

# الدوال العددية

**مسألة 01:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{-x^2 - 3x - 3}{x + 2}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب نهاية  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .
2. احسب نهاية  $f$  عند  $-2$ ، وأعط تفسيراً بيانياً للنتيجة.
3. عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq -2$ :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$ .
4. بين أن المستقيم  $(d)$  الذي معادلته  $y = -x - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .
5. حدد وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(d)$ .
6. احسب  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
7. أنشئ المستقيمتين المقاربتين والمنحنى البياني  $(C_f)$ .

## مسألة 02:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + d}$  و جدول تغيراتها معطى كما يلي

$x$	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1		5		$+\infty$

1. عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c, d$ .
2. نضع:  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$ ، أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
3. برهن أن نقطة تقاطع المستقيمتين المقاربتين للمنحنى  $(C_f)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
4. برهن بأن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما  $\frac{3}{4}$ .
5. اكتب معادلة المماس  $(d)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $x_0 = 4$ .
6. أنشئ  $(C_f)$  المنحنى والمماس  $(d)$  والمستقيمتين المقاربتين.

### مسألة 03:



(1) أدرس إشارة العبارة:  $p(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$  مع العلم أن:  
 $p(-2) = 0$

(2) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x - 3}{x + 1}$

(3) بين أنه من أجل كل عنصر  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:

$$f'(x) = \frac{2p(x)}{(x+1)^2}$$

(4) ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

(5) اكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس في النقطة ذات الفاصلة 0.

(6) هل توجد مماسات للمنحنى  $(C_f)$  توازي المستقيم الذي معادلته:  $y = \frac{40}{9}x + 1$

(7) احسب:  $f(-3), f(0), f(1), f(2)$ .

(8) أنشئ  $(C_f)$ .

### مسألة 04:

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 10}{2x + 4}$  وليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty, +\infty$  و  $-2$ .

(2) بين أنه من أجل كل  $x \neq -2$  يمكن كتابة  $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x + 4}$  حيث  $a, b, c$  ثلاثة أعداد يطلب تعيينها.

- استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.

- ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

(3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن النقطة  $\Omega\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C)$  و أرسم  $(C)$  والمستقيمت المقاربة.

### مسألة 05:

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ ، وليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$ ،  $+\infty$
  - (2) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x + \frac{1}{2}$  هو مستقيم مقارب مائل لـ  $(C)$  عند  $+\infty$ . وأن المستقيم  $(\Delta')$  الذي معادلته  $y = -x - \frac{1}{2}$  هو مستقيم مقارب مائل لـ  $(C)$  عند  $-\infty$  وأدرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .
  - (3) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  - (4) بين أن المستقيم  $(d)$  الذي معادلته  $x = -\frac{1}{2}$  هو محور تناظر لـ  $(C)$ .
  - (5) أرسم  $(C)$ ،  $(\Delta)$ ،  $(\Delta')$  و  $(d)$  في نفس المعلم السابق.

### مسألة 06:

- $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = |x+1| + \frac{x}{x^2-1}$ ، وليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس
- (1) أكتب  $f(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.
  - (2) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجالات مجموعة التعريف.
  - (3) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  - (4) بين أن المستقيمين  $(\Delta) : y = x + 1$  و  $(\Delta') : y = -x - 1$  مقاربان للمنحنى  $(C)$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$  على الترتيب.
  - (5) ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .
  - (6) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا واحدا  $\alpha$  على المجال  $]-1; 1[$  وأعط حصر  $\alpha$  سعته  $10^{-1}$ .
  - (7) أرسم  $(C)$ ،  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  في نفس المعلم السابق.
  - (8) بين واستنتج بيانيا عدد حلول المعادلة  $f(x) = x + m$  حيث  $m$  وسيط حقيقي



### مسألة 07:

تكن الدالة  $f$  المعرفة على  $D = \mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$

- 1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف، واستنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور الترتيب.
- 2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- 3) أكتب معادلة مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- 4) بين أن:  $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$ .
- 5) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .
- 6) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل  $(\Delta)$ .
- 7) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]-1; 1[$ . يطلب إيجاد حصر له سعته 0,1 باستعمال الحاسبة.
- 8) أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى  $(C_f)$ .
- 9) من ملاحظة  $(C_f)$  خمن وجود مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  ثم اثبت صحة أو عدم صحة تخمينك.

