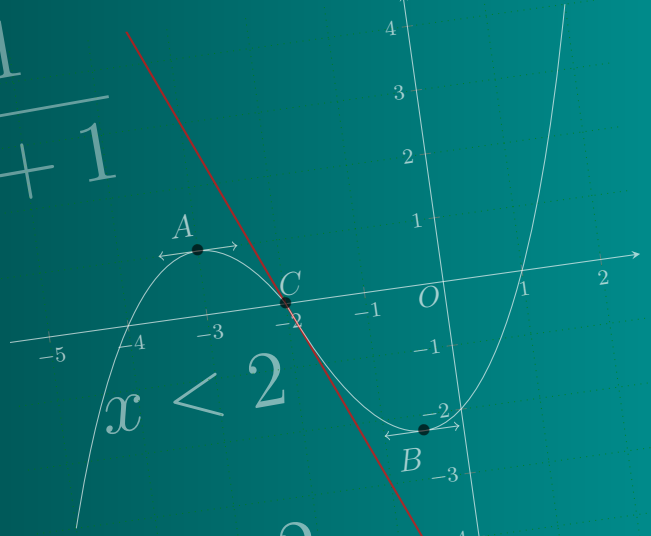
$$f(x)=\sqrt{(x+2)^2}+\frac{1}{x+1}$$

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}x^3-x+\alpha & x<2\\ x^2 & x\geq 2\\ \frac{}{x+1} & \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$$



: Meziane Maths

المجلة الشاملة في الدوال العددية

الأستاذ : مزيان محمد

BAC 2022

01 النهايات

02 الإستمرارية

03 الإشتقاقية

04 دراسة الدوال

1 **المستقيم المقارب العمودي :**

إذا كانت : $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$ تفسيرها البياني هو : (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=a$

2 **المستقيم المقارب الأفقي :**

إذا كانت : $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=a$ تفسيرها البياني هو : (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=a$

3 **المستقيم المقارب المائل :**

إذا كانت : $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=\infty$ تفسيرها البياني هو إحتمال أن يقبل (C_f) مستقيم مقارب مائل .

I إذا طلب منا إثبات أن المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار ∞ يكفي أن نثبت أن : $\lim\limits_{x\to \infty}[f(x)-y]=0$

II إذا طلب منا استنتاج معادلة المستقيم المقارب المائل نلاحظ شكل الدالة f إذا كانت مكتوبة من الشكل $f(x)=ax+b+h(x)$ حيث $\lim\limits_{x\to \infty} h(x)=0$ فإن معادلة المستقيم المقارب المائل هي : $y=ax+b$

III إذا طلب منا تعيين معادلة المستقيم المقارب المائل نحسب : $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{f(x)}{x}$ فنجد العدد a ثم نحسب $\lim\limits_{x\to \infty}[f(x)-ax]$ فنجد العدد b وتكون بذلك معادلة المستقيم المقارب المائل هي $y=ax+b$

4 **المنحنى المقارب لمنحنى آخر :**

إذا كانت : $\lim\limits_{x\to \infty}[f(x)-g(x)]=0$ نقول أن منحنى الدالة f مقارب لمنحنى الدالة g بجوار ∞

5 **حالات عدم التعيين :**

$$+\infty-\infty \quad ; \quad \frac{0}{0} \quad ; \quad \frac{\infty}{\infty} \quad ; \quad 0\times\infty$$

طرق إزالة حالات عدم التعيين :

6 **التحليل والإختزال :** تعتمد على إخراج العامل المشترك في البسط والمقام وإختزاله ثم التعويض وحساب النهاية مثل : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-\sqrt{x^2-2}}{-2x+1}$

7 **الضرب في المرافق :** تعتمد على الضرب في المرافق والقسمة عليه ثم الحصول على عامل في البسط يساوي عامل في المقام وبعد اختزالهما نحسب ماتبقى ، مثل

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$$

8 **العدد المشتق :** نحدد عبارة $f(x)$ ونحسب قيمة $f(a)$ ثم نكتب النهاية المعطاة على الشكل $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ وبعد حساب عبارة $f'(x)$ نحسب $f'(a)$ لأنها نتيجة النهاية المعطاة مثل

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$$

9 **لوبيتال :** تطبق هذه الطريقة فقط إذا كنا أمام حالة عدم تعيين $\dfrac{0}{0}$ وتعتمد على اشتقاق البسط واشتقاق المقام ثم التعويض والحساب مثل $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x}$

10 **الحصر :** a يمثل عدد حقيقي أو $-\infty$ أو $+\infty$, إذا كانت الدالة f المعطاة محصورة بين دالتين g و h و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\lim\limits_{x\to a} h(x)=\ell$ فإن $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\ell$

مثل $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+\dfrac{\cos x}{x^2}$ حيث:

$$1-\frac{1}{x^2}\le 1+\frac{\cos x}{x^2}\le 1+\frac{1}{x^2}$$

11 **المقارنة :** إذا كانت $f(x)\ge g(x)$ وكانت $\lim\limits_{x\to a} g(x)=+\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ أو إذا كانت $f(x)\le h(x)$ و $\lim\limits_{x\to a} h(x)=-\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$ مثل $\lim\limits_{x\to+\infty} x-\sqrt{x}+4$ حيث :

$$x-\sqrt{x}+4\le 3\sqrt{x}$$

12 **التركيب :** إذا كانت الدالة f مركبة من دالتين $f=u\circ v$ فإننا نحسب أولا $\lim\limits_{x\to a} v(x)$ فنجد b ثم نحسب $\lim\limits_{x\to b} u(x)$ فنجد c نستنتج أن $\lim\limits_{x\to a} f(x)=c$ مثل $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\dfrac{\pi x+1}{x-2}\right)$

13 **تبديل المتغير :** تعتمد على تبديل عبارات متشابهة بمتغيرجديد ثم حساب النهاية التي تكافئها مثل

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}=\lim_{y\to+\infty}\frac{\sin y}{y}$$

1 الإستمرارية عند عدد حقيقي :

إذا كانت $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$ فإن الدالة f مستمرة عند a

2 الإستمرارية على اليمين :

إذا كانت $\lim\limits_{x\overset{>}{\to} a} f(x) = f(a)$ فإن الدالة f مستمرة على يمين a

3 الإستمرارية على اليسار :

إذا كانت $\lim\limits_{x\overset{<}{\to} a} f(x) = f(a)$ فإن الدالة f مستمرة على يسار a

4 العمليات على الدوال المستمرة :

العمليات	الإستمرارية
$f+g$	مجموع دالتين مستمرتين هي دالة مستمرة
fg	جداء دالتين مستمرتين هو دالة مستمرة
$\frac{f}{g}$	حاصل قسمة دالتين مستمرتين هو دالة مستمرة
$f\circ g$	مركب دالتين مستمرتين هو دالة مستمرة

5 دوال مستمرة :

الدوال	مجال الإستمرارية
$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+$
$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$
$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\mathbb{R}$

6 مبرهنة القيم المتوسطة رقم 01 :

إذا كانت الدالة f مستمرة على $]a;b[$ و k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $\boxed{f(x)=k}$ تقبل على الأقل حل في المجال $]a;b[$

- في حالة $k=0$ يمكن أن نبين أن :

$\boxed{f(a)\times f(b)<0}$ بدل تبيان أن k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$

7 مبرهنة القيم المتوسطة رقم 02 :

إذا كانت الدالة f مستمرة ورتيبة على $]a;b[$ و k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $\boxed{f(x)=k}$ تقبل حل وحيد α على $]a;b[$ أي $\boxed{f(\alpha)=k}$

- في حالة $k=0$ يمكن أن نبين أن :

$\boxed{f(a)\times f(b)<0}$ بدل تبيان أن k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$

8 طريقة التنصيف لحصر الحل :

إذا كانت المعادلة $\boxed{f(x)=0}$ تقبل حل وحيد α ينتمي إلى $]a;b[$ فإنه يمكن تصغير سعة الحصر كمايلي

- إذا كان $\boxed{f(a)\times f\left(\frac{a+b}{2}\right)<0}$ فإن : $a<\alpha<\frac{a+b}{2}$ وهذا الحصر سعته $\frac{b-a}{2}$

