



التمرين الأول:

حل في R المعادلات و المتراجحات التالية:

$$(x+5)^2 \times (x+2)^3 \geq 0 \quad (4) \quad (x+5) \times \left(\frac{x-1}{x}\right) \times (x^2+2) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{-2}{x-1} \leq 0 \quad (5) \quad \frac{2x+1}{x-3} = \frac{x}{x-1} \quad (2)$$

$$x^3 - x^2 + 3x - 3 = 0 \quad (3)$$

التمرين الثاني:

$$(1) \text{ احسب النهايات التالية: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 2x}{x+2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x + 3 - \frac{1}{x+2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x + 3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 2x - 4}{x-2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 - 2x}{x+2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 - 2x}{(x+2)^2} \right)$$

$$(2) \text{ اوجد مشتقات الدوال التالية: } f(x) = x^3 - x^2 + 3, \quad g(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x+2|}, \quad h(x) = 4x^2(3x-2)^3$$

التمرين الثالث:

بين من أجل كل عدد حقيقي x ما يلي:

$$\frac{3e^x}{e^x+1} = \frac{3}{e^{-x}+1} \quad (3)$$

$$\frac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1} + \frac{3e^x-1}{e^x+1} = 2 \quad (2)$$

$$\frac{1-2e^{-x}}{1+e^{-x}} = \frac{e^x-2}{e^x+1} \quad (1)$$

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = -x^3 - 2x + 5$

(1) شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في R

- تحقق من أن $1,3 \leq \alpha \leq 1,4$

- فسر النتيجة بيانياً ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

التمرين الخامس:

- احسب نهايات الدالة f في كل حالة:

$$(1) \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{2e^x + 1} \quad , \quad \text{عند } -\infty \text{ و عند } +\infty$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x} \quad , \quad \text{عند } -\infty \text{ و عند } +\infty$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{x}(e^{3x} - 1) \quad \text{عند } 0$$

- اوجد عبارة $f'(x)$ في كل حالة:

$$(1) \quad f(x) = xe^x \quad (2) \quad f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{x} \quad (4) \quad f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$$

$$(5) \quad f(x) = (x^2 - 1)e^{2x} \quad (6) \quad f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

التمرين السادس:

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = x^3 + 6x + 12$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على R .

(2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-1,48; -1,47[$.

ب. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$)

(1) أ. بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 2)^2}$

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب نهايات الدالة $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 2]$ ثم استنتج معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) المستقيم المقارب المائل.

(5) بين أن : $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

(6) انشئ (C_f) بدقة .

(7) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = 2m$ حلا واحدا.

(8) نعتبر الدالة k المعرفة على R بـ : $k(x) = x - 2$

. اشرح كيف يمكن رسم ($C_{f \circ k}$) انطلاقا من (C_f) .



التمرين الأول:

جدول التغيرات الموالي هو لدالة u معرفة على $D_u = [-2; 3]$

x	-2	-1	0	1	2	3
$u'(x)$	+	0	-	-	0	+
$u(x)$	1	2	0	-2	0	3

(1) عيّن إشارة $u(x)$.

(2) تعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f = u^2$

أ) عيّن مجموعة تعريف لكل دالة من الدالة f

ب) عبّر عن $f'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$.

ج) استنتج جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0; 2\}$ بـ: $f(x) = \ln \left| \frac{x}{x-2} \right|$

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0; 2\}$ لدينا: $f(2-x) + f(x) = 0$

(2) استنتج مركز تناظر للمنحن (C_f)

التمرين الثالث:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

(1) ادرس تغيرات الدالة f .

(2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(-x) + f(x) = 1$

- استنتج مركز تناظر للمنحن (C_f) .