### مسألة 08:

دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{(x + 1)^2}$

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف وبين أنه من أجل  $x \neq -1$  فإن  $f(x) = x - 2 + \frac{x + 3}{(x + 1)^2}$ .
2. أثبت أن  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلته، ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .
3. أحسب  $f(1)$  ثم عين إحداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  ومحاور الإحداثيات.
4. أثبت أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ثم عين عبارة  $f'(x)$ .
5. أكتب معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

### مسألة 09:

الجزء الأول: تعتبر الدالة  $Q$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $Q(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3$

- 1) أدرس تغيرات الدالة  $Q$ .
- 2) بين أن المعادلة  $Q(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $-0,4 < \alpha < -0,2$ .
- 3) حدد حسب قيم  $x$  إشارة  $Q(x)$ .

الجزء الثاني: تعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  لدينا  $f(x) = x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1}$
- (2) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .
- (3) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- (4) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$  وما هو تفسيرك الهندسي للنتيجة .
- (5) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمنحني  $(P)$  الممثل للدالة  $f(x) = x^2 - 2x - 1$  .
- (6) بين أن  $f(\alpha) = \frac{15}{2(1-\alpha)} - 2$  وأستنتج حصر الـ  $f(\alpha)$  .
- (7) أرسم  $(C_f)$  و  $(P)$  .

مسألة 10:

الجزء الأول: تعتبر الدالة  $Q$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

- (1) أدرس تغيرات الدالة  $Q$  .
  - (2) برهن أن المعادلة  $Q(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  .
  - (3) احسب  $Q\left(\frac{1}{2}\right)$ ،  $Q(1)$ ، ثم أعط حصر العدد  $\alpha$  بتقريب  $10^{-1}$  .
  - (4) حدد حسب قيم  $x$  إشارة  $Q(x)$  .
- الجزء الثاني: تعتبر الدالة  $f$  كما يلي:  $f(x) = \frac{1}{3}\left(x^2 + x + \frac{1}{x}\right)$ ، و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $Q(x)$  .
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  .
- (3) برهن أن:  $f(\alpha) = \frac{a}{6} + \frac{1}{2a}$  واستنتج حصر الـ  $f(\alpha)$  .
- (4) لتكن  $I$  نقطة من  $(C_f)$  فاصلتها  $-1$ ، و  $J$  نقطة من  $(C_f)$  فاصلتها  $1$  تحقق أن المستقيم  $(IJ)$  مماس للمنحني  $(C_f)$  عند  $J$
- (5) عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند  $I$  .
- (6) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة لهذا المماس .
- (7) أرسم  $(C_f)$  ونستعمل  $\alpha = \frac{2}{3}$  .

## مسألة 11 :

$f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

ويرمز بـ  $(C_f)$  الى المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين الاعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$
2. احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجال مجموعة تعريفها .
3. أثبت ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب يطلب تعيين معادلته .
4. أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$
5. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .
6. أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن :  $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$
7. عين اتجاه تغير الدالة  $f$  على مجال مجموعة تعريفها وشكل جدول تغيراتها .
8. أكتب معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
9. أثبت أن النقطة  $A(-1; -2)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  .
10. أرسم كلا من  $(\Delta)$  و  $(D)$  و  $(C_f)$ ، عين بياناً قيم  $m$  حتى يكون للمعادلة  $f(x) = m$  حلان مختلفان .

## مسألة 12 :

الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

- 1 أ- أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف .  
ب- أدرس تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .
- 2 أ- عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c, d$  بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 1$  :  $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x-1)^2}$   
ب- ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(d)$  الذي معادلته  $y = x - 2$  ؟ برر .  
ت- حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(d)$ ، لتكن  $A$  نقطة تقاطع  $(C_f)$  و  $(d)$  .
- 3 أرسم  $(C_f)$  و  $(d)$  .
- 4 بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]-\infty; 1[$  واستنتج قيمة مقربة إلى  $10^{-2}$  للعدد  $\alpha$  .
- 5 بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماس  $(T)$  يوازي المستقيم  $(d)$  عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

6) اكتب معادلة المماس ( $T$ ) عند هذه النقطة .

7) استنتج بيانياً عدد حلول المعادلة  $f(x) = x + m$  حيث  $m$  وسيط حقيقي .

