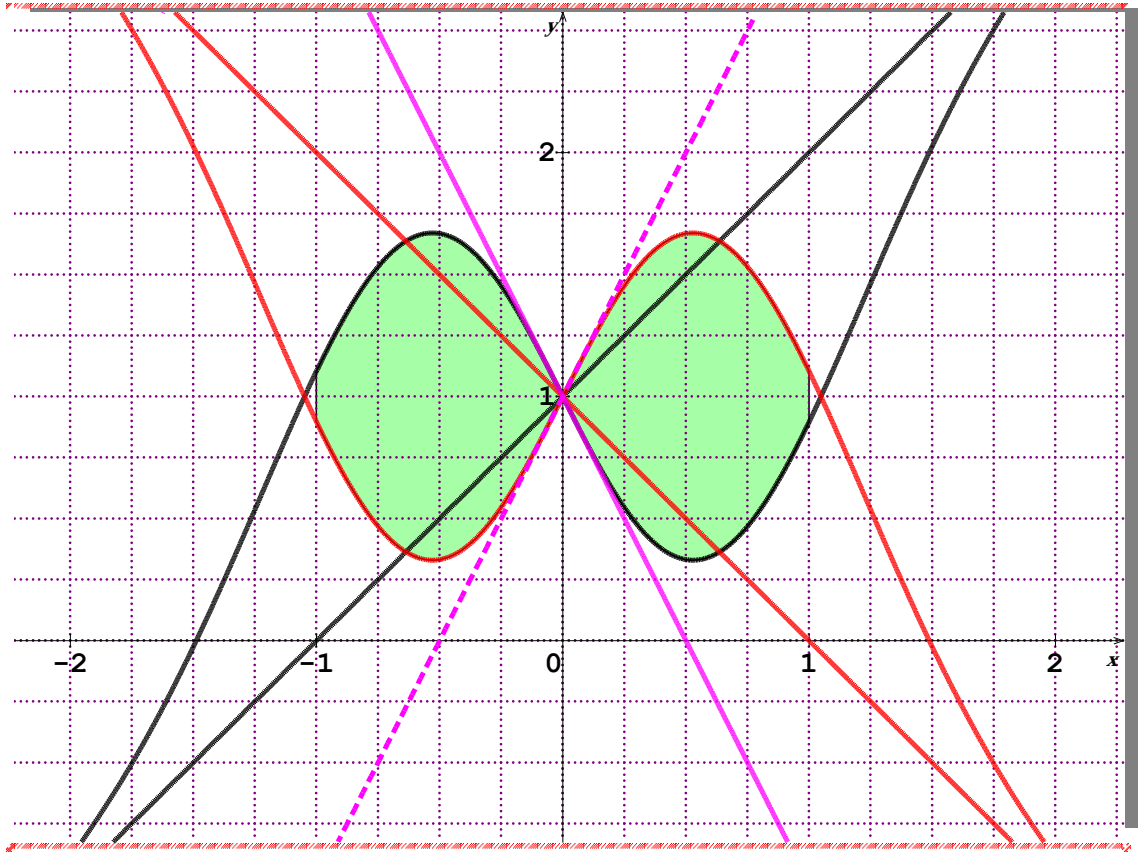


مجلة الرائد في الرياضيات

توقعات بكالوريا دورة 2020 بين يديك

شعبة - علوم تجريبية

التحضير الجيد لشهادة البكالوريا



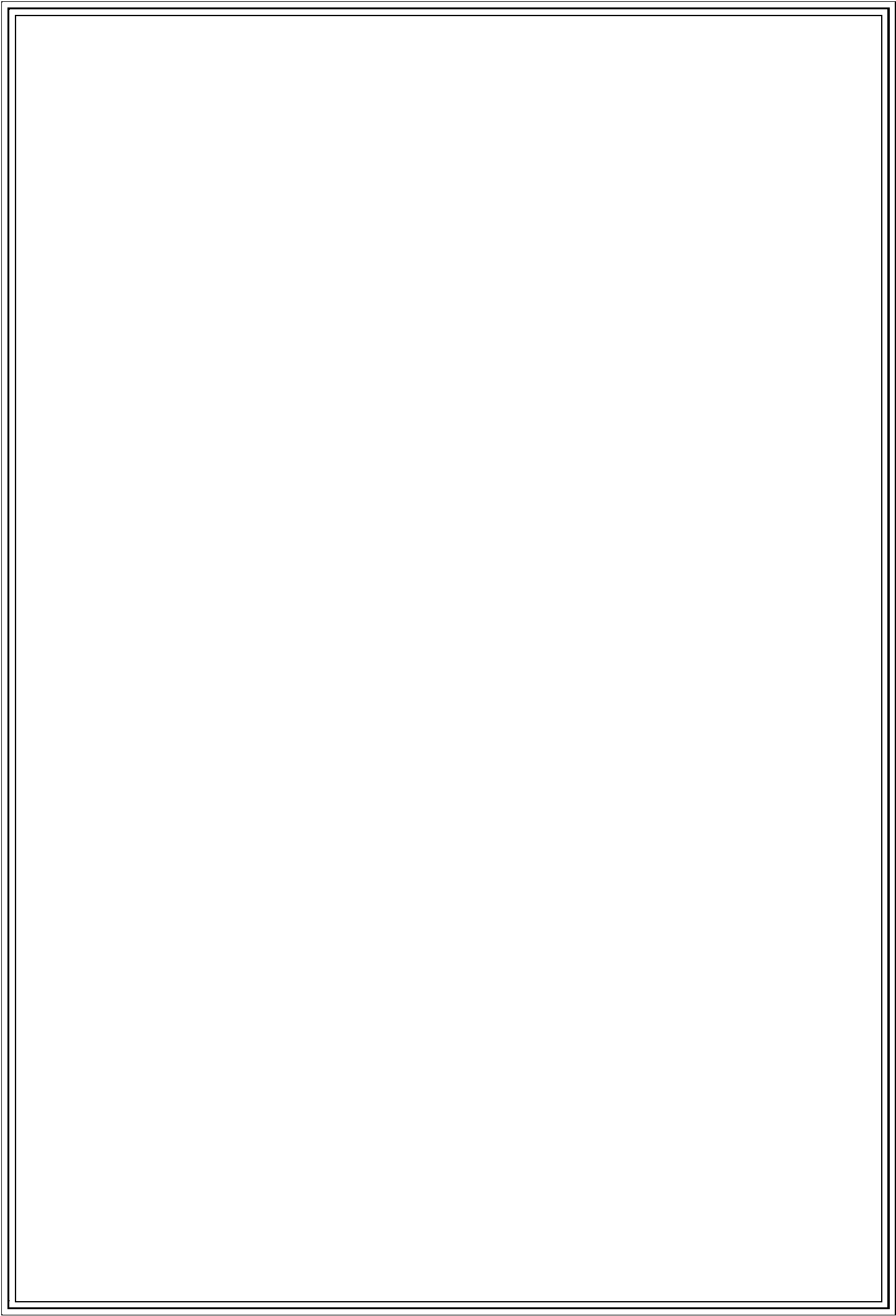
BAC2020

إعداد الأساتذة:

بالعبيدي محمد العربي

بالهادي بالقاسم + يوسف يوسف

أو العربي الجزائري Facebook larbibelabidi@gmail.com



الاختبار الأول

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

$$-I \text{ عين العددين المركبين } \alpha \text{ و } \beta \text{ بحيث: } \begin{cases} \alpha - 2\beta = 3 + (2 - \sqrt{3})i \\ \bar{\alpha} + 4\bar{\beta} = -2(1 + \sqrt{3})i \end{cases}$$

-II ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C التي

$$\text{لواحقها على الترتيب } z_A = 2 + 2i, z_B = -\sqrt{2} + i\sqrt{6}, z_C = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

1. اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي، ثم استنتج أن A و B تنتميان إلى نفس الدائرة.
2. بين أن B هي صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه. ثم علم على التوالي النقط A, C و B .
4. اكتب $\frac{z_B}{z_A}$ على شكل أسي ثم على الشكل الجبري. ثم استنتج قيمتي $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

5. نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عين كلا z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r .

z_E لاحقة النقطة E والتي صورتها C بالدوران r .

ب) استنتج أن (DC) و (EB) متعامدان، ماذا تمثل النقطة C في المثلث BDE ؟

التمرين الثاني: (04 نقط)

$$(u_n) \text{ المتتالية المعرفة بمجدها الأول } u_0 = 3 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2}{2} + \frac{1}{2}}$$

1-أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n, 1 < u_n \leq 3$.