التمرين الرابع:

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α محصور بين -1,52 و -1,51

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

التمرين الخامس:

- I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{j}\| = 1cm$; $\|\vec{i}\| = 2cm$
- (1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$
 - (2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ مفسرا النتيجة بيانيا.
 - (3) أ - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية: $x^2 - 2x \leq 0$
ب - تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = (x^2 - 2x)e^{1-x}$
ج - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - د - اكتب معادلة للمماس (T) للمنحن (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
 - (4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 1 - xe^{1-x}$
أ - ادرس اتجاه تغير الدالة h على $\mathbb{R}$ ثم استنتج أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $h(x) \geq 0$
ب - ادرس الوضعية النسبية للمماس (T) و المنحن (C_f)
 - (5) بين أن المعادلة (C_f) يقطع حاما محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1 < \alpha < 0$
 - (6) انشئ المماس (T) و المنحن (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$
 - (7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2 e^{1-x} = -m$
 - II) F دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = ax + (x^2 + bx + c)e^{1-x}$
(1) اوجد بدلالة الأعداد الحقيقية a ، b و c عبارة $F'(x)$
(2) استنتج قيم الأعداد a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $F'(x) = f(x)$



التمرين الأول:

- حل في $\mathbb{R}$ ما يلي:

$$\ln(x-3)=0 \quad (1) \quad \ln x = -3 \quad (2) \quad \ln|1-x| = \ln 3 \quad (3) \quad \ln(e^x - 3) = 0 \quad (4)$$

$$(\ln x - 1)(e^x - 2) = 0 \quad (5) \quad \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \leq -1 \quad (6) \quad 2\ln(x-3) = \ln 4 \quad (7)$$

$$2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0 \quad (8) \quad 2(\ln x)^2 - \ln x - 1 \leq 0 \quad (9) \quad \ln|2x+1| + \ln|x-1| = \ln 2 \quad (10)$$

التمرين الثاني:

- اوجد مشتقات الدوال التالية:

$$f(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1) \quad (3) \quad g(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad (2) \quad f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (1)$$

$$f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1} \quad (5) \quad f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 6x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6\ln(1-x) \quad (4)$$

$$f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x} \quad (6) \quad f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2) \quad (7) \quad g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1) \quad (8)$$

$$f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \quad (9) \quad g(x) = x^2 + 1 - \ln x \quad (10) \quad f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1 \quad (11)$$

$$f(x) = \frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2} \quad (12) \quad g(x) = 2[-x + \ln(2x+1)] \quad (13) \quad f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (14)$$

التمرين الثالث:

$$\lim_{* \rightarrow 0} \frac{\ln(*+1)}{*} = \lim_{* \rightarrow 1} \frac{\ln*}{*-1} = 1 \quad (العدد المشتق) \quad , \quad \lim_{* \rightarrow 0} \ln* = -\infty \quad , \quad \lim_{* \rightarrow +\infty} \ln* = +\infty$$

$$\lim_{* \rightarrow 0} (*)^n \ln* = 0 \quad \text{أو} \quad \lim_{* \rightarrow 0} * \ln* = 0 \quad , \quad \lim_{* \rightarrow +\infty} \frac{\ln*}{(*)^n} = 0 \quad \text{أو} \quad \lim_{* \rightarrow +\infty} \frac{\ln*}{*} = 0 \quad \text{التزايد المقارن:}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad \text{عند } -\infty \text{ و عند } 1 \quad (1) \quad f(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1) \quad \text{عند } +\infty \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x \quad \text{عند } +\infty \text{ ثم عند } 2 \quad (4) \quad f(x) = \frac{1+\ln x}{1+x \ln x} \quad \text{عند } 0 \text{ و عند } +\infty \quad (3)$$

التمرين الرابع:

- في كل حالة من الحالات التالية، عين الدالة الوحيدة f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$$f(0)=1 \quad \text{و} \quad f'=3f \quad (1)$$

$$f(0)=1 \quad \text{و} \quad f'=-f \quad (2)$$

$$f(2)=-4 \quad \text{و} \quad f'=\frac{1}{2}f+\frac{3}{2} \quad (3)$$

التمرين الخامس:

$$(1) \text{ حل في } R \text{ المعادلتين التاليتين: } 4^x + 3 \times 2^x + 10 = 0, \quad \log x = -4$$

$$(2) \text{ عين أصغر عدد طبيعي } n \text{ في كل حالة: } 2^n \geq 10^3, \quad \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq 10^{-2}$$

$$(3) \text{ ادرس على المجال }]-\infty; -1[\text{ اتجاه تغير الدالة } f \text{ المعرفة بـ: } f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$$

$$(4) \text{ ادرس على المجال }]-\infty; 1[\text{ اتجاه تغير الدالة } f \text{ المعرفة بـ: } f(x) = \log(1-x)$$

التمرين السادس:

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$ حيث a و b عدنان حقيقيان. (C_f)

تمثيلها البياني في الشكل المقابل حيث يقبل في

النقطة $A(2; -1 + 3\ln 3)$ مماساً أفقياً.