8) بين أن فواصل نقط تقاطع المنحني ( $C_f$ ) مع المستقيم الذي معادلته  $y = x + m$  هي حلول المعادلة ( $E$ ) التالية:

$$(m+2)x^2 - (2m+7)x + m + 4 = 0$$

9) جد حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة ( $E$ ) .

### مسألة 13:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{cx^2 + dx - 2}$  حيث  $a, b, c, d$  أعداد حقيقية و ( $C_f$ ) المنحني الممثل للدالة  $f$  في مستوي

منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

الجزء الأول: أوجد الأعداد الحقيقية  $a, b, c, d$  علماً أن المنحني ( $C_f$ ) الممثل للدالة  $f$ :

1) لا يقبل مستقيم مقارب موازري لمحور الفواصل .

2) يقبل مستقيم مقارب موازري لمحور الترتيب معادلته:  $x = 2$

3) يشمل النقطة  $A(1, -2)$  ويقبل عندها مماساً معامل توجيهه  $-5$  .

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}; D_f = ]-\infty; 2[ \cup ]$$

الجزء الثاني: نضع من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  حيث

1) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند أطراف مجال تعريفها  $D_f$  .

2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x - 3]$ ، ماذا تستنتج؟

3) احسب من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$ :  $f'(x)$  وشكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

4) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$ :  $f(4-x) + f(x) = 10$ ، ماذا تستنتج؟

5) أرسم ( $C_f$ ) .

الجزء الثالث: ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $x^2 - (m-1)x + 2m = 0$

مسألة 14:

الجزء الأول: تعتبر الدالة  $f_m$  للمتغير الحقيقي  $x$  والوسيط  $m$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{3\}$  كما يلي:  $f_m = \frac{3x^2 - mx}{x - 3}$  و  $(C_{f_m})$  منحنياها في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1 = بين انها توجد نقطة وحيدة  $A$  تنتمي إلى كل منحنياتها .
- 2 = ماهي قيم  $m$  التي تجعل الدالة  $f$  تتغير دوما في نفس الاتجاه .
- 3 = ماهي قيم  $m$  التي تجعل الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية صغرى وعظمى .

الجزء الثاني: تعتبر الدالة  $g$  المعرفة  $g(x) = f_5(x)$  أي  $m = 5$

- 1 = أدرس تغيرات الدالة  $g$  .
- 2 = برهن أنه يوجد نقطتين من  $(C_g)$  يكون عنهما ميل المماس يساوي 2 وأكتب معادلة أحد المماسين
- 3 = عين  $\alpha, \beta, \gamma$  حيث:  $g(x) = ax + \beta + \frac{\gamma}{x - 3}$  و  $x \in D_g$  و  $(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R}$
- 4 = برهن أن المنحنى يقبل خطين مقارنين ثم عين نقطة تقاطعهما  $w$  و برهن أن النقطة  $w$  مركز تناظر .
- 5 = انشئ المنحنى  $(C_g)$  .
- 6 =  $m$  عدد حقيقي، ناقش حسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $3x^2 - (2m + 5)x + 6m = 0$

الجزء الثالث: تعتبر الدالة  $h$  المعرفة كما يلي:  $h(x) = \frac{3x^2 - 5|x|}{|x| - 3}$

- 1 = عين مجموعة تعريف الدالة  $h$  .
- 2 = أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $h$  عند  $x_0 = 0$  .
- 3 = أدرس شفعية الدالة  $h$  .
- 4 = أكتب  $h(x)$  بدون رمز القيمة المطلقة وأرسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_g)$  .

# الدوال اسية

**مسألة 15:**  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) حدد معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .
- (4) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) + f(-x) = 2$  وفسر النتيجة هندسياً.
- (5) بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(T)$  معامل توجيهه يساوي 1 يطلب تعيين معادلته.
- (6) احسب احداثيي نقطة تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محور الفواصل ثم ارسم كلا من  $(C_f)$  و  $(T)$ .
- (7) ناقش بياناً قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(3-m)e^x = m+1$

## مسألة 16:

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (2-x)e^x - 1$

- 1- عين نهايتي الدالة عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .
- 2- ادرس تغيرات الدالة  $g$ .
- 3- شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .
- 4- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث  $1,2 < \alpha < 1,8$  و  $1,2 < \beta < 1,8$ .
- 5- استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- 1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2- بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

4- بين أن:  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$  وعين حصرا للعدد  $f(\alpha)$  و  $f(\beta)$

5- ارسم  $(C_f)$

### مسألة 17:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على كما يلي:  $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

(1) احسب  $f(x) + f(-x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ثم استنتج ان النقطة  $\omega(0;1)$  مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$  .

