسير الهندسي لهذه النتيجة؟

7) أرسم المنحنى (γ) مستعملا النتائج الســــــــــــــــابقة.

دراسة دوال تتضمن القيمة المطلقة

تمرين 10

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=|x-2|+\dfrac{1}{x-1}$

1) أدرس إستمرارية و قابلية إشتقاق f عند القيمة $x_0=2$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس تغيرات الدالة f و أكتب معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

3) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;\tfrac{1}{2}[$.

4) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(2-x)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$

5) ارســــــــــم المنحنى (C_f).

6) نــــاقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلــــــول المعادلة $|x-2|+\dfrac{1-m(x-1)}{x-1}=0$.

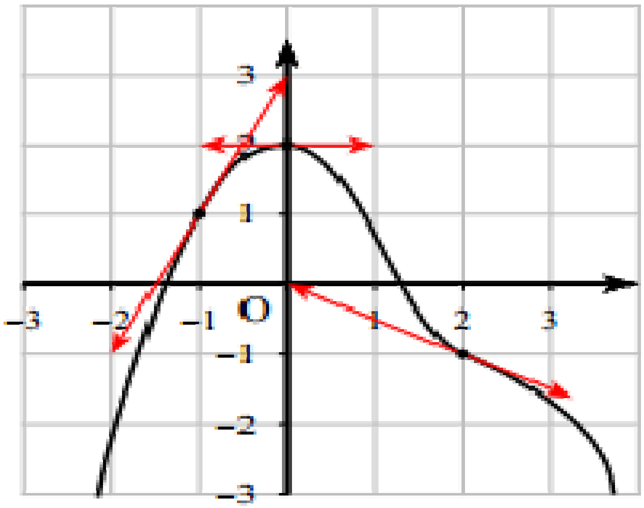
7) إستنتج مما سبق عدد حلول المعادلة ذات المجهــــول الحقيقي θ حيث : $|\cos\theta-2|+\dfrac{1-m(\cos\theta-1)}{\cos\theta-1}=0$.

8) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $g(x)=||x|-2|+\dfrac{1}{|x|-1}$

- بين أن الدالة g زوجية
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب يختلف عن 1: $g(x)=f(x)$
- إستنتج مما سبق رسم المنحنى (φ) منحنى الدالة g في نفس المعلم.

تمارين خاصة بالقراءة البيانية :

تمرين 11:

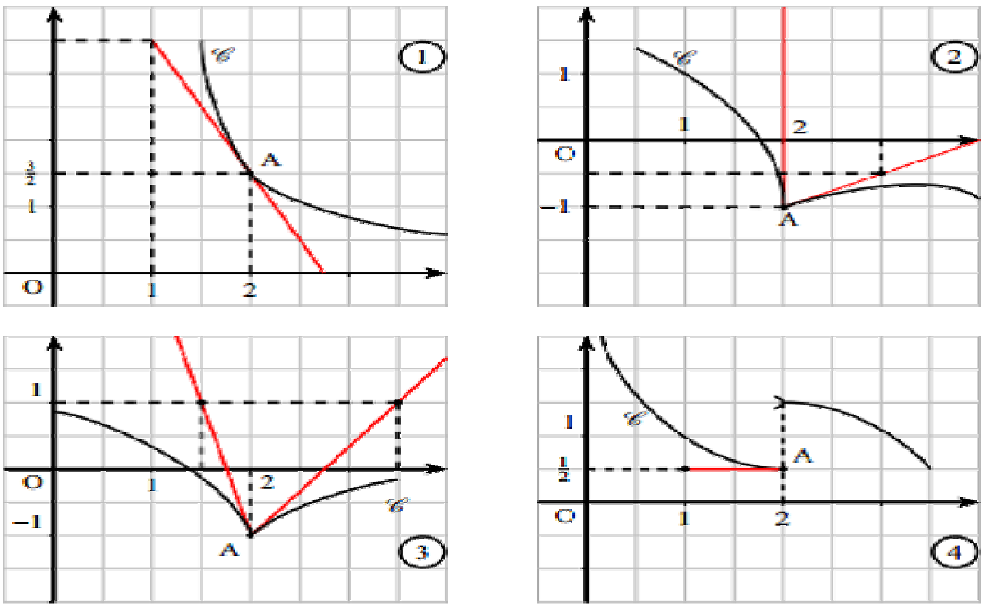


(C_f) التمثيل البياني لدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (T_1) ، (T_2) و (T_3) المماسات للمنحنى (C_f) في النقط $A(-1;1)$ ، $B(0;2)$ و $C(2;-1)$ على الترتيب.

1) عين كل من : $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(2)$ و $f'(-1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(2)$ و $f''(2)$.

2) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المماسات (T_1) ، (T_2) ، (T_3).

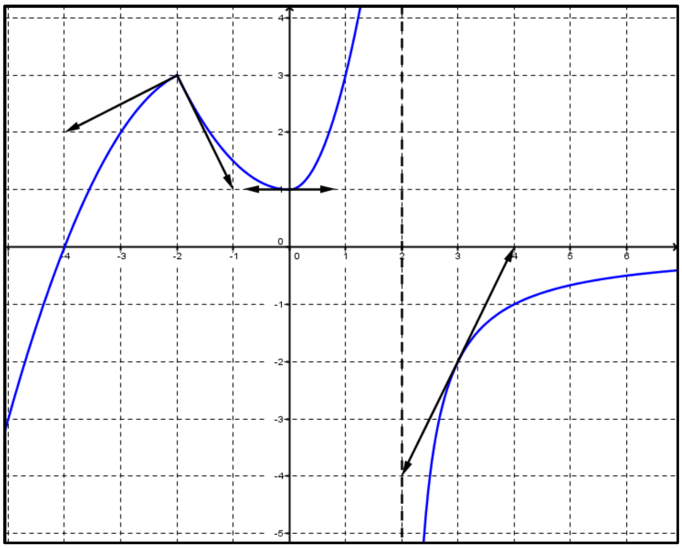
تمرين 12 : (C) هو التمثيل البياني لدالة f و A نقطة من (C) فاصلتها 2.



رسمنا المماسات أو أنصاف المماسات للمنحنى (C) في النقطة A.

في كل حالة من الحالات الأربعة أذكر إن كانت f قابلة للإشتقاق عند 2 ثم عين العدد المشتق للدالة f عند القيمة 2.

تمرين 13 :



إليك الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بتمثيلها البياني (C_f)

بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

1) عين $f'(0)$ و $f'(3)$.

2) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة

ذات الفاصلة 3

3) هل f قابلة للإشتقاق عند العدد -2؟ علل.

4) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

ثم شكل جدول تغيراتها.

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط حقيقي عدد m

$f(x)=m$

الجزء الثاني: تمارين خاصة بشعبة التقني رياضي و الرياضيات

تمرين 14 : f دالة معرفة بـ :

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x)=\dfrac{x}{x^2+1}-x\,;\,x\in\left]-\infty;0\right] \\ f_2(x)=\sqrt{x^2+2x}+x\,;\,x\in\left]0,+\infty\right[\end{cases}$$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) هل الدالة f مستمرة عند $x_0=0$ ؟

2) أ) أحسب $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x

ب) هل الدالة f قابلة لإشتقاق عند $x_0=0$ ؟

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f

4) أثبت أن منحني الدالة f يقبل مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلته بجوار $-\infty$ (بطريقة أخرى أدرس الفروع المنتهية)

5) من أجل كل x من المجال $]-\infty;0]$ ، أوجد النقط التي يكون فيها المماس موازي للمستقيم معامل توجيهه -1

6) أنشئ المنحني (C_f)

تمرين 15 : f دالة معرفة بـ :

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x)=\dfrac{\sqrt{x^4+1}-1}{x}-x;x\in]-\infty,0[\\ f_2(x)=x\sqrt{x^4+8x}+x;x\in[0,+\infty[\end{cases}$$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) هل الدالة f مستمرة عند $x_0=0$ ؟