(1) بقراءة بيانية:

أ - ضع تخميناً حول $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب - شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة اوجد a و b .

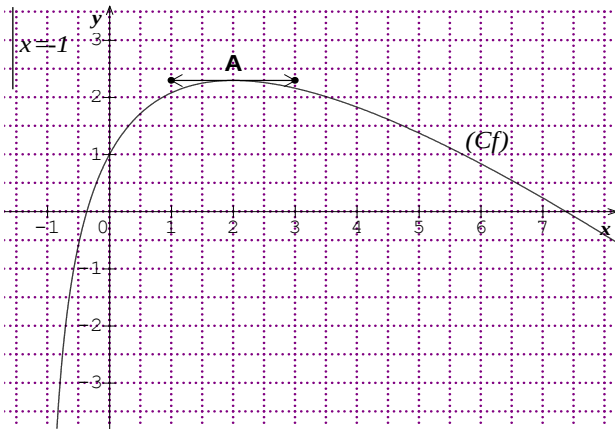
(3) نضع: $f(x) = -x + 1 + 3\ln(x+1)$

أ - تحقق من نتائج السؤال (أ-1).

ب - عين النقطة B من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = x$ ،

ثم اكتب معادلة (T) .

(4) استنتج بياناً قيم العدد الحقيقي التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين موجبين تماماً.





التمرين الأول:

f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

(1) أ - بين أن الدالة f متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$.

ب - بين أنه إذا كان $0 \leq x < 1$ فإن $0 \leq f(x) < 1$

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0 = 0$ و من أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $0 \leq u_n < 1$

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماماً ثم بين أنها متقاربة ثم حسب في هذه الحالة $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+3}$

أ - اثبت أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ وبطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم عبارة الحد العام u_n .

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ بطريقة ثانية.

التمرين الثاني:

(I) g دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماماً على المجال $]-1; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0,31 < \alpha < 0,32$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اثبت أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) احسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 4,7$)

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = m^2$ حلين غير معدومين مختلفين في الإشارة.

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } N: u_0 = 2 \text{ و من أجل كل } n \text{ من } N : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$$

(1) أ - مثل على محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (u_n) مبينا خطوط الرسم وبدون حساب.

ب - بين أنه من أجل كل n من N : $-6 \leq u_n \leq 2$

ج - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج تقاربها.

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N ب: $v_n = u_n + \alpha$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}\alpha - 3 \quad : N \text{ من } n \text{ كل أجل كل}$$

ب - عين العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(3) نضع: $\alpha = 6$ أ - اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

ب - بين أن : $u_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

ج - عين أصغر عدد طبيعي n يحقق : $u_n \leq 1$

التمرين الرابع:

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ ب : $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

(2) أحسب $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[e+1; e^3+1]$

ثم عين حسب قيم X إشارة $g(x)$ على المجال $]1; +\infty[$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1; +\infty[\cup]-\infty; -1[$ ب : $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أثبت أن f فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(3) بين أنه من أجل كل X من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)}$

(4) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها على المجال $]1; +\infty[$

(5) اكتب معادلة للمماس (T_1) عند النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$

(6) اوجد معادلة (T_2) نظير (T_1) بالنسبة لمبدأ المعلم.

(7) أنشئ (C_f) و (T_1) و (T_2) (يعطى $\alpha \approx 12,4$) على D_f

(8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x^2 - 1 = e^{2x^2+mx}$



التمرين الأول:

f دالة معرفة على $[0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{\frac{x}{e}}$

- (1) ادرس تغيرات الدالة f ثم عين نقط تقاطع (C_f) مع (Δ) (المنصف الأول).
- (2) لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على N^* حدها الأول $U_1 = e^2$ و كل حدودها موجبة تماما و من اجل كل $n \geq 1$: $e(U_n)^2 = U_{n-1}$
أ - برهن انه من اجل كل $n \in N^*$: $U_n > \frac{1}{e}$

ب - ادرس اتجاه تغير (U_n) . - ماذا تستنتج ؟ احسب $\lim U_n$

(3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $n \in N^*$ بـ : $V_n = \frac{1 + \ln(U_n)}{2}$.