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) بين ان المستقيم ذا المعادلة  $y = x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .

(5) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 2)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

(6) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث  $-1,7 < \alpha < -1$  .

(7) من أجل أي قيمة العدد الحقيقي  $k$  يكون العدد  $(-\alpha)$  حلالا للمعادلة  $f(x) = k$  .

(8) ارسم  $(C_f)$  ومستقيميه المقاربين .

### مسألة 18:

I. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = e^x + x + 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$  حيث:  $-1,3 < \alpha < -1$

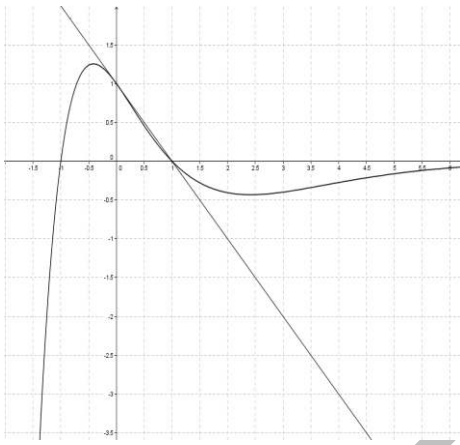
(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

II. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ ، وليكن  $(C)$  المنحنى البياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس

$(0; \vec{i}, \vec{j})$

- 1) بين أن:  $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
- 2) بين أن:  $f(\alpha) = \alpha + 1$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .
- 3) عين معادلة المماس  $(d)$  للمنحني  $(C)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي بينهما.
- 4) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحني  $(C)$  عند  $+\infty$ .
- 5) ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  (نقبل أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ )، ثم رسم  $(\Delta)$  و  $(C)$  و  $(d)$  في نفس المعلم.

### مسألة 19:



أولاً: لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (1+ax^2)e^{bx}$

و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس بالشكل المقابل ومماس المنحني  $(T)$  في النقطة ذات الفاصلة  $0$ .

1. بقراءة بيانية عين:  $g(-1)$ ،  $g(0)$ ،  $g'(0)$ .
  2. جد معادلة المماس للمنحني  $(C_g)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$ .
  3. حل المعادلة  $g(x) = 0$ ، ثم شكل جدول إشارة الدالة  $g$ .
  4. باستعمال النتائج السابقة اثبت أن:  $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$ .
- ثانياً:  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (1+x)^2 e^{-x}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وبين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  وفسر النتيجة هندسياً.
2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = g(x)$ .
3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم أعط جدول تغيراتها.
4. استنتج دون حساب  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{f(x) - 1}{x} \right)$  وفسر النتيجة هندسياً.
5. اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$ .
6. ارسم  $(T)$  و  $(C_f)$  على المجال  $[-2; +\infty[$ .
7. ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $f(x) = -m$ .

ثالثاً : الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $k(x) = f(x^2) - 1$

1. اعتماداً على مشتقة الدوال المركبة، عين اتجاه تغير الدالة  $k$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

### مسألة 20:

(I) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني

-1 عين  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث المنحني البياني  $(C_f)$  يشمل النقطة  $O$  والدالة المشتقة  $f'$  تنعدم من أجل  $x = \ln \frac{3}{4}$  والمستقيم الذي معادلته  $y = 1$

مستقيم مقارب للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$  .

(II) نأخذ فيما يلي :  $a = 2$  و  $b = -3$  و  $c = 1$  .

-1 احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني  $(C_f)$  ؟

-2 احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

-3 ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

-4 حدد نقط تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل

-5 عين معادلة المماس للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها  $O$  .

-6 احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  وفسر النتيجة هندسياً ( لشعبي الرياضيات والتقني رياضي فقط )

-7 ارسم  $(C_f)$  .

### مسألة 21:

(I) دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = 2x + 4 - 4e^x$

-1 ادرس تغيرات الدالة  $g$  .

-2 بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث :  $-1,6 < \alpha < -1$  .

-3 استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2e^x - 1}{2xe^x + 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني .

1- بين أجل كل أنه من عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(2xe^x + 1)^2}$

2- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم فسر النتائج هندسيا .

