

تمارين الإحتمالات في البكالوريا



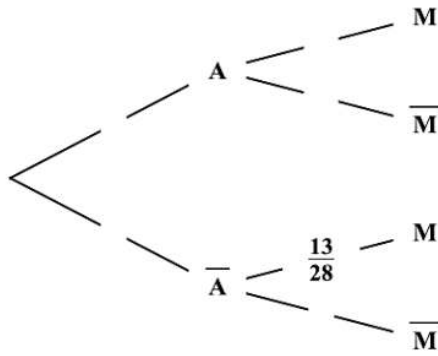
الشعب العلمية

التمرين الأول باك علمي 2020 م 1

يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء و يحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء و كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعائين بالكيفية التالية :

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة و مرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكرتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .



نسمي A الحدث : "الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5" .

نسمي M الحدث : "الحصول على كريتين من نفس اللون" .

(1) تحقق $P(\bar{A})$ أن احتمال السحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

(2) علما أن الكريتين المسحوبتين من U ، بين أن احتمال أن تكونا

من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$.

(3) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $P(M)$.

(4) أحسب $P_M(A)$ احتمال السحب من الوعاء U علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون .

التمرين الثاني باك علمي 2020 م 2

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميز بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية : إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .

(1) أ- أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها .

B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى

الحصول على كرية حمراء .

ب- أحسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد

الكريات الحمراء المسحوبة .

أ- عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب- بين أن : $P(X=1) = \frac{27}{50}$ ، ثم عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ج- أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث باك تقني 2020 م 1

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 3 ، 3 ، 3 .

الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من هذا الكيس .

(1) نعتبر الحدثين : A "الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم" و B "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون" .

أ- أحسب احتمال كلا من الحدثين A و B .

ب- بين أن احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.

ج- استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .
عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(3) في لعبة ، يقوم لاعب بسحب كريتين : إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار ، إذا كان جداء رقميهما 6 يخسر دينار و إذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار . (x و y عددان طبيعيين غير معدومين)
عين قيمة كلا من x و y حتى تكون هذه اللعبة عادلة .

التمرين الرابع باك تقني 2020 م 2

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرقمين 1، 2 و ثلاث كرييات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2 و أربع كرييات بيضاء تحمل الأرقام 2، 3، 3، 4 . (الكرييات متماثلة لا نفرق بينها باللمس) .

(I) نسحب من هذا الكيس ثلاث كرييات في آن واحد .

(1) أحسب احتمال كلا من الحدثين A و B التاليين :

A "الحصول على ثلاث كرييات من نفس اللون" و B "الحصول على كريية بيضاء على الأقل" .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها .

أ- بين أن $P(X = 3) = \frac{3}{7}$ ، ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

(II) نسحب الآن ثلاث كرييات على التوالي دون إرجاع .

ليكن C الحدث "الحصول على ثلاث أرقام جداولها زوجي" .

أحسب احتمال C .

التمرين الخامس باك رياضي 2020 م 1

صندوق به 5 كرييات بيضاء و 3 كرييات حمراء . (كل الكرييات متماثلة لا نفرق بينها باللمس) .

نسحب من الصندوق كريية واحدة بحيث : إذا ظهرت كريية حمراء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كريية بيضاء و إذا ظهرت كريية بيضاء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كريية حمراء ، و نكرر العملية مرة ثانية .

(1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تنمذ هذه التجربة ثم أكملها .

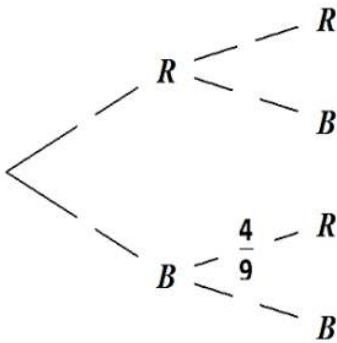
(2) بين أن احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كرييات بيضاء هو $\frac{1}{8}$.

(3) أحسب احتمال أن يوجد بالصندوق 4 كرييات حمراء على الأقل .

(4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكرييات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية .

أ- بزر أن قيم المتغير العشوائي هي : 5 ، 6 و 7 .

ب- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضي .



التمرين السادس باك رياضي 2020 م 2

يحتوي صندوق على كرييات متماثلة منها : n كريية بيضاء تحمل العدد π (n عدد طبيعي و $n \geq 2$)

و 4 كرييات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و π و كرييتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$.

نسحب عشوائيا كرييتين في آن واحد من هذا الصندوق .

(1) أ- أحسب احتمال كلا من الحدثين A و B حيث :

A "سحب كرييتين من نفس اللون" و B "سحب كرييتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون" .

ب- عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $P(A) = \frac{17}{55}$.

(2) نفرض فيما يلي : $n = 5$ و نسمي α و β العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد : $\cos(\alpha) \cos(\beta)$.

أ- بزر أن قيم المتغير العشوائي X هي : $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ و 1 .

ب- بين أن : $P(X = 0) = \frac{27}{55}$.

ج- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين السابع باك علمي 2019 م 1

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2. (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

(1) بين أن احتمال الحادثة A هو $P(A) = \frac{31}{66}$ و احسب احتمال الحادثة B .

(2) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .
عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي و أحسب أمله الرياضي .

التمرين الثامن باك علمي 2019 م 2

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كرتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

(1) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

(2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

(3) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع .

ما احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداولهما زوجي ؟

التمرين التاسع باك تقني 2019 م 1

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . اختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك .
يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .
(الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

(1) قيم المتغير العشوائي X هي : (أ) $\{1; 2; 3\}$ (ب) $\{0; 2; 3\}$ (ج) $\{0; 1; 2\}$.

(2) الأمل الرياضي $E(X)$ هو : (أ) $\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{6}{5}$ (ج) $\frac{11}{10}$.

(3) احتمال " الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة " .

يساوي : (أ) $\frac{7}{10}$ (ب) $\frac{9}{10}$ (ج) $\frac{3}{5}$.

(4) احتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 " .

يساوي : (أ) $\frac{2}{5}$ (ب) $\frac{3}{10}$ (ج) $\frac{1}{5}$.

التمرين العاشر باك تقني 2019 م 2

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

(1) أحسب احتمال الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة " .

B : " الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر " .

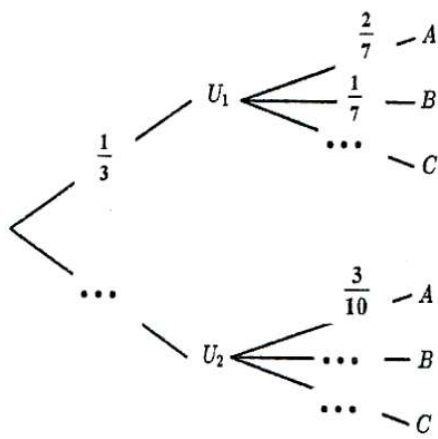
C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب- أحسب $P(X^2 - X \leq 0)$.

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء وثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3



كريات حمراء و كريتتين سوداوين . (كل الكريات متشابهة لانفرق عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتتين في آن واحد من الصندوق U_1 .

وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A : "سحب كريتتين حمراوين" .

B : "سحب كريتتين سوداوين" .

C : "سحب كريتتين من لونين مختلفين" .

(1) أنقل و أكمل شجرة الاحتمالات .

(2) أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

(3) أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عزف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(4) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.



“The only way to learn mathematics is to do mathematics”

كتابة: خالرجاخشة

نشر يوم 2021/03/02