أ - برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول .

ب - اكتب V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ثم ادرس تقارب (U_n) .

(4) احسب : $S = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ و $P = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$

التمرين الثاني:

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 3 مرات متتالية. (القطعة فيها وجه F و ظهر P) .

(1) أ - احسب احتمال الحصول على ثلاث أوجه .

ب - احسب احتمال الحصول على وجه في الرمية الثالثة .

(2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية عدد الأوجه المحصل عليه.

- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

- احسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

أ - تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

ب - بين أن الدالة f فردية ثم أحسب نهايات الدالة f .

(1) أ - بين أن: $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ثم شكل جدول التغيرات f على $\mathbb{R}^+$.

ج - استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $1 - \frac{1}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$

(2) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$ ثم فسر هندسيا هذه النتيجة.

(3) أنشئ بدقة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$ المنحنى (C_f) .

(4) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = 1$, $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1}$

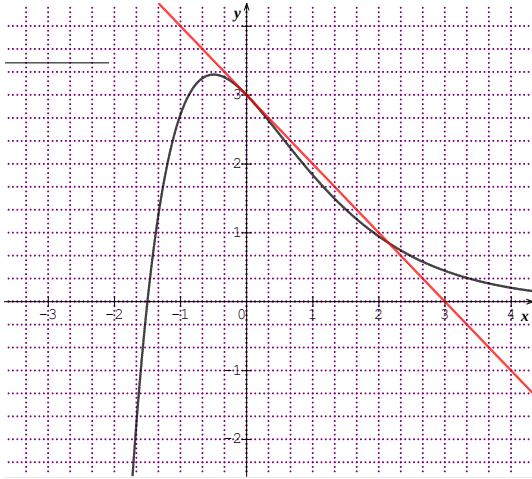
أ - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > 0$

ب - تحقق باستعمال السؤال 2 - ج أن: $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة.

ج - بين أن: $u_n \leq \left(\frac{1}{2} \right)^n$ حيث $n \in \mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الرابع:

المنحنى (C) في الشكل التالي هو التمثيل البياني لدالة f المعرفة على R ب: $f(x) = e^{-x}(ax + b)$



حيث a و b عدنان حقيقيان. المنحنى (C) يقبل عند النقطة التي فاصلتها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ مماسا يوازي محور الفواصل ويقبل عند

النقطة $A(0; 3)$ مماسا (Δ) يمر بالنقطة $B(3; 0)$

(1) أ - بقراءة بيانية عين $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(0)$ و $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

ب - أحسب $f'(0)$ ثم عين معادلة للمستقيم (Δ) .

ج - أثبت أنه من أجل كل x من R : $f(x) = e^{-x}(2x + 3)$

(2) لتكن الدالة h المعرفة على R ب: $h(x) = 1 - e^{-x}(2x + 1)$

أ - أدرس تغيرات الدالة h .

ب - أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلان أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1 < \alpha < 2$ ثم استنتج إشارة $h(x)$.

(3) لتكن الدالة g المعرفة على R ب: $g(x) = e^{-x}(2x + 3) + x - 3$

أ - أثبت أنه من أجل كل x من R : $g'(x) = h(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g . ($g(\alpha) = -0.6$)

ب - أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β ينتمي إلى المجال $[\alpha; +\infty[$ ثم تحقق أن: $2 < \beta < 3$

ج - استنتج إشارة $g(x)$ ثم حدد وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .



التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل:

(1) قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق $9C_n^2 = 2C_{2n}^2$ هي: أ) 5 ب) 6 ج) 7

(2) لدينا في صندوق n كرة بيضاء و 4 كرات سوداء. نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ - عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون هو:

أ) $n^2 - n + 12$ ب) $\frac{n^2 - n + 12}{2}$ ج) $\frac{n^2 + n + 12}{2}$

ب - احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون هو:

أ) $\frac{8n}{n^2 + 7n + 12}$ ب) $\frac{4n}{n^2 + 7n + 12}$ ج) $\frac{n}{n^2 + 7n + 12}$

(3) A و B حادثتان حيث: $P(A) = 0,4$ ، $P(B) = 0,5$ و $P(A \cup B) = 0,35$

أ - $P(A \cap B) = 0,1$ ب - $P(A \cap B) = 0,25$ ج - المعطيات غير كافية

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء و كرتين حمراوين وكرة واحدة صفراء.

(الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس).نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

(1) ما احتمال وقوع الأحداث التالية: A " كل كرة من لون معين " .

B " الكرات المسحوبة من نفس اللون " ، C " كل كرتين من نفس اللون "

(2) ما احتمال سحب كرتين سوداوين على الأكثر؟

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

أ - عين قيم X ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب - احسب $P(|X| \leq 2)$

ج - احسب الانحراف المعياري لـ X

(4) نضيف n كرة صفراء إلى الصندوق. عين العدد الطبيعي n حتى يكون عدد عناصر A يساوي 504

التمرين الثالث:

$$(u_n) \text{ متتالية معرفة على } N \text{ بـ: } u_0 = \frac{3}{2} \text{ ومن أجل كل } n \text{ من } N : u_{n+1} = \frac{6u_n - 2}{u_n + 3}$$

$$(1) \text{ أ - بين أنه من أجل كل } n \text{ من } N : u_{n+1} = 6 - \frac{20}{u_n + 3}$$

$$\text{ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل } n \text{ من } N : \frac{3}{2} \leq u_n \leq 2$$

ج - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

$$(2) \text{ أ - بين أنه من أجل كل } n \text{ من } N : 0 \leq 2 - u_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - u_n)$$

$$\text{ب - استنتج أنه من أجل كل } n \text{ من } N : 0 \leq 2 - u_n \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{9}\right)^n \text{ ثم استنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

التمرين الرابع:

$$(I) \text{ نعتبر الدالة العددية } g \text{ المعرفة على } R \text{ بـ: } g(x) = 1 - x + e^{x-2}$$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها (لا يطاب حساب النهايات).

$$(2) \text{ استنتج أنه من أجل كل } x \text{ من } R \text{ لدينا: } g(x) \geq 0$$

$$(II) \text{ لتكن الدالة } f \text{ معرفة على } R \text{ بـ: } f(x) = x - 1 + xe^{2-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة هي: 1 cm)

$$(1) \text{ أ - احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\text{ب - بين أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{2-x} = 0 \text{ ثم استنتج } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ج - اثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

د - ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

$$(2) \text{ أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x : f'(x) = e^{2-x} g(x)$$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج - بين أن النقطة $\omega(2;3)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

د - اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(3) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من المجال $]0,1; 0,2[$ يحقق: $f(\alpha) = 0$

(4) احسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) و (Δ) .

$$(5) \text{ أ - بين أن: } \alpha e^{2-\alpha} = 1 - \alpha$$

$$\text{ب - حل في } R \text{ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي } x \text{ التالية: } e^{2-x} \geq \frac{1-\alpha}{\alpha}$$



التمرين الأول:

يحتوي كيس على 7 كريات منها 3 حمراء مرقمة 1، 1، 2 و 4 بيضاء مرقمة 1، 1، 2، 3. نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع. الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس.

(1) أ - ما احتمال وقوع الحادث التالية؟ A "الحصول على كرتين مختلفتين في اللون"

B "الحصول على كرتين مجموع رقميهما 3" و $A \cap B$

ب - استنتج $p(A \cup B)$

(2) ما احتمال سحب كرية تحمل رقما أوليا على الأقل؟

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية مجموع الرقمين المحصل عليهما.

أ - عين قيم X ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب - احسب $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$

ج - احسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني:

(1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = 1 + 4u_n + \sqrt{1 + 4u_n}$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > 0$

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

(2) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \sqrt{1 + 4u_n}$

أ - اوجد عبارة الحد العام u_n بدلالة v_n

ب - اثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $(v_{n+1})^2 = 4\left(v_n + \frac{1}{2}\right)^2$ ثم استنتج v_{n+1} بدلالة v_n

(3) نضع $w_n = v_n + 1$

أ - اثبت أن (w_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول w_0 .

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n

(4) أ - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{1}{4}(w_n^2 - 2w_n)$

ب - استنتج بدلالة n عبارة الحد العام u_n . هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ علل.

ج - احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln|x-1|$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب - بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $x=1$ مقارب للمنحنى (C_f) .

(2) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$

ب - عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

(4) أ - بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين أحدها مبدأ المعلم والأخرى فاصلتها α حيث $\alpha > 1$.