3- ادرس تغيرات الدالة  $f$  .

4- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ، ثم استنتج إشارة  $f(x)$  .

5- بين أن :  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$  ، ثم عين حصر العدد  $f(\alpha)$  .

6- ارسم المنحني  $(C_f)$  .

7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد وإشارة حلول المعادلة :  $2mx - 2 + (m + 1)e^{-x} = 0$

### مسألة 22:

تعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة علي  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس  $(O; i, j)$

1- احسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف وفسر النتائج هندسيا .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  علي كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

3- بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقار بين ماثلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما علي الترتيب :  $y = x + 1$  و  $y = x$  .

4- ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الي كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  .

5- اثبت أن  $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$  هي مركز تناظر للمنحني  $(C_f)$

6- بين ان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث  $\ln 2 < \alpha < \beta < 4$  و  $\ln 2 < \beta < 4$

7- هل توجد مماسات للمنحني  $(C_f)$  توأمرتي المستقيم  $(\Delta)$  ، ارسم  $(\Delta)$  ،  $(\Delta')$  ثم المنحني  $(C_f)$  .

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد وإشارة حلول المعادلة :  $(m - 1)e^{-x} = m$

أولاً : لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$  حيث  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان

نرمز بـ  $(C_g)$  لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- عين  $a$  و  $b$  بحيث  $(C_g)$  يشمل النقطة  $A(\ln 2; \ln 2)$  ويقبل عند النقطة  $A$  مماساً موازياً لمحور الفواصل .

ثانياً : نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = x - 2 + \frac{8}{e^x + 2}$

2. احسب نهايتي الدالة عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  .

3. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

4. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 2)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 2)$  .

5. استنتج ان  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقامرين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  يطلب اعطاء معادلة لكل منهما .

6. بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

7. بين أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث :  $-1,7 < \alpha < -1$  .

8. ارسم  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  و  $(C_f)$  .

ثالثاً : الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = [f(x)]^2$

- عين اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها



## مسألة 24:

أولاً: تعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$  و  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة في المستوى المنسوب معلم متعامد

ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة  $f$ ، ثم استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة.
2. بين أن النقطة  $\Omega(0;1)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
3. أحسب  $f(\ln 2)$ ،  $f(\ln 3)$ ،  $f(2 \ln 3)$ .
4. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = 2$ .
5. أرسم المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات المقاربة.

ثانياً: لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $g(x) = \frac{2e^x}{|e^x - 1|}$

1. أكتب  $g(x)$  بدون رمز القيمة المطلقة
2. أرسم المنحنى  $(C_g)$  وذلك ضمن معلم جديد.
3. ناقش بياناً عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(\lambda - 3)|e^x - 1| = 2e^x$

ثالثاً: لتكن الدالة  $h$  حيث:  $h(y) = x$  و  $x > 0$  و  $y > 0$

1. بين أن:  $y = \ln \frac{x}{x-2}$ .
2. جد العلاقة البيانية للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_h)$ .
3. عين المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_h)$ ، ثم أرسمه.

## مسألة 25:

أولاً:  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$ ، وشكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث  $1,59 < \alpha < 1,6$ .
3. إستنتج إشارة  $g(x)$ .

ثانياً :  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس

وحدة الطول هي :  $2cm$

1. بين أن  $(C_f)$  يقبل عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  مستقيمين مقاربين معادلاتهما على الترتيب  $y = -1$  و  $y = 0$ .

2. برهن أنه من أجل  $x \in \mathbb{R}$  فإن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

3. استنتج إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أحسب  $f(1)$ ، ثم استنتج إشارة  $f(x)$ .

5. بين أن  $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha-1}$  حيث  $\alpha$  المعرف في السؤال 2 الجزء 1

6. استنتج حصر العدد  $f(\alpha)$  (تدور النتائج الى  $10^{-2}$ )

7. أرسم  $(C_f)$ .

8. ناقش بياناً ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $2x-2 = (e^x-2x)(m+1)$

ثالثاً :  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = [f(x)]^2$

1. احسب  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$

2. استنتج إشارة  $f'(x)$ .

# الدوال لوغارتمية

مسألة 26:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 3\ln(x) - (\ln(x))^2$

و  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1- بين أن المستقيم ذو المعادلة  $x = 0$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$ .

2- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3- أحسب  $f'(x)$  حيث  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ .

4- حل في المجال  $]0; +\infty[$  المعادلة  $3 - 2\ln(x) = 0$  ثم المراجعة  $3 - 2\ln(x) > 0$  مستنتجا إشارة  $f'(x)$ .

5- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

6- حل في المجال  $]0; +\infty[$  :  $f(x) = 0$  وفسر النتيجة هندسيا.

7- أنشئ  $(C_f)$ .

مسألة 27:

أولاً:  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = ax + b - \frac{\ln(x)}{x}$  حيث  $a, b$  عددين حقيقيين

- عين العدد الحقيقيين  $a, b$  بحيث المنحنى  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  يقبل في النقطة  $A(1; 0)$  مماساً أفقياً.

ثانياً:  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

• ادرس تغيرات الدالة  $h$ .

• احسب  $h(1)$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$  في المجال  $]0; +\infty[$ .

- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$
- (3) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (4) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .
- (5) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقامراً ماثلاً بمحاور  $+\infty$  .
- (6) أدرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x - 1$  .
- (7) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .
- (8) ارسم  $(\Delta)$ ،  $(T)$  و  $(C_f)$  .
- (9) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد نقط تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع المستقيم  $(d_m)$  ذي المعادلة :  $y = x + m$  .

### مسألة 28:

أولاً :  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x^2 + \ln x^2 - 1$  .

1- ادرس تغيرات الدالة  $g$  .

2- احسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  في المجال  $]0; +\infty[$  .

ثانياً :  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln(x)$  .

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

1- بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  وأن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  .

2- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

3- ليكن المنحني  $(\delta)$  الممثل للدالة  $\ln(x) \rightarrow x$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

• ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\delta)$  ثم جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \ln(x)$  ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني  $(C_f)$  ؟

• ارسم  $(\delta)$  و  $(C_f)$  .

4- نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $h(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \times |\ln x|$  .

• اكتب  $h(x)$  بدون رمز القيمة المطلقة .

• اشرح كيفية رسم المنحني  $(C_h)$  باستعمال المنحني  $(C_f)$  ثم ارسم  $(C_h)$  .

### مسألة 29:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0; 2]$  كما يلي:  $f(x) = 2x - 3 - \ln x$

وليكن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (الوحدة هي 5cm و 1cm)

1. بين أن المستقيم ذو المعادلة  $x = 0$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$ .
2. احسب  $f'(x)$ ، حيث  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ .
3. عين إشارة  $f'(x)$ .
4. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
5. اكتب معادلة  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.
6. بين أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $0 < \alpha < 1,25$  و  $1,25 < \beta < 2$ .
7. أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$ .

### مسألة 30:

☒ لتكن  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  حيث:  $g(x) = -x^2 + ax + b \ln(x+1)$   
- عين العددين  $a$  و  $b$  بحيث المنحنى البياني الممثل للدالة  $g$  يقبل مماسين موازيين لمحور الفواصل عند النقطتين ذات الفاصلتين  $0$  و  $\frac{3}{2}$

☒ لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  حيث:  $f(x) = -x^2 + 5x - 5 \ln(x+1)$   
وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة هي 2cm)

1. أدرس نهاية الدالة  $f$  عند  $-1$  ثم عند  $+\infty$ ، فسر النتيجة هندسياً عند  $-1$ .
2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها  $\alpha$  من المجال  $[2, 4; 2, 5]$ .
4. ارسم  $(C_f)$ .

### مسألة 31:

أولاً: نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  حيث:  $g(x) = x^2 - 1 - 2\ln(x)$

- 1- ادرس تغيرات الدالة  $g$ .
  - 2- استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .
- ثانياً: نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = x + \frac{1 - \ln(x)^2}{x}$ .

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- 1- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسياً.
- 2- برهن أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{n} = 0$  - يمكن وضع  $t = \sqrt{x}$  - ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$  فإن:  $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$ .
- 4- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
- 5- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .
- 6- ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .
- 7- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $0,3 < \alpha < 0,4$ .
- 8- ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

ثالثاً: نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 0[$  حيث:  $h(x) = f(-x)$ .

- 1- اشرح كيفية رسم المنحنى  $(C_h)$  انطلاقاً من المنحنى  $(C_f)$  ثم ارسمه.

### مسألة 32:

$f$  دالة معرفة كما يلي:  $f(x) = \ln(x + e^{-x})$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

- (1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  يكون:  $x + e^{-x} \geq 1$  واستنتج أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$ .