يمكن إعادة هذه الطريقة على المجال $\left[a;\frac{a+b}{2}\right]$ للحصول على حصر أصغر للعدد α

- إذا كان $\boxed{f(b)\times f\left(\frac{a+b}{2}\right)<0}$ فإن : $\frac{a+b}{2}<\alpha<b$ وهذا الحصر سعته $\frac{b-a}{2}$

يمكن إعادة هذه الطريقة على المجال $\left[\frac{a+b}{2};b\right]$ للحصول على حصر أصغر للعدد α

9 صورة المجال :

المجال	f متزايدة	f متناقصة
$[a,b]$	$[f(a),f(b)]$	$[f(b),f(a)]$
$[a,b[$	$[f(a),\lim\limits_{x\to b} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b} f(x),f(a)]$
$]a,b]$	$]\lim\limits_{x\to a} f(x),f(b)]$	$[f(b),\lim\limits_{x\to a} f(x)[$
$]a,b[$	$]\lim\limits_{x\to a} f(x),\lim\limits_{x\to b} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b} f(x),\lim\limits_{x\to a} f(x)[$

1 **قابلية الإشتقاق عند عدد حقيقي :**

إذا كانت : $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l$ أو $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+a)-f(a)}{h}=l$ فإن الدالة f قابلة للإشتقاق عند العدد a والعدد الحقيقي l يسمى العدد المشتق (ميل المماس ، معامل توجيه المماس)

2 **قابلية الإشتقاق على اليمين :**

إذا كانت $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l_D$ فإن الدالة f قابلة للإشتقاق عند العدد a على اليمين

3 **قابلية الإشتقاق على اليسار :**

إذا كانت $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l_G$ فإن الدالة f قابلة للإشتقاق عند العدد a على اليسار

4 **الإشتقاقية والإستمرارية :** إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق عند العدد a فإنها مستمرة عند a

5 **معادلة المماس :** إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق عند a فإن منحناها البياني يقبل مماس معادلته الديكارتية $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ حيث $f'(a)=l$

6 **نقطة زاوية :** إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على اليمين وعلى اليسار عند a حيث $l_D\neq l_G$ فإن منحناها البياني يقبل نصف مماس على اليمين معامل توجيهه l_D ونصف مماس على اليسار معامل توجيهه l_G والنقطة $A(a;f(a))$ تسمى نقطة زاوية

7 **نقطة الإنعطاف :** إذا كانت $f'(a)=0$ و $f'(x)$ لا تغير اشارتها عند a أو إذا كانت $f''(a)=0$ و $f''(x)$ تغير اشارتها عند a أو المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) عند a فإن النقطة $A(a;f(a))$ تسمى نقطة إنعطاف

8 **المماس الموازي لمحور التراتيب :** إذا كانت $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=\infty$ فإن الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند a ومنحناها البياني يقبل نصف مماس عمودي موازي لمحور التراتيب معادلته $x=a$

9 **المماس الموازي لمحور الفواصل :** إذا كانت $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=0$ فإن الدالة f قابلة للإشتقاق عند a ومنحناها البياني يقبل مماس أفقي موازي لمحور الفواصل معادلته $y=f(a)$

10 **مشتقات الدوال المرجعية :**

$f(x)$	$f'(x)$	$D_{f'}$
a	0	$\mathbb{R}$
$ax+b$	a	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$

11 **العمليات على المشتقات :**

الدالة المشتقة	العمليات	
$u'+v'$	$u+v$	مجموع دالتين
ku'	ku	ضرب دالة بعدد حقيقي
$u'v+v'u$	uv	جداء دالتين
$-\dfrac{u'}{u^2}$	$\dfrac{1}{u}$	مقلوب دالة
$\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$	$\dfrac{u}{v}$	حاصل قسمة دالتين

12 **مشتقات الدوال المركبة :**

الدالة المشتقة	الدالة	
$a\times u'(ax+b)$	$u(ax+b)$	
$v'(x)\times u'(v(x))$	$u(x)\circ v(x)$	
$\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$	$\sqrt{u(x)}$	$u(x)>0$
$nu'(x)u^{n-1}(x)$	$u^n(x)$	$n\in\mathbb{N}^*$
$\dfrac{-nu'(x)}{u^{n+1}(x)}$	$\dfrac{1}{u^n(x)}$	$n\in\mathbb{N}^*$
$-u'(x)\sin u(x)$	$\cos u(x)$	
$u'(x)\cos u(x)$	$\sin u(x)$	

1 **الدالة الزوجية :** إذا كانت $f(-x)=f(x)$ نقول أن الدالة f زوجية وتمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب.

2 **الدالة الفردية :** إذا كانت $f(-x)=-f(x)$ نقول أن الدالة f فردية وتمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمركز المعلم.

3 **الدالة الدورية :** إذا كانت $f(x+p)=f(x)$ نقول أن الدالة f دورية وتمثيلها البياني يعيد نفسه عند كل مجال طوله p .

4 **مركز التناظر :** إذا كانت $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$ نقول أن التمثيل البياني لدالة f يقبل مركز تناظر هو النقطة $A(\alpha;\beta)$.

5 **محور التناظر :** إذا كانت $f(2\alpha-x)-f(x)=0$ نقول أن التمثيل البياني لدالة يقبل محور تناظرهو المستقيم ذو المعادلة $x=\alpha$.

6 **التقاطع مع محور الفواصل :** لتعيين نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل نحل المعادلة $f(x)=0$ و نجد فواصل هذه النقط مع العلم أن ترتيباتها معدومة.

7 **التقاطع مع محور التراتيب :** لتعيين نقط تقاطع (C_f) مع محور التراتيب نحسب $f(0)$ ونجد ترتيبات هذه النقط مع العلم أن فواصلها معدومة.

8 **استنتاج تمثيل بياني من آخر :**

❶ إذا كانت $h(x)=|f(x)|$ فإن (C_h) منطبق على (C_f) لما يكون (C_f) فوق محور الفواصل.
و (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما يكون (C_f) تحت محور الفواصل.

❷ إذا كانت $h(x)=f(|x|)$ فإن (c_h) منطبق على (C_f) لما يكون $x>0$.
و (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب لما يكون $x<0$.

❸ إذا كانت $h(x)=-f(x)$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .

❹ إذا كانت $h(x)=f(-x)$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب .

❺ إذا كانت $h(x)=f(x+a)+b$ فإن (C_h) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(-a\vec{i}+b\vec{j})$.

❻ إذا كانت $h(x)=-f(-x)$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمركز المعلم .

9 **الوضعية النسبية :** لمعرفة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لمستقيم (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

✍ إذا كان الفرق سالب نقول أن (C_f) تحت (Δ).

✍ إذا كان الفرق موجب نقول أن (C_f) فوق (Δ).

✍ إذا كان الفرق معدوم نقول أن (C_f) يقطع (Δ).

10 **المناقشة البيانية :**

نحاول أن نكتب المعادلة على إحدى هذه الأشكال :

❶ المعادلة من الشكل $f(x)=m$ أو $f(x)=f(m)$ فإن المناقشة تكون أفقية موازية لمحور الفواصل .

❷ المعادلة من الشكل $f(x)=ax+m$ أو $f(x)=ax+f(m)$ حيث a ثابت و m وسيط حقيقي فإن المناقشة تكون مائلة موازية للمستقيم ذو المعادلة $y=ax$.

❸ المعادلة من الشكل $f(x)=mx+b$ أو $f(x)=f(m)x+b$ حيث b ثابت و m وسيط حقيقي فإن المناقشة تكزن دورانية حول النقطة $A(0;b)$.

11 **دراسة تغيرات الدالة :**

تتضمن دراسة تغيرات الدالة ما يلي :

✍ حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .
✍ حساب الدالة المشتقة .
✍ تعيين إشارة الدالة المشتقة .
✍ تعيين إتجاه تغير الدالة من إشارة المشتقة .