ب - تحقق أن : $4,5 < \alpha < 4,6$

(5) اثبت أن المحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما يساوي (-2) ثم اكتب معادلتيهما .

(6) احسب $f(-6)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(6)$ ثم أنشئ (T_1) ، (T_2) والمنحنى (C_f) .

(7) m وسيط حقيقي . نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$m(x-1) = 2x^2 - x - (x-1)\ln|x-1| \dots\dots\dots (E)$$

أ - بين أن حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى مع المستقيم (D_m) ذا معادلة $y = -2x + m$.

ب - عين قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يقطع المنحنى (C_f) المستقيم (D_m) في نقطتين متميزتين .

(8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$

أ - بين أن الدالة h زوجية .

ب - اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم انشئه في نفس المعلم السابق .



التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل.

(1) الشكل المثلثي للعدد المركب $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}-\sqrt{6}i}$ هو:

أ - $z = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ ب - $z = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$ ج - $z = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$

(2) $z = x + iy$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}^*$. مجموعة حلول المعادلة $2 + 4yi = (z + \bar{z})(z - \bar{z})$ هي:

أ - $\{1+i; -1+i\}$ ب - $\{1+i; 1-i\}$ ج - $\{1+i; -1-i\}$

(3) العدد المركب $z = \frac{a-b}{1+ab}$ حيث a و b عدنان مركبان مختلفان حيث $|a|=|b|=1$ هو:

أ - تخيلي صرف ب - حقيقي سالب ج - حقيقي موجب

(4) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $|iz - 3i| = |z|$ هي:

أ - دائرة مركزها المبدأ ونصف قطرها 3 ب - مجموعة خالية ج - محور القطعة $[OA]$ حيث $A(3;0)$

(5) العدد المركب $(1+i)^{2020}$ يساوي: أ - 2^{1010} ب - -4^{505} ج - $4^{505} \times i$

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 0$ ، $u_1 = 1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$

نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$

(1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ يطلب حساب حدها الأول v_0 .

(2) بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول w_0 .

(3) اكتب بدلالة n عبارة كلا من v_n و w_n ثم استنتج أن: $u_n = \frac{n}{5^{n-1}}$

(4) أ - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ (يمكن البرهنة على أن: $u_{n+1} - \frac{2}{5}u_n \leq 0$)

ب - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

التمرين الثالث:

يضم كيس خمس كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كريات حمراء مرقمة من 4 إلى 6 وكريتين خضراوين تحملان الرقمين 5 و 6 (الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كريتين من الكيس في آن واحد.

- (1) ما احتمال وقوع الأحداث التالية: A " الكريتان المسحوبتان تحملان رقمين أوليين " .
 B " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون " ، C " الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين "
- (2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل ؟
- (3) احسب $p(A \cap B)$ ثم استنتج $p(A \cup B)$
- (4) ما هو عدد الكريات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون عدد الحالات الممكنة يساوي 120 ؟

التمرين الرابع:

- (I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0;1\}$ بـ : $f(x) = \ln[(x^2 - x)^2]$
 (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
 - (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - (2) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x من D_f إشارة العبارة: $A(x) = (4x - 2)(x^2 - x)$
 - (3) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0;1\}$: $f'(x) = \frac{4x - 2}{x^2 - x}$
 - (4) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0;1\}$: $f(1 - x) = f(x)$ و $(1 - x) \in \mathbb{R} - \{0;1\}$
 - ب - ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) ؟
 - ج - شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .
 - (5) أ - حل في $[0; +\infty[\cup]\frac{1}{2}; 1[$ المعادلة $f(x) = 0$.
 - ب - استنتج حلول المعادلة $f(x) = 0$ على $\mathbb{R} - \{0;1\}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
 - ج - استنتج إشارة $f(x)$ على D_f (يمكن الاستعانة بجدول التغيرات)
 - (6) انشئ بدقة المنحني (C_f) على $[-2; 0[\cup]0; 1[\cup]1; 3]$.
 - (7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $|x^2 - x| = \sqrt{e^m}$
- (II) لتكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0;1\}$ بـ : $g(x) = [f(x)]^2$
 - (1) عبر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.
 - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g . (لا يطلب إيجاد عبارة $g(x)$)
 - (3) شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R} - \{0;1\}$.