(2) تحقق من صحة المعلومات التالية:

أ- من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $f(x) = -x + \ln(1 + xe^x)$

ب- من أجل كل  $x > 0$  لدينا:  $f(x) - \ln x = \left(1 + \frac{e^{-x}}{x}\right)$

(1) عين نهايات الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  واستنتج ان المستقيم  $(d)$  ذو المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$ .

(2) ماهي نهاية  $[f(x) - \ln x]$  عند  $+\infty$ ، وماذا تستنتج؟

(3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(4) ارسم  $(d)$ ،  $(C)$  و  $(\Gamma)$  حيث  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto$ .

### مسألة 33:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة علي كما يلي:  $f(x) = x + 1 + \ln(x + 1) - \ln(x - 2)$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس والوحدة  $2cm$ .

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ .

2- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$  ثم استنتج نهاية  $f$  عند  $+\infty$ .

3- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$  ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الي

$(\Delta)$ .

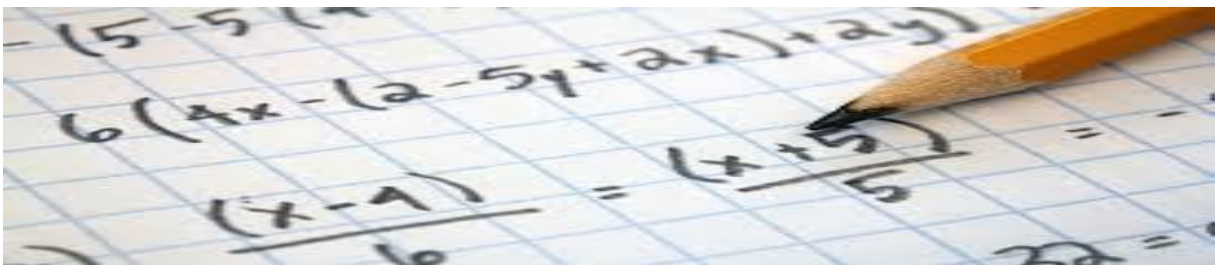
4- ادرس تغيرات  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

5- أكتب معادلة المماس  $(\Gamma)$  عند النقطة التي فاصلتها  $x = 0$ .

6- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث:  $-\frac{1}{2} \leq \alpha < 0$ .

7- ارسم  $(\Gamma)$  و  $(\Delta)$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

8- ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة:  $f(x) = \frac{3}{2}x + m$ .



مسألة 34 :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة علي  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  نسمي المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس

- 1- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وفسر النتيجةين بيانيا .
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي من المجال  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$
- 3- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .
- 4- بين أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف  $E$  يطلب تعيين احداثيتها .
- 5- اكتب معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C)$  الذي يشمل المبدأ  $O$ .
- 6- ارسم  $(D)$  و  $(C)$
- 7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما  $m$  عدد حلول المعادلة:  $m^x = x$

مسألة 35 :

(I) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة علي المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البيان في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النتائج هندسيا .
2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  علي المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها .
3. ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة الي المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = 1$ .
4. اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1 .
5. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل في المجال  $]0; 1[$  حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $e^{-0.4} < \alpha < e^{-0.3}$ .
6. أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$ .

(II) لتكن الدالة المعرفة علي  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = 1 + \frac{2 \ln |x|}{|x|}$  وليكن  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق .

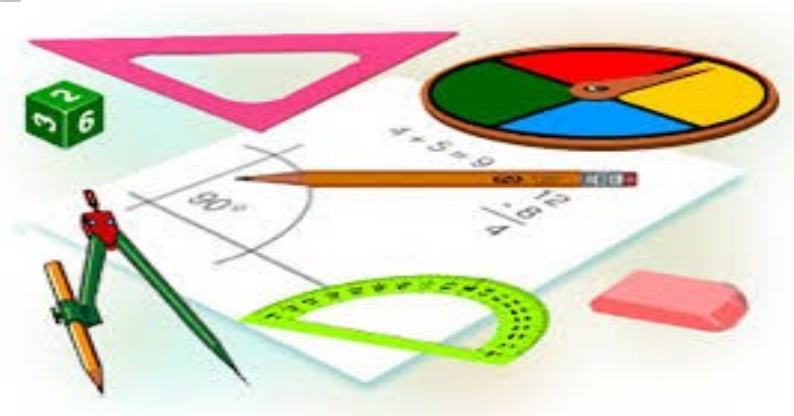
1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم:  $h(x) - h(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج ؟
2. أنشئ المنحنى  $(C_h)$  اعتمادا علي المنحنى  $(C_f)$ .
3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط  $m$ ، عدد حلول المعادلة:  $\ln x^2 = (m-1)|x|$