12 **التقريب التآلفي :**

أحسن تقريب تآلفي لدالة f بجوار x_0 هو :

$$f(x)\approx f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

لحساب قيمة تقريبية لـ $f(x_0+h)$ نحسب :

$$f(x_0+h)=f(x_0)+hf'(x_0)$$

بالتوفيق و النجاح إن شاء الله في بكالوريا 2022

تمرين رقم -1- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3+2x^2-1$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-x}{x^3+x+1}$
3. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5-x^2}{2x^2-x}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^4-6x^2+5$

تمرين رقم -2- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+2x^2+x+2}{x^2+x-2}$
2. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^4-16}{x^3-8}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x+1-\sqrt{x^2+x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$

تمرين رقم -3- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{3-\sqrt{5x+4}}{\sqrt{x+3}-2}$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-x$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-2x}$
4. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

تمرين رقم -4- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$
2. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\cos x-1}{x}$
3. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$
4. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$

تمرين رقم -5- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2+x}-\sqrt{x}$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\sqrt{x}}{x+1}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$
4. $\lim\limits_{x\to0} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

تمرين رقم -6- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x+1}}$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} x+\sin x$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} x-\sqrt{x}+4$
4. $\lim\limits_{x\to-\infty} 3x+\dfrac{\cos x}{x+1}$

تمرين رقم -7- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} \sin\left(\dfrac{\pi x+2}{2x+3}\right)$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}$
4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\tan x}{\tan^2 x+1}$

تمرين رقم -8- : Meziane Maths

أحسب نهايات الدوال التالية عند أطراف مجموعة تعريفها وفسرها هندسيا.

1. $f(x)=2x+3-\dfrac{5}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$
2. $g(x)=|x-5|-\dfrac{\sqrt{x}}{x}$
3. $h(x)=\dfrac{\sin x}{x}$
4. $k(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$

تمرين رقم -9- : Meziane Maths

باستعمال تعريف العدد المشتق أحسب النهايات التالية:

1. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$
2. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-cosx}{x}$
3. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$
4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{sin3x}{2cosx-1}$
5. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{tanx-1}{2cosx-\sqrt{2}}$
6. $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{sinx}{\sqrt{1-cosx}}$

تمرين رقم -10- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

1. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^3-8}{x^2-3x+2}$
2. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2-x+2}{x^3-3x^2-x+3}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\dfrac{x-2}{4x+3}}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} (x-2\sqrt{x})$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\sqrt{x}}{x+1}$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

تمرين رقم -11- : Meziane Maths

أحسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+x+1}-2x)$

2 $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3}$

3 $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}\right)$

4 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x})$

5 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2021}-1}{x-1}$

6 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{cosx}{x-\frac{\pi}{2}}$

7 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{x+1}$

8 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{2sinx-1}{6x-\pi}$

تمرين رقم -12- : Meziane Maths

في كل حالة من الحالات التالية عين اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f ثم أحسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف وعين معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f

1 $f(x)=\dfrac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$

2 $f(x)=\dfrac{x^2-4x+4}{x-1}$

3 $f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

4 $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$

5 $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

6 $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$

7 $f(x)=x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

8 $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$

تمرين رقم -13- : Meziane Maths

بيّن أن المعادلة : $x^5-3x^4+x^2-1=0$ لها على الأقل حلًا في المجال $[0;3]$.

تمرين رقم -14- : Meziane Maths

بيّن أن المعادلة: $-x^3+x+1=0$ تقبل حلًا وحيدًا في المجال $[1;2]$.

تمرين رقم -15- : Meziane Maths

بيّن أن المعادلة: $\frac{1}{2}\cos x=\dfrac{1}{(x+1)^2}$ تقبل على الأقل حلًا في المجال $[2\pi;3\pi]$.

تمرين رقم -16- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $f(x)=\tan x-x-1$

1. بيّن أن f دالة مستمرة على المجال $[0;\frac{\pi}{2}[$.
2. بيّن أن f دالة متزايدة تمامًا على المجال $[0;\frac{\pi}{2}[$.
3. حدد صورة المجال $[0;\frac{\pi}{2}[$ بالدالة f .
4. استنتج أنه يوجد عدد وحيد α من المجال $]0;\frac{\pi}{2}[$ حيث : $\tan\alpha=\alpha+1$.

تمرين رقم -17- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=x^3+3x+8$

1. أُدرس تغيرات الدالة f.
2. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلًا وحيدا α حيث : $-1.52<\alpha<-1.51$
3. عين اشارة $f(x)$ حسب قيم x .

تمرين رقم -18- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\cos^3 x-3\cos x+2$

1. أُدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;\pi]$.
2. استنتج أنّه يوجد α وحيد من المجال $[0;\pi]$ حيث $f(\alpha)=\sqrt{2}$.

تمرين رقم -19- : Meziane Maths

نعتبر f دالة عددية مستمرة على المجال $[0;1]$ بحيث : $f([0;1])=[0;1]$ نضع من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;1]$ $g(x)=f(x)-x$.

1. بيّن أن : $g(0)g(1)\leq 0$.
2. استنتج أنه يوجد α من المجال $[0;1]$ حيث $f(\alpha)=\alpha$.

تمرين رقم -20- : Meziane Maths

لتكن f دالة مستمرة على المجال $[0;1]$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;1]$: $1<f(x)\leq 2$ ، ولتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;1]$ بما يلي : $g(x)=xf(x)-1$.

1. بيّن أن الدالة g مستمرة على المجال $[0;1]$.
2. حدّد اشارة كل من $g(0)$ وَ $g(1)$.
3. استنتج أنه يوجد عدد c من المجال $]0;1[$ حيث : $f(c)=\dfrac{1}{c}$.

تمرين رقم -21- : Meziane Maths

لتكن f دالة عددية مستمرة على المجال $[0;1]$. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;1]$ بما يلي : $g(x)=x(x-1)f(x)-2x+1$

1. بيّن أن الدالة g مستمرة على المجال $[0;1]$.
2. أُحسب $g(0)g(1)$.
3. استنتج أنه يوجد α من المجال $]0;1[$ حيث : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\alpha-1}$.

تمرين رقم -22- : Meziane Maths

ليكن p و q عددين من $\mathbb{R}_+^*$ ولتكن f دالة عددية مستمرة على المجال $[0;1]$ بحيث : $f(0) \neq f(1)$. نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على المجال $[0;1]$ بما يلي : $g(x) = f(x) - \dfrac{pf(0)+qf(1)}{p+q}$

1. بيّن أن الدالة g مستمرة على المجال $[0;1]$.
2. حدّد إشارة الجداء $g(0)g(1)$.
3. بيّن أنه يوجد c من المجال $]0;1[$ حيث : $f(c) = \dfrac{pf(0)+qf(1)}{p+q}$

تمرين رقم -23- : Meziane Maths

1. بيّن أن المعادلة : $x^3 + x - 1 = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α ينتمي إلى المجال $]0;1[$.
2. حدد حصرًا للعدد α سعته 0.25 .
3. بيّن أن المعادلة : $x^3 - 6x^2 + 6 = 0$ تقبل حلًا وحيدًا β ينتمي إلى المجال $[0;4]$
4. حدد حصرًا للعدد β سعته 0.5 .

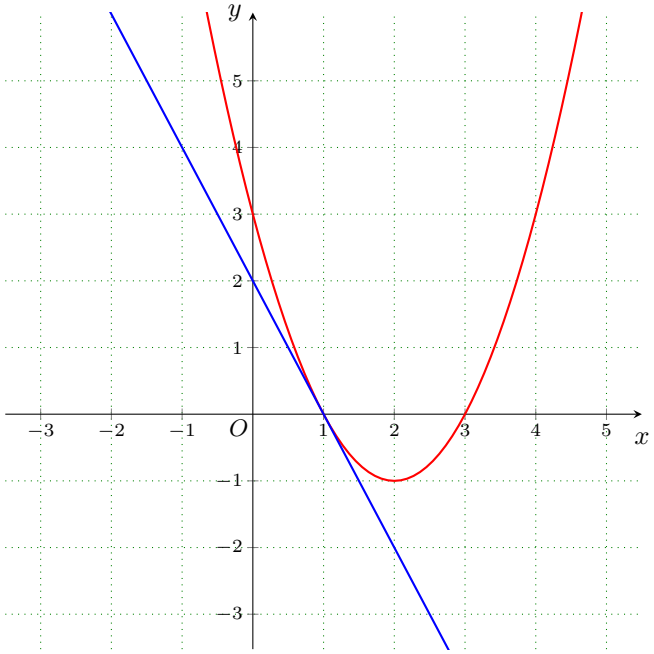
تمرين رقم -24- : Meziane Maths

في كل حالة ،أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة a ،وفسّر النتيجة المحصل عليها بيانيًا.

