

# تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

## شعبة : علوم تجريبية

التمرين [1] [باك 2008] [م1]

- (I) نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = (ax+b)e^{-x} + 1$  .  
 تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  وحدة الطول  $1 \text{ cm}$  .  
 عين قيمتي  $a$  و  $b$  بحيث تكون النقطة  $A(-1; 1)$  تنتمي إلى  $(C_f)$  ومعامل توجيه المماس عند  $A$  يساوي  $(-e)$  .  
 (II) نعتبر الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = (-x-1)e^{-x} + 1$  .  
 تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  وفسر النتيجة بيانيا . ( نذكر أن  $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$  )

(2) أدرس تغيرات الدالة  $g$  ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

(3) بين أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل نقطة إنعطاف  $I$  يطلب تعيين إحداثيها .

(4) أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة  $I$  .

(5) أرسم  $(C_g)$  .

- (III) لتكن  $k$  الدالة المعرفة على المجال  $[-2; +\infty[$  كما يأتي :  $k(x) = g(x^2)$  .  
 باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة  $k$  ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين [2] [باك 2010] [م2]

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي :  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$  .

نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أـ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

بـ أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  وفسر هندسيا النتيجة .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أـ بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربيين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما على الترتيب :  $y = x + 1$  و  $y = x$  .

بـ أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  .

(4) أثبت أن النقطة  $\omega \left( 0; \frac{1}{2} \right)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  .

(5) أـ بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $\ln 2 < \alpha < 1$  و  $-1.4 < \beta < -1.3$  .

بـ هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي المستقيم  $(\Delta)$  ؟

جـ أرسم  $(\Delta)$  ،  $(\Delta')$  ثم المنحنى  $(C_f)$  .

دـ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $(m-1)e^{-x} = m$  .

التصريف [3] [باك 2011] [2م]

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = e^x - ex - 1$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1- أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب- أحسب  $f'(x)$  ثم أدرس إشارتها.

ج- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2- أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = -ex - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .

ب- أكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$ ، تقبل في المجال  $[1.75; 1.76]$  حلا وحيدا  $\alpha$ .

د- أرسم المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; 2]$ .

التصريف [4] [باك 2012] [2م]

I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 - xe^x$ .

1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

2- أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$ ، تقبل في حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

ب- تحقق أن  $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 2]$  كما يلي:  $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2- لتكن  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; 2]$  فإن:  $f'(x) = -g(x)$ .

استنتج إشارة  $f'(x)$  على المجال  $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3- بين أن  $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$  (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ )

4- أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .

ب- أدرس وضعيتة  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

5- أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  حيث  $-1.6 < x_1 < -1.5$  و  $1.5 < x_2 < 1.6$ .

ب- أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

6) لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = (ax + b)e^x$ .

عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون:  $h'(x) = xe^x$ .

التصريف [5] [باك 2013] [م1]

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

(I) f الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  بـ:  $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$ .

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

(2) أحسب  $f'(x)$ . بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل في  $]-\infty; 1[$  حلا وحيدا  $\alpha$ . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد  $\alpha$ .

(4) أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة  $|f|$ .

(5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة  $|f(x)| = m$  حلان مختلفان في الإشارة.

(II) g الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  بـ:  $g(x) = f(2x-1)$ . (عبارة g(x) غير مطلوبة)

(1) أدرس تغيرات الدالة g على  $]-\infty; 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ- تحقق أن  $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أن:  $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$ .

ب- استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة  $\frac{\alpha+1}{2}$ .

ج- تحقق من أن:  $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T).

التصريف [6] [باك 2015] [م2]

(I) g الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$ .

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على  $\mathbb{R}$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن:  $0.36 < \alpha < 0.37$ .

(3) استنتج إشارة g(x) على  $\mathbb{R}$ .

(II) f الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$ .

و (C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أدين أنه من أجل كل عدد حقيقي x،  $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$ .

ب- استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; -\alpha[$  و متزايدة تماما على  $[-\alpha; +\infty[$ .

(2) أحسب نهاية f عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

(3) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(4) أدرس وضعية المنحنى (C<sub>f</sub>) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته  $y = -x + 1$ .

(5) أنشئ (Δ) و (C<sub>f</sub>) على المجال  $]-\infty; \frac{1}{2}[$ ، (نأخذ  $0,1 \approx f(-\alpha)$ ).

(6) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x،  $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$ .

التمرين [7] [باك 2016] [الدورة الأولى] [2م]

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$ .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ- بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلين في  $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث:  $-1.52 < \alpha < -1.51$ .  
ب- استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f'(x) = -g(x)$ .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ . (نأخذ  $f(\alpha) \approx 0.38$ )

د- عين دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(2) أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .

ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

ج- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثيهما.

د- أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  على المجال  $[-2; +\infty[$ .

هـ- ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(m-x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$  على المجال  $[-2; +\infty[$ .

التمرين [8] [باك 2016] [الدورة الثانية] [2م]

(I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2e^x - x^2 - x$ .

(1) أ- أحسب  $g'(x)$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة  $g'$ . (حيث  $g'$  هي مشتقة الدالة  $g$ )

ب- بين أنه، من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $g'(x) > 0$ .

ج- أحسب نهايتي الدالة  $g$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $-1,38 < \alpha < -1,37$ .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ .

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب- بين أنه، من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ .

ج- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

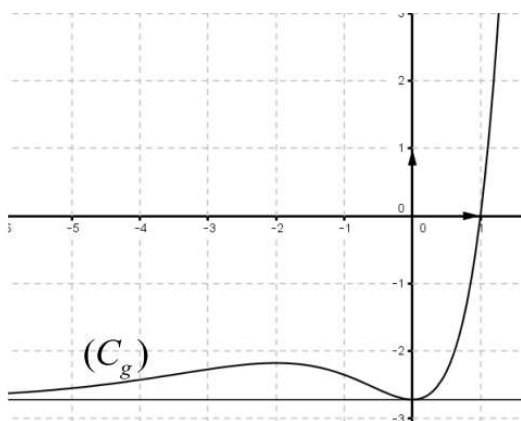
(2) أ- بين أن:  $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$ .

ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.

ج- أنشئ المنحنى  $(C_f)$ . (تعطى  $f(\alpha) \approx 0,29$ )

- (I) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2 - x^2 e^{-x}$ .
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  وأعط تفسيراً هندسياً للنتيجة، ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (2) أـ بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f'(x) = x(x-2)e^{-x}$ ، بـ أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- (II)  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = 1 - x e^{-x}$ .
- (1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $h(x) \geq 0$ ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$ .
- (2) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $-0,7 < \alpha < -0,6$ .
- (3) أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[-1; +\infty[$ .
- (4)  $F$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ .
- تحقق أن:  $F'(x) = f(x)$ .

التصنيف [10] [إبـاك 2017] [الدورة الإستثنائية] [1م]



- (I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x^2 e^x - e$ .
- $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (الشكل)
- أحسب  $g(1)$ .
- بقراءة بيانية عين إشارة  $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة  $g(-x)$ .
- حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .
- (II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) أحسب النهايات الآتية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2) بين أن المنحنى  $(\gamma)$  الذي معادلته  $y = e^{-x} - 2$  والمنحنى  $(C_f)$  متقاربان بجوار، ثم أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\gamma)$ .

- (3) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ ،  $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$ .

(4) استنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماماً على كل من المجالين  $[-1; 0]$  و  $[0; +\infty[$  متناقصة تماماً على المجال  $]-\infty; -1]$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى  $(\gamma)$  إنطلاقاً من منحنى الدالة  $e^x$ ، ثم أرسم بعناية كلا من  $(\gamma)$  و  $(C_f)$  في نفس المعلم السابق.

(I) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$  .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-0.38 < \alpha < -0.37$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$  .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أـ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

بـ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x+1)]$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  حيث :  $y = 2x + 1$  :  $(\Delta)$  .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون :  $f'(x) = g(x)$  ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها .

(3) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(4) أنشئ  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  ( نأخذ  $f(\alpha) \approx 0,8$  ) .

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول  $x$  :  $x = (1-m)e^x$  .

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . تؤخذ وحدة الطول  $2cm$  .  
 $(C_f)$  و  $(C_g)$  التمثيلان البيانيان للدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2 \quad \text{و} \quad g(x) = e^x - ex$$

(1) أـ أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  .

بـ استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  .

(3) أحسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(4) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  على  $\mathbb{R}$  .

(5) أرسم على المجال  $[0; 2]$  المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  في نفس المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . ( يعطى  $e^2 - 2e \approx 2$  ) .

(6) أحسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  .

(7) الدالة المعرفة على المجال  $[-2; 2]$  كما يلي :  $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$  وليكن  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أـ بين أن الدالة  $h$  زوجية .

بـ من أجل  $x \in [0; 2]$  أحسب  $h(x) + f(x)$  ثم استنتج كيفية رسم  $(\Gamma)$  إنطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه .

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

في الشكل المرفق، المنحنى الممثل للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$

( $\Delta$ ) المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  و ( $\gamma$ ) المنحنى الممثل للدالة  $e^x$  بـ  $x \mapsto e^x$ .  
بقراءة بيانية:

(1) بزر أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $e^x - x > 0$  .

(2) حدد تبعاً لقيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$  علماً أن:  $g(0) = 0$  .

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$

ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  وأحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم فسّر نتيجتي النهايتين هندسياً .

(2) أـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$  .

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

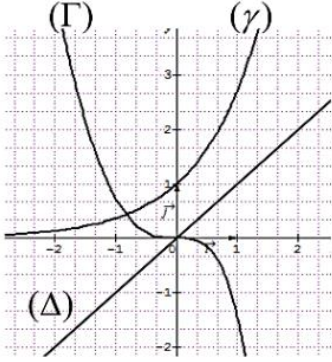
(3) أـ أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $0$  .

بـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$  .

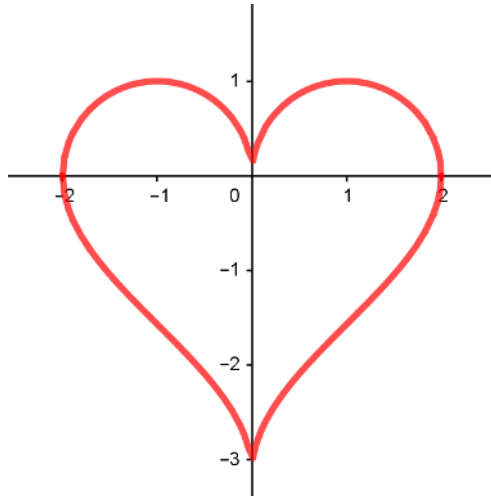
جـ استنتج الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(T)$ ، ماذا تمثل النقطة  $A$  بالنسبة إلى  $(C_f)$  ؟

(4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن:  $-0.6 < \alpha < -0.5$  .

(5) أنشئ المماس  $(T)$  والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى  $(C_f)$  .



“The only way to learn mathematics is to do mathematics”



كتابة: خالد مجاخشة

نشر يوم 2020/12/04