الجزء الأول:  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسياً .
2. اثبت أنه من أجل  $x < 0$  فإن:  $f(x) = 1 - 2 \frac{\ln(-x)}{x}$
3. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  فسّر هاتين النتيجةين هندسياً (يمكن وضع  $(t = -x)$ ).
4. أثبت أنه من أجل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم فإن:  $f'(x) = \frac{\ln x^2 - 2}{x^2}$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .
5. عين نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 1$ .
6. أحسب  $f(x) + f(-x)$  وفسّر النتيجة هندسياً .
7. اثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل جلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]-1; 0,5[$ ، وأعط حصر  $\alpha$  بتقريب 0,1 .
8. أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا (T) يشمل النقطة  $A(0;1)$  ويمس المنحنى  $(C_f)$  في نقطتين يطلب تعيين احداً منهما .
9. أنشئ  $(\Delta)$ ، (T) و  $(C_f)$
10. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  إشارة وعدد حلول المعادلة:  $f(x) = m$

الجزء الثاني:  $g$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $g(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{|x|}$

1. تحقق أن  $g$  نروجية .
2. دون دراسة تغيرات  $g$  أنشئ  $(C_g)$  بره إيجابتك .



الجزء الأول:  $f$  الدالة المعرفة على  $D = ]-1; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = -x + 2 + 2\ln(x + 1)$

1. عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2. بين أن المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  لا يقبل مقارباً مائلاً عند  $+\infty$ .

3. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(\Delta)$  معامل توجيهه 1، يطلب كتابة معادلة له.

5.  $(\Delta_\lambda)$  مستقيم معادلته  $y = \lambda x + 2\lambda$ ،  $\lambda$  وسيط بين أنهما يمكن  $\lambda$  من  $\mathbb{R}$  فإن  $(\Delta_\lambda)$  يشمل نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثيها

6. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في النقطة  $F$  ذات الفاصلة  $\alpha$  حيث:  $5 < \alpha < 5$

7. هل يقطع  $(C_f)$  محور الفواصل على المجال  $]-1; 1[$ .

8. أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

الجزء الثاني: نعتبر الدالة  $g$  حيث:  $g(x) = |x| + 2 + 2\ln|x + 1|$

1. عين مجموعة تعريف الدالة  $g$ .

2. أثبت أن الدالة  $g$  نزوجية.

3. بين أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل مماسين متعامدين يطلب تعيين معادلتيهما.

4. أنشئ المنحنى  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  باستعمال المنحنى  $(C_f)$ .

الجزء الثالث: لتكن الدالة  $h$  المعرفة بعبارتها:  $h(x) = -x + (x + 1)\ln(x + 1)$ ، بين أن:  $h'(x) = \ln(x + 1)$ .

## هدية السلسلة

قال عمر بن الوردى

كن عالماً في الناس أو متعلماً \* أو سامعاً فالعلم ثوبٌ فخامٍ  
من كلِّ فنٍّ خذ ولا تجهل به \* فاحرُّ مطعٍ على الأسرارِ  
وإذا فهمت الفقه عشت مصدراً \* في العالمين معظم المقدمِ  
وعليك بالإعراب فافهم سره \* فالسرُّ في التقدير والإصغارِ  
قيم الوردى ما يحسنون ويزينهم \* ملح الفنون وورقة الأشعارِ  
فاعمل بما علمت فالعلماء إن \* لم يعلموا شجرو بلا أثمارِ  
والعلمُ مهما صادف التقوى يكن \* كالريح إذا مرَّت على الأنهارِ  
يا قارىء القرآن إن لم تتبع \* ماجاء فيه فأين فضل القارىء؟  
وسبيل من لم يعلموا أن يحسنوا \* ظناً بأهل العلم دون نقارِ  
قد يشفع العلم الشريف لأهله \* ويحلُّ مبغضهم بدارِ بوارِ  
هل يستوي العلماء والجهال في \* فضل أم الظلماء كالأنوارِ؟