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ ، $a = 1$ من اليمين.
2. $f(x) = x^2 - 1 + |x-2|$ ، $a = 2$.
3. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\dfrac{1}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ ، $a = 0$.

تمرين رقم -25- : Meziane Maths

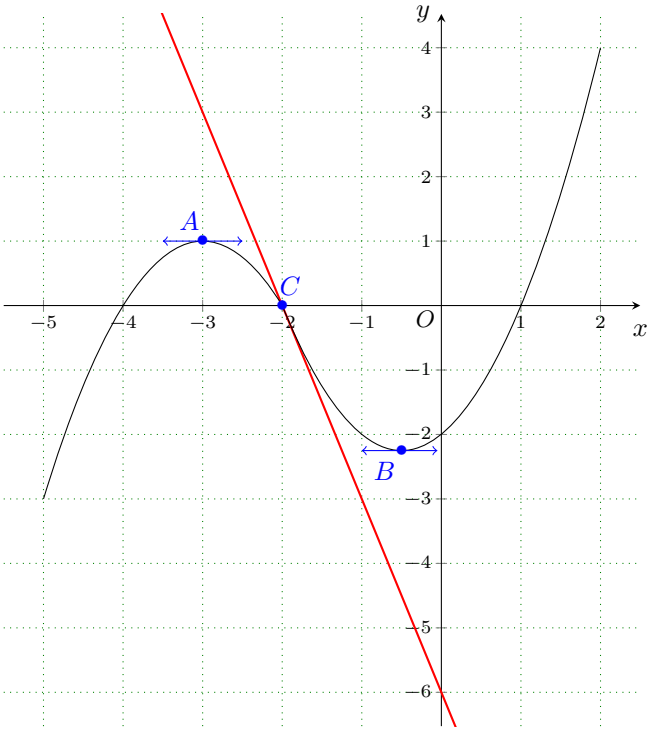
المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية. (C_f) تمثيلها البياني في الشكل المقابل .



1. بقراءة بيانية أُحسب كلًا من : $f(1)$ ، $f(2)$ و $f'(1)$.
2. باستعمال النتائج السابقة عيّن a, b, c .

تمرين رقم -26- : Meziane Maths

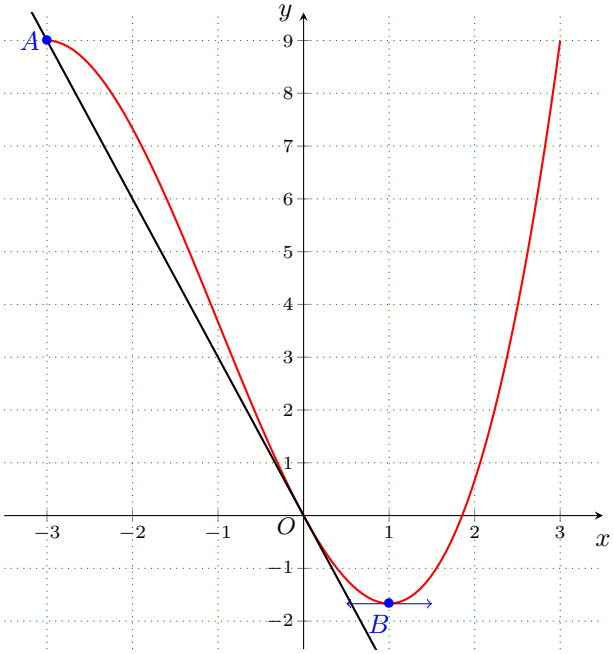
المنحنى (C_f) التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها.



1. عيّن مجموعة تعريف الدالة f .
2. بقراءة بيانية عيّن العدد المشتق للدالة f عند كل من $\dfrac{-1}{2}$ ، -3 و -2 علمًا أن ترتيب النقطة B هو $-\dfrac{9}{4}$.
3. استنتج معادلات المماسات للمنحنى (C_f) عند A ، B و C .
4. هل توجد مماسات أخرى للمنحنى (C_f) موازية لمماسه عند النقطة C ؟

تمرين رقم -27- : Meziane Maths

الشكل الموالي هو التمثيل البياني (C_f) لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



المنحنى (C_f) يحقق الشروط التالية :
يمر بمبدأ المعلم O ،ويشمل النقطة $A(-3;9)$ ،يقبل في النقطة B التي فاصلتها 1 مماسًا أفقيًا ويقبل المستقيم (OA) كمماس له.

1. ماهو معامل توجيه المستقيم (OA) ؟

2. نفرض أن f معرفة على $[-3;3]$ بـ: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ، حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية.
   ا) بيّن باستعمال الشروط السابقة أنّ :
   $a=\frac{1}{3}, b=1, c=-3, d=0$.
   ب) حلّل $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

تمرين رقم -28- : Meziane Maths

الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:
$f(x)=\frac{|x|}{x+1}$, وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أُدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0.

2. أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفسّر النتيجة بيانيًا وأُكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة ذات الفاصلة 0 وماذا تسمى هذه النقطة.

3. أُحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها وفسّر النتائج بيانيا .

4. أُدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5. ارسم (Δ_1) ، (Δ_2) و المنحنى (C_f) .

تمرين رقم -29- : Meziane Maths

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-2}$. وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون للمنحنى (C_f) مستقيم معادلته : $y=x-3$ و f تقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3.

2. أُدرس تغيرات الدالة f .

3. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما -3 ، يطلب إعطاء احداثيات نقطتي التماس M_1 و M_2 ومعادلتي المماسين (D_1) و (D_2) .

4. أُرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f).

5. ناقش بيانيًا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y=-3x+m$.

تمرين رقم -30- : Meziane Maths

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+2\sqrt{|x|}$ وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفسّر النتيجة بيانيا وماذا تسمى النقطة ذات الفاصلة 0 .

2. أُحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

3. بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ثم أُحسب $f'(x)$ ثم أُدرس اتجاه تغير الدالة f.

4. شكل جدول تغيرات الدالة f.

5. عيّن احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6. أُرسم المنحنى (C_f) في المجال $[-9;4]$.

تمرين رقم -31- : Meziane Maths

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\sqrt{(x+2)^2}+\frac{1}{x+1}$.
وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

1. أُدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=-2$ ثم فسّر النتيجة بيانيًا.

2. أُدرس تغيرات الدالة f.

3. أُحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+2)]$
   و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-x-2)]$ وفسّر النتائج بيانيًا.

4. عيّن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ثم احسب فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

5. أُرسم بدقة المنحنى (C_f) وبصفة خاصة نصفي المماسين عند النقطة الزاوية.

تمرين رقم -32- : Meziane Maths

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}x^3-x+\alpha & x<2\\ \frac{x^2}{x+1} & x\geq 2\end{cases}$ حيث α عدد حقيقي.
وليكن f المنحنى البياني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

1. اوجد العدد الحقيقي α حتى تكون الدالة f مستمرة عند القيمة 2 . نفرض في كل مما يلي : $\alpha=\frac{2}{3}$.

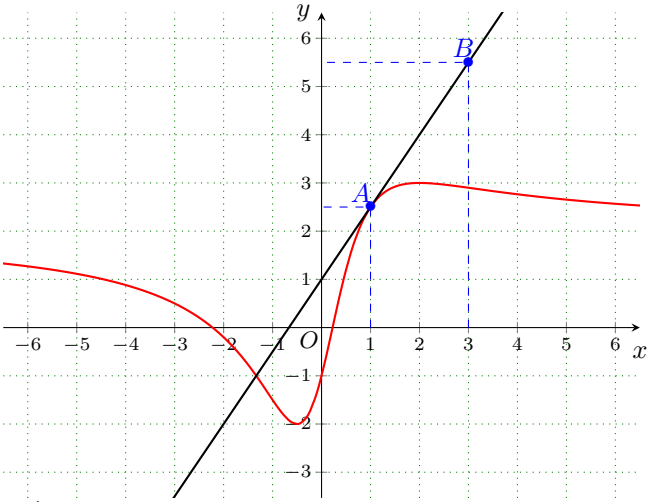
2. أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f على $\mathbb{R}$ وبصفة خاصة عند القيمة 2 ثم فسّر النتيجة بيانيًا. ثم أُدرس تغيرات الدالة f.

3. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته. .
   أُرسم (C_f) .

تمرين رقم -33- : Meziane Maths

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f المعرفة بالعبارة :

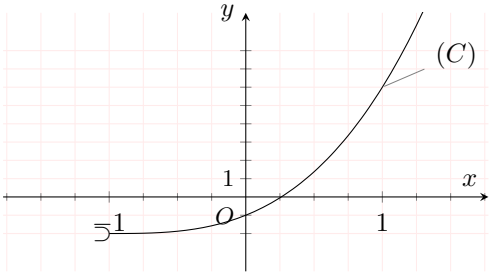
$$f(x) = a + \frac{bx}{x^2+1} + \frac{c}{x^2+1}$$



- عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c علمًا أن المماس عند النقطة $A\left(1; \frac{5}{2}\right)$ يشمل النقطة $B\left(3; \frac{11}{2}\right)$ والمماس عند النقطة ذات الفاصلة 2 يوازي حامل محور الفواصل.

تمرين رقم -34- : Meziane Maths

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$



1. (ا) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ و إشارة $g(\frac{1}{2})$.

(ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0; \frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha) = 0$.

جـ) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2. f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي: $f(x) = \frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

(ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^3}$

(ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا .

(ج) أُحسب: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x+1)]$ وفسر النتيجتين بيانيا .

(د) شكل جدول تغيرات الدالة f

3. نأخذ $\alpha \simeq 0.26$ ، عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}.

4. أُرسم المنحنى (Γ)

تمرين رقم -35- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2-8x+16}{x-3}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين الأعداد حقيقية a ، b و c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{3\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$

2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف، ثم فسر النتائج هندسيا .

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x - 5$ مقارب مائل لـ (C_f)

5. أدرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (Δ).

6. أحسب $f(6-x) + f(x)$, ماذا تستنتج ؟

7. أرسم (Δ) و المنحنى (C_f).

8. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$.

تمرين رقم -36- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ (C_f) المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. (ا) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

(ب) أحسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x)$, $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$, $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$, ثم فسر النتائج هندسيا

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3. أكتب معادلة للماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة .

4. (ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2-1}$.

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\triangle)$ يطلب تعيين معادلة له .

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم المقارب المائل $(\triangle)$.

5. بين أن النقطة $\omega(0; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

6. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1,1[$ يطلب إيجاد حصر ل α سعته 10^{-1}

7. أنشئ $(\triangle)$ و (C_f) .

تمرين رقم -37- : Meziane Maths

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=|x+1|-\frac{4}{x-1}$
(C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2. أكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

3. أحسب $f'(x)$ وأدرس اشارتها , ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب

5. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و $(\triangle)$ على المجال $]1;+\infty[$ و $(\triangle')$ على المجال $]-\infty;-1[$.

(ا) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$
, ماذا تستنتج ؟

(ب) أعط تفسيرا لهذه النتيجة .

(ج) أكتب معادلتي نصفي المماسين (T_1) و (T_2) ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$.

7. أنشئ كلا من (C_f) , $(\triangle)$, $(\triangle')$ ونصفي المماسين

8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الجقيقي m حلول المعادلة : $f(x)=m+1$.

تمرين رقم -38- : Meziane Maths

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$
و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة f

2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-1]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x+3]$ وماذا تستنتج ؟

3. بين أن النّقطة $\omega(\frac{1}{2},\frac{-1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

4. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما هو $\frac{5}{2}$, ثم جد معادلتيهما .

5. بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2}<\alpha<\frac{5}{8}$

6. أنشئ (C_f) ثم استنتج اشارة $f(x)$ حسب قيم x .

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي t وجود وعدد وإشارة حلول المعادلة : $2x-1-(t+1)\sqrt{x^2-x+1}=0$

تمرين رقم -39- : Meziane Maths

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي :
$f(x)=\frac{x^3-x^2+1}{x^2-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=ax+b+\frac{cx}{x^2-1}$
حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2) أدرس تغيرات f ثم عين معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C)

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[\frac{-4}{5};\frac{-1}{2}]$

4) أرسم بعناية المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^3-(m+1)x^2+m+1=0$

II) لتكن الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=\frac{|x|-x^2+1}{x^2-1}$

1) أثبت أن الدالة h زوجية.

2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,1[\cup]1,+\infty[$ فإن $h(x)=f(x)$

3) إستنتج مما سبق إنشاء المنحنى (C') الممثل للدالة h في نفس المعلم

تمرين رقم -40- : Meziane Maths

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$، نعتبر المنحنى (C) الذي معادلته : $x(x^2+y^2)+y^2-3x^2=0$

1) نفرض الدالة f المعرفة على $]-1;3]$ كما يلي : $f(x)=\sqrt{\frac{x^2(3-x)}{x+1}}$

✍ بين أن المنحنى (C) هو إتحاد المنحنين (C_1) و (C_2) الممثلين للدالتين f و $-f$ على الترتيب.

2) -أ- عين كلا من : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟

-ب- فسر النتائج هندسيا

3) أحسب: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$ ، ماذا تستنتج؟

4) -أ- بين أنه من أجل كل $]0;3[\cup]-1;0[$ يكون : $x\in\,]-1;3[$
$f'(x)=\frac{3x-x^3}{(x+1)\sqrt{x^2(x+1)(3-x)}}$

-ب- إستنتج إشارة $f'(x)$

-جـ- أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

-د- شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) أنشئ (C_1)، ثم أكمل إنشاء المنحنى (C).

تمرين رقم -41- : Meziane Maths

I) ليكن كثير الحدود : $g(x)=x^3-3x+2$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=(x-1)(x^2+x-2)$

2) أدرس إشارة كثير الحدود $h(x)$ حيث : $h(x)=xg(x)$.

II) لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :
$f(x)=\frac{x^3+x^2+3x-1}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^4}$

2) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلتهما.
4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.
5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{4} \prec \alpha \prec \frac{1}{2}$
6) أرسم المنحنـــى (C_f)

تمرين رقم -42- : Meziane Maths

f دالة معرفة بـ : $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
1) أدرس تغيرات الدالة f.
2) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية α ، β ، γ بحيث يكون من أجل $x \in D_f$:
$f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{x+1}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$
3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مائل يطلب تعيين معادلته.
4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.
5) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.
6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1 ، و أكتب معادلة له.
7) أنشيء المماس (Δ) والمنحنى (C_f).
8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

تمرين رقم -43- : Meziane Maths

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x+1$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
1) برر ان الدالة f معرفة من أجل كل عدد حقيقي x .
2) أحسب الدالة المشتقة للدالة f.
✍ بين أنه من أجل $x \prec 0$ لدينا : $f'(x) \prec 0$.
✍ بين أنه من أجل $x \succeq 0$ لدينا : $f'(x) \prec 0$
3) بين أنه من أجل كل $x \prec 0$ لدينا : $f(x)+3x-1=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$،
✍ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+3x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
4) بين أنه من أجل كل $x \succ 0$ لدينا : $f(x)+x-1=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$،
✍ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
5) أرسم (C_f)

تمرين رقم -44- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=x+\sqrt{x^2-2x} & ;x \preceq 0 \\ f(x)=\frac{(x-1)^3}{x^2} & ;x \succ 0 \end{cases}$$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
1) احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا عند $-\infty$
2) -أ- أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(x)}{x}$.ماذا يمكن القول بالنسبة للدالة f ؟ ومالتفسير الهندسي للنتيجة ؟

- ب - بين انه من أجل كل $x \in]-\infty;0[$ تكون :
$f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{x^2-2x}\times(\sqrt{x^2-2x}-x+1)}$،
ومن اجل كل $x \in]0;+\infty[$ تكـــون : $f'(x)=\frac{(x-1)^2(x+2)}{x^3}$
- جـ - شكل جدول تغيرات الدالة f
3) - أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-3$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
- بـ - أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
4) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياها.
5) أنشـــئ المستقيمات المقاربة والمنحنى (C).