2)) هل الدالة f قابلة لإشتقاق عند $x_0=0$ ؟

3) أحسب $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x و أدرس إشارتها

4) أدرس إتجاه تغير الدالة f

5) هل منحني الدالة f يقبل مستقيم مقارب (بطريقة أخرى أدرس الفروع لا النهائية)

6) إن وجد المستقيم المقارب ، أدرس وضعيته بالنسبة للمنحني (C_f)

7) أحسب : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x^3]$, ماذا تستنتج ؟

8) نعتبر g معرفة بـــ: $g(x)=x^3+4$. على المجال $[0,+\infty[$ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لـ (C_g)

9) أحسب $g(1)$ و $f(1)$ ثم أنشئ (C_g) و (C_f) في نفس المعلم

تمرين 16: f دالة معرفة بـ :

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+7x+1}}{\sqrt{x}};x\in]0,+\infty[\\ f_2(x)=x^2+\sqrt{x^2+4}+;x\in]-\infty;0] \end{cases}$$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) هل الدالة f مستمرة عند $x_0=0$ ؟

2) أحسب $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x

3) هل الدالة f قابلة لإشتقاق عند $x_0 = 0$ ؟

4) أدرس إتجاه تغير الدالة f

5) هل منحني الدالة f يقبل مستقيم مقارب (بطريقة أخرى أدرس الفروع لا النهائية)

6) إن وجد المستقيم المقارب ، أدرس وضعيته بالنسبة للمنحني (C_f)

7) نعتبر g معرفة بـ : $g(x) = x^2 - x ; x \in \left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

على المجال $]-\infty,0]$ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لـ (C_g)

8) أحسب : $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - g(x)]$, ماذا تستنتج ؟

9) نعتبر h معرفة بـ : $g(x) = \sqrt{x} - 1; x \in]0, +\infty[$.

على المجال $]0,+\infty[$ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لـ (C_g)

10) أحسب : $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - g(x)]$, ماذا تستنتج ؟

11) أدرس تغيرات الدالة g على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$ و الدالة h على المجال $]0,+\infty[$

12) أنشئ في نفس المعلم كل من المنحنيات (C_g) و (C_h) و (C_f)

تمرين 17: f_m دالة معرفة بـ : $f_m(x) = \dfrac{2x^2 + mx + 2}{(x+1)^2}$ بحيث m وسيط حقيقي يختلف عن 4

و ليكن (C_m) التمثيل البياني لـ f_m في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أوجد مجموعة تعريف الدالة f_m

2) أحسب : $\lim_{x \to \infty} f_m(x)$

3) أدرس تغيرات الدالة f_m

4) حدد النقط A_m بحيث (C_m) يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل

5) أثبت أن كل المنحنيات (C_m) تمر بنقطة ثابتة

6) أنشئ (C_{-4}) و (C_8)

الجزء الثالث : خاص بالبكالوريات

تمرين18________باك رياضي جوان 2009 م2________

f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يأتي : $\left(C_f\right)$ $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) أ) بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y=x$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $\left(C_f\right)$ و (D).

3) أ) بين أن $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3<x_0<1,4$

ب) عين معادلة (Δ) مماسا للمنحنى $\left(C_f\right)$ في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

ج) أرسم (Δ) و $\left(C_f\right)$ في نفس المعلم.

4) أوجد الدالة الأصلية للدالة f و التي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x

5) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=|f(x)|$.

$\left(C_g\right)$ منحنى الدالة g في المعلم الســـابق.

- بين كيف يمكن إنشاء $\left(C_g\right)$ إنطلاقا من $\left(C_f\right)$، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $g(x)=m^2$.

تمرين 19: باك ع ت جوان 2014 م2____________

I) - لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2\left(2x^2-2x+1\right)}$ ب) استنتج أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ و (Δ).

3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x.g(x)}{\left(2x^2-2x+1\right)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = \dfrac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$

ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h).