تمرين رقم -45- : Meziane Maths

لتكن الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=\sqrt{x^2-4x-5}$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f
2) أدرس قابلية الإشتقاق للدالة f عند القيمتين $x_0=-1$ و $x_0=5$
3) أدرس تغيرات الدالة f
4) برهن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ_1) و (Δ_2) يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين.
6) برهن أن المستقيم ذو المعادلة $x=2$ محور تناظر لـ (C_f)
7) أرسم (C_f) و المستقيمات المقاربة.
8) عين مجموعة تعريف الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=\sqrt{x^2-4|x|-5}$
9) بين أن الدالة h زوجية وأرسم منحناها البياني في المعلم السابـــــــــق.

تمرين رقم -46- : Meziane Maths

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي :
$$f(x)=\begin{cases} \frac{1-cosx}{sinx} & ;\ x \in]-\pi;0[\cup]0;\pi[\\ 0 & ;\ x=0 \end{cases}$$،
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند $x_0=0$
2) أثبت أن الدالة f قابلة للإشتقاق من أجل القيمة $x_0=0$
3) بين أن الدالة f فردية، ثم أدرس تغيراتها.
4) أثبت أن مبدأ المعلم هو نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)
5) عين إحداثيات النقطة A التي يكون فيها المماس للمنحنى (C_f) موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y=x$
6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $]0;\pi[$:$h(x)=f(x)-x$
✍ أثبت أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :
$\frac{3\pi}{4} \prec \alpha \prec \frac{7\pi}{8}$
✍ ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة؟
7) أرسم المنحنى (C_f) باستعمال النتائج السابقـــــــــة.

تمرين رقم -47- : Meziane Maths

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=|x-2|+\dfrac{1}{x-1}$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أدرس استمرارية وقابلية الإشتقاق عند القيمة $x_0=2$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس تغيرات الدالة f وأكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;\frac{1}{2}[$.

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(2-x)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$

5) أرسم المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة.

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :

$$|x-2|+\frac{1-m(x-1)}{x-1}=0$$

7) g دالة معرفة كما يلي : $g(x)=\left||x|-2\right|+\dfrac{1}{|x|-1}$

✍ بين أن الدالة g زوجية

✍ بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^+-\{1\}$: $f(x)=g(x)$

✍ إستنتج مما سبق التمثيل البياني للدالة g و أنشئه في نفس المعلم .

تمرين رقم -48- : Meziane Maths

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أدرس تغيرات الدالة f

2) -أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y=x$

-ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D)

3) -أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1.3\prec x_0\prec 1.4$

-ب- عين معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

-ج- أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم

4) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=|f(x)|$، (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.

✍ بين كيف يمكن إنشاء (C_g) إنطلاقا من (C_f)، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة الحلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x)=m^2$.

تمرين رقم -49- : Meziane Maths

f دالة معرفة على $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بـــ : $f(x)=x\times tanx$.

1) أدرس شفعية الدالة f.

2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

3) بين أنه من أجل كل $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ تكون : $f'(x)=\dfrac{2x+sin2x}{2cos^2x}$

4) - أ - نعتبر الدالة g المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ كما يلي : $g(x)=2x+sin2x$

✍ أدرس تغيرات الدالة g على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$.

- بـ - إستنتج تغيرات الدالة f على المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$.

5) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

6) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند ذات الفاصلة $\frac{\pi}{4}$

7) - أ - أنشيء (T) والمنحنى (C_f).

- بـ - ماهو عدد حلول المعادلة (E) ، حيث : $tanx=\dfrac{1}{x}$ $\quad(E)$.

تمرين رقم -50- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\sin 3x-3\sin x$, وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين ان الدالة f دورية ودورها 2π .
2. أدرس شفعية الدالة f , ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟
3. (ا) قارن بين $f(x)$ و $f(\pi-x)$, فسر النتيجة هندسيا
   (ب) استنتج مماسبق مجالا لدراسة الدالة f .
4. بيّن انه من اجل كل عدد حقيقي x تكون :
$$f'(x)=-6\sin x\times\sin 2x$$
5. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, ثم شكل جدول تغيراتها .
6. أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $[-2\pi;2\pi]$.

تمرين رقم -51- : Meziane Maths

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x-\sqrt{1+x^2}$.

وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. (ا) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا .
   (ب) بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
2. (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون :
$\sqrt{1+x^2}-x>0$.
   (ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .
   (ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
3. (ا) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .
   (ب) حل بيانيا المتراجحة : $f(x)>2x-1$.
   (ج) تحقق أنه من أجل كل $x>0$ يكون :
$x\left(1+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)=1+f(x)$.

الجزء الثاني :

لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بـ :

$$\begin{cases} g(x)=\tan x-\sqrt{1+\tan^2 x}\ldots\ldots -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2} \\ g\left(\frac{\pi}{2}\right)=0 \end{cases}$$

وليكن (Γ) هو المنحنى الممثل للدالة g .

1. بين أن : $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}\frac{\pi}{2}} g(x)=g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

2. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}\frac{-\pi}{2}} g(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا .

3. بين أنه من أجل كل x من $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ يكون : $g(x)=\frac{\sin x-1}{\cos x}$

4. ادرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ منحناها (Γ) في معلم آخر

الجزء الثالث :

لتكن h الدالة المعرفة على $]-\infty;0]\cup[2;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} h(x)=x-\sqrt{1+x^2}\ldots\ldots\ldots x\leq 0 \\ h(x)=2-x-\sqrt{x^2-4x+5}\ldots\ldots x\geq 2 \end{cases}$$

وليكن (C_h) منحناها البياني في المعلم الأول

1. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_h) .

2. شكل جدول تغيرات الدالة h

3. أنشئ المنحنى (C_h) في نفس معلم الدالة f .

تمرين رقم -52- : Meziane Maths

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها .لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث a، b و c أعداد حقيقية .

1) أحسب $f'(x)$.

2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c .

ب) عين $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ) قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك .

3) نأخذ فيما يلي : $c=\frac{1}{4}$ ، $b=1$ ، $a=1$ وليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد و متجانس .

أ) بين أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (c) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج) أثبت أن النقطة $\omega(1,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

د) عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل .

4) λ عدد حقيقي ، عين بيانيا، حسب قيم λ عدد حلول المعادلة $f(x)=|\lambda|$.

تمرين رقم -53- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$, (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a,b,c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -1 : $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{(x+1)^2}$.

3) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة ديكارتية له , ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي 1 , أكتب معادلة ديكارتية لـ (T) .

5) أنشئ المماس (T) و المنحني (C_f) .

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

تمرين رقم -54- : Meziane Maths

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^4-4x-3$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2)أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث :
$-0.7<\alpha<-0.69$ و $1.79<\beta<1.78$.

ب) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^4+1}{x^3-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ وحدته $2cm$.

1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) أ) عين الأعداد الحقيقية a,b,c,d,e حيث :
$f(x)=ax+b+\frac{cx^2+dx+e}{x^3-1}$ و $(x\neq 1)$.

ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلته , ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3)أ) بين أنه من أجل كل $x\neq 1$ يكون : $f'(x)=\frac{x^2\times g(x)}{(x^3-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f , شكل جدول تغيراتها .

ج) أعط حصرا لكل من : $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

5) أنشئ كلا من المماس (T) و (Δ) و المنحنى (C_f).

6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=\frac{x^4+1}{|x^3-1|}$.

أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب) إشرح كيفية إنشاء (C_h) المنحنى الممثل للدالة h إنطلاقا من (C_f).

ج) أنشئ المنحنى (C_h) في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم -55- : Meziane Maths

I)لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1. -أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$
-ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

2. -أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7\prec\alpha\prec0,8$
-ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

3. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

4. -أ- بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:
$f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$
-ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.
-ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

5. -أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$
-ب- استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيراتها.(نأخذ $f(\alpha)\approx-0.1$)

6. أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

7. أنشيء المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

8. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق
-أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$
-ب- استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشيء (C_h)

تمرين رقم -56- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي:
$f(x)=\dfrac{x^3-8}{(x+1)^2}$ ،
(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $0.5cm$ على محور التراتيب)

1) أ) أحسب كل من النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.
ب) أحسب $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

2) أ) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون: من أجل كل $x\neq-1$ ، $f(x)=x+a+\dfrac{bx+c}{(x+1)^2}$.
ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-2$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).
ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بين أن من أجل كل $x\neq-1$ فإن:
$f'(x)=\dfrac{(x+4)(x^2-x+4)}{(x+1)^3}$.
ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

5) عين احداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T') موازيا للمستقيم (Δ). ثم اكتب معادلة للمماس (T').

6) أنشئ كلا من (Δ) (T) و (C_f).

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x-m$.

8) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{|x^3-8|}{(x+1)^2}$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.
أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 2.
ب) إشرح كيفية انشاء المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه.

تمرين رقم -57- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x^3+9x}{3x^2+1}$ ،
(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) بين أنه ن أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-x)+f(x)=0$. فسر النتيجة بيانيا.

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:
$f'(x)=\left(\dfrac{3(x^2-1)}{3x^2+1}\right)^2$.
ب) إستنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف A و B .
ب) أكتب معادلتي المماسين (T_A) و (T_B) في النقطتين A و B.

6) أ) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T). ماذا تستنتج؟

7) أنشئ كلا من (Δ) (T) و (C_f).

8) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟ عينها إن وجدت.

9) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f).

10) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلتين: $f(x)=mx$ و $f(x)=m$.

تمرين رقم -58- : Meziane Maths

أولا : لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=-x^3+6x^2-13x+8$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$.

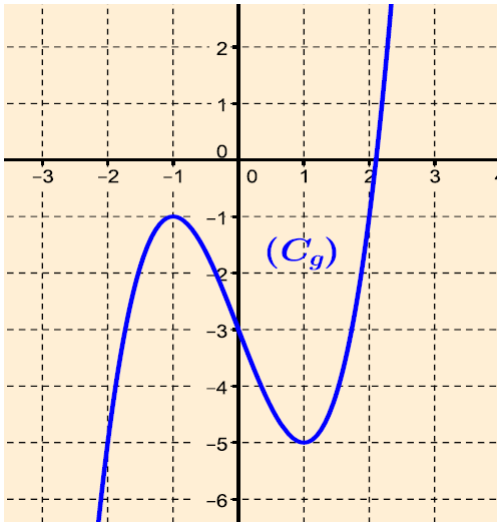
ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=-x+1+\frac{x-1}{(x-2)^2}$
و ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$:
$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^2}$.
2) أستنتج إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة f .
3) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (D) حيث : (Δ) هو المستقيم المقارب المائل .
4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .
5) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3 .
6) أرسم (D) , (Δ) , (T) و (C_f) .

تمرين رقم -59- : Meziane Maths

أولا : g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3+3x+8$.
1) أدرس تغيرات الدالة g .
2) بين أن للمعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-2;-1]$.
3) أدرس حسب قيم x إشارة $g(x)$.
ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3-4}{x^2+1}$.
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) أدرس تغيرات الدالة f .
2) بين أن $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ واعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.
3) بين أنه توجد 4 أعداد حقيقية a,b,c,d بحيث :
$f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{x^2+1}$.
4) إستنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
6) عين فاصلتي النقطتين A و B من المنحني بحيث يكون فيهما المماس موازيا لـ (Δ) .
7) أنشئ (Δ) و (C_f) .

تمرين رقم -60- : Meziane Maths

I) المنحنى (C_g) أدناه هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$g(x)=ax^3+bx+c$.



1) أنجز جدول تغيرات الدالة g .
2) إستعمل الشكل لتجد الأعداد الحقيقية a,b,c .
3) بين أن المعادلة $x^3-3x-3=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left]2,\frac{11}{5}\right[$.
4) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ كما يلي : $f(x)=1+\frac{2x^3+3}{x^2-1}$
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1,1\}$:
$f'(x)=\frac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$.
2) عين دون حساب قيمة $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا .
3) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و فسر النتيجة بيانيا .
4) أنجز جدول تغيرات الدالة f .
5) بين أن : $f(\alpha)=3\alpha+1$ و أعط حصر لـ $f(\alpha)$.
6) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
7) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
8) أنشئ المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f).

تمرين رقم -61- : Meziane Maths

I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $g(x)=ax+\frac{b}{(x+1)^3}$
حيث a و b عددان حقيقيان و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) أوجد العددين الحقيقين a و b بحيث المنحنى (C_g) يشمل النقطة $A(0;1)$ و يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=3x$.
2) نضع : $a=3$ و $b=1$.
أ) أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها و إستنتج معادلة المستقيم المقارب العمودي .
ب) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$:
$g'(x)=\frac{3(x^2+2x)(x^2+2x+2)}{(x+1)^4}$.
ج) أدرس إشارة $g'(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة g .
د) إستنتج إشارة $g(x)$.
3) بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_g).
II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2(x+1)^2}$
و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$: $f'(x)=g(x)$.
2) إستنتج جدول تغيرات الدالة f .
3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;1]$ و حلا وحيدا آخر β حيث : $-\frac{3}{2}<\beta<-1$.
4) أحسب $f(2)$ و $f(-2)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f).

تمرين رقم -62- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=ax+b+\frac{1}{2x}$
حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين العددين a و b علما أن : $f(-1)=-2$ و $f'(-1)=0$.

II) في كل ما يلي نعتبر : $a=\frac{1}{2}$ و $b=-1$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف .

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x :
$f(-x)+f(x)=-2$,ماذا تستنتج ؟

5) هل يقطع (C_f) حامل محور الفواصل ؟ برر .

6) أنشئ كل من (Δ) و (C_f) .

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $h(x)=\frac{x^2-3x+3}{2x-2}$
و (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق .

1) تحقق أنه من أجل كل $x\neq 1$: $h(x)=f(x-1)+\frac{1}{2}$.

2) إستنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ,ثم أنشئ المنحنى (C_h).

تمرين رقم -63- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{1-3x}{1+x^3}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف .

ب) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتين لها .

2) أ) بين أن من أجل كل $x\neq 1$ فإن :
$f'(x)=\frac{3(x-1)(2x^2+x+1)}{(1+x^3)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شطل جدول تغيراتها .

ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T).

4) أحسب $f(-2)$ ثم أنشئ كلا من (T) و (C_f).

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\frac{3|x|-1}{1+|x|^3}$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ) بين أن الدالة h زوجية .

ب) إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه .

ج) أدرس قابلية إشتقاق الدالة h عتد 0.

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $h(x)=m$.

تمرين رقم -64- : Meziane Maths

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$g(x)=x^3-6x^2+12x-2$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.1<\alpha<0.2$
ثم جد حصرا للعدد α سعته 10^{-1} .

3) إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما يلي :
$f(x)=\frac{-x^3+4x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ,ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أ) عين الأعداد الحقيقية a , b و c بحيث يكون من أجل كل $x\neq 2$:
$f(x)=ax+b+\frac{c}{(x-2)^2}$.

ب) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بين أنه من أجل كل $x\neq 2$ فإن : $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x-2)^3}$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها ,ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بين أن : $f(\alpha)=-2+\frac{9}{(\alpha-2)}$, ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3.

6) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\approx 0.7$).

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=-m$.

8) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=f(-|x|)$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ) أدرس قابلية إشتقاق الدالة h عند 0 .

ب) بين أن الدالة h زوجية ثم إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه .

تمرين رقم -65- : Meziane Maths

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$: $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{(x-1)^2}$.

ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) و المستقيم (d) الذي معادلته $y=x-2$ ؟ برر.

ج) حدّد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (d) ، لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (d) .

3) ارسم (C_f) و (d) .(تؤخذ الوحدة $2cm$ على (ox) و $1cm$ على (oy)).

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty,1[$ إستنتج قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد α .

5) عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) الذي معامل توجيهه 1.
6) ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$ حيث m وسيط حقيقي.
7) أ) نريد إيجاد نتيجة السؤال 5) باستعمال الحساب بين أن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $y=x+m$ هي حلول المعادلة (E) التالية: $(m+2)x^2-(2m+7)x+m+4=0$
ب) جد حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

تمرين رقم -66- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي :
$f(x)=\dfrac{-x^3-2x^2+7x+12}{(x+2)^2}$ و ليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
ب) فسر هندسيا النهاية عند -2 .
2) أ) عين الأعداد الحقيقية a,b,c,d بحيث من أجل كل x يختلف عن -2 تكون : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}+\dfrac{d}{(x+2)^2}$.
ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى (C_f) بجوار $\pm\infty$.
ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
3) أ) بين أنه من أجل كل $x\neq 2$ تكون :
$f'(x)=\dfrac{(-x-1)(x^2+5x+10)}{(x+2)^3}$.
ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4) أ) أحسب $f(-3)$ ثم حدد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
ب) حدد أيضا نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور التراتيب.
5) أنشئ المنحنى (C_f).
6) m عدد حقيقي , عين قيم m حتى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ ثلاث حلول سالبة .
7) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=f(|x|)$.
أ) بين أن الدالة g زوجية .
ب) إشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى (C_f).
ج) أنشئ المنحنى (C_g) في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم -67- : Meziane Maths

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x^2+4x$, و (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) أدرس تغيرات الدالة g .
2) برهن أن (C_g) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها ثم برهن أن هذه النقطة هي مركز تناظر للمنحنى (C_g).
3) α و β عددان حقيقيان .
برهن أنه إذا كان $\beta>\alpha$ فإن $g(\beta)>g(\alpha)$ ثم إستنتج مقارنة العددين $g(2021)$ و $g(2022)$ دون حساب قيمتها .
4) أعط إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم إستنتج وضعية (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل .
5) أرسم المنحنى (C_g).

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2}{(x-1)^2}$, (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
1) عين العددين الحقيقيين a و b حيث : $f(x)=ax+\dfrac{bx}{(x-1)^2}$.
2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1}f(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا .
3) أحسب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$, ثم فسر النتيجة هندسيا .
4) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^3}$.
5) إستنتج إتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.
6) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
7) بين أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة وحيدة A يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لـ (T).
8) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.
9) إعط إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}-\{1\}$ ثم إستنتج وضعية (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .
10) أرسم (Δ), (T) ثم (C_f) في معلم جديد يختلف عن (C_g).
11) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلات التالية :
$f(x)=m$; $f(x)=|m|-1$; $f(x)=f(m)$; $-\dfrac{x}{(x-1)^2}=m$;
$x^3-2x^2=mx(x-1)^2$; $f(x)=x+m^2-4$.

لتكن الدوال العددية التالية : h_1 , h_2 , h_3 حيث :
$h_1(x)=f(|x|)$ و $D_{h_1}=\mathbb{R}-\{-1;1\}$, $h_2(x)=|f(x)|$ و $D_{h_2}=D_f$
$h_3(x)=f(x-1)+2$ و $D_{h_3}=\mathbb{R}-\{2\}$
1) بين أن h_1 دالة زوجية .
2) إشرح كيف يتم رسم المنحنيات (C_{h_1}), (C_{h_2}), (C_{h_3}) إنطلاقا من منحنى (C_f) ثم أنشئها .

لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $k(x)=f(x^2)$
1) أدرس إتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

تمرين رقم -68- : Meziane Maths

الجزء الأول : لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بجدول تغيراتها كالتالي :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	‖	$+\infty$	↘	↗	$+\infty$
					‖		-1		

I) تكتب $f(x)$ على الشكل $ax+b+\dfrac{c}{x}$ حيث : a ، b و c أعداد حقيقية
1) أحسب الدالة المشتقة f' بدلالة a و c
2) بالإستعانة بجدول تغيرات الدالة f عين الأعداد الحقيقية a ، b و c.
3) عين $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) استنتج معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

5) أجب بصح أو خطأ مع التبرير :

أ)- $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

ب)- المعادلة $f(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$

جـ)- المعادلة $f(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا β في المجال $[2.5; 2.7]$.

د)- $f'(3) > 0$

6) استنتج إشارة الدالة f .

✍ **الجزء الثاني :** نأخذ في ما يلي $a = 1; b = -3; c = 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أن (C_f) يقبل المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 3$ مقاربا مائلا بجوار $+\infty$ و $-\infty$

2) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) بين أن $f(-x) + f(x) = -6$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

4) أنشئ (C_f) و المستقيمات المقاربة.

5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m إشارة و عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$.

✍ **الجزء الثالث :** g دالة ذات المتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $g(x) = [f(x)]^2$

1) أوجد نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أحسب $g(-1)$, $g(1)$ ، $g(\alpha)$ و $g(\beta)$

3) بإستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $g'(x)$

4) استنتج جدول تغيرات الدالة g (دون دراسة تغيراتها).

تمرين رقم -69- : Meziane Maths

✍ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعلاقة الموالية: $f(x) = 1 - x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب كل من النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) من أجل كل عدد حقيقي x،احسب $f'(x)$، ثم استنتج القيمة العددية لـ $f'(0)$.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا العلاقة التالية : $1 - (x^2+1)\sqrt{x^2+1} \leq 0$. ثم استنتج أن النقطة $\omega(0,1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) إستنتج اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها.

5) أثبت أن النقطة $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6) أثبت أن المستقيمين (Δ_0) و (Δ_1) المعرفين كما يلي: $(\Delta_0) : y = -x$ و $(\Delta_1) : y = -x + 2$ مقاربين مائلين للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ بهذا الترتيب.

7) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α، حيث α ينتمي إلى المجال $]1,8; 1,9[$.

8) أكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ω ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (T).

9) أرسم في نفس المعلم (Δ_0) ، (Δ_1) ، (T) و (C_f).

10) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x = (m-1)\sqrt{x^2+1}$.

تمرين رقم -70- : Meziane Maths

✍ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.
المستقيم (D) هو مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1.

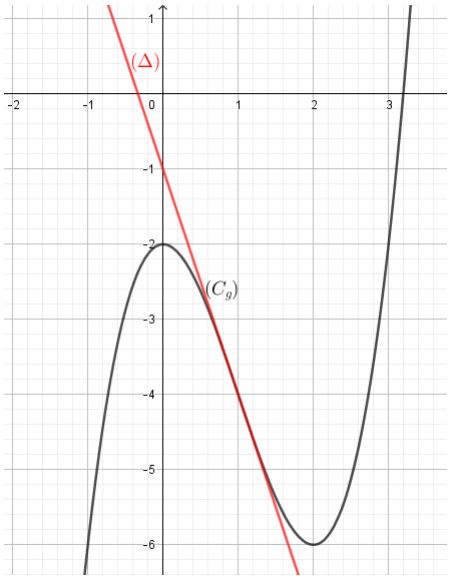
بقراءة بيانية :

1) أحسب كل من : $g'(0)$, $g'(2)$, $g'(1)$ و $g''(1)$.

2) شكل جدول تغيرات الدالة g.

3) حدد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ثم إستنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]3; \frac{7}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقق أن : $3.1 < \alpha < 3.2$.

4) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.



✍ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3+1}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, أحسب $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل $x \neq 1$: $f'(x) = \frac{(x-1)\times g(x)}{(x-1)^4}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) أحسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty} (f(x) - x)$ ثم إستنتج أن (C_f)يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

6) بين أن : $f(\alpha) = 3 + \frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ ثم أعط حصر لـ $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2}.

7)أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{3}$.

8) جد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

9) أنشئ (Δ) , (C_f).

10) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

h ✍ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=\frac{|x^3+1|}{(x-1)^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني .

1) أكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

2) أدرس قابلية إشتقاق الدالة h عند القيمة -1 ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) إستنتج رسم المنحنى (C_h) إنطلاقا من (C_f).

تمرين رقم -71- : Meziane Maths

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}$.

1) أدرس نهايات الدالة g .

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g , شكل جدول التغيرات .

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x)=0$.

4) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}\leq 0$.

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x)=-x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

و (C_f) تمثيلها البياني المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$$

2) أحسب النهايات ،ادرس اتجاه التغير و شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)+f(-x)=2$ ماذا تستنتج ؟

4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) بين أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<2$.

6) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-2]$ ماذا تستنتج ؟

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ماذا تستنتج ؟

7) أنشئ (C_f) .

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $(-x+1)\sqrt{x^2+1}=m\sqrt{x^2+1}-x$.

بالتوفيق والنجاح إن شاء الله في بكالوريا 2022