ب) قارن العددين u_n و u_{n+1} ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) هل المتتالية (u_n) مقاربة؟ علل إجابتك.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = u_n^2 - 1$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ج) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_n^2 + u_{n+1}^2 + \dots + u_{n+2020}^2$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

- يحتوي كيس على 9 كريات منها : ثلاث حمراء تحمل الأرقام 1 ، 0 ، -1
و اربعة بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 ، -1 وكرتين خضراء تحمل الأرقام 0 ، -1 .
نسحب عشوائيا، وفي آن واحد، ثلاث كرات من الكيس .
1- نعتبر الحوادث : A : "سحب ثلاث كرات من نفس اللون " B : " سحب ثلاث كرات مجموعهم منعدم " C : " سحب ثلاث كرات جداولهم عدد سالب "
أ) احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : $A \cap B$ ، هل الحادثتان A ، B مستقلتان ؟
ب- علما ان الكرات المسحوبة جداولها عدد سالب ما احتمال ان تكون من نفس اللون؟
2- ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد الاصغر من بين الاعداد المسحوبة
أ- أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X
ب- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .
ج- احسب $P(e^x - 1 \leq 0)$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

- I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب : $g(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(x+1)$
1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$
II- f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب : $f(x) = |x| \ln(x+1)$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
1. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 .
2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. ماذا تستنتج؟
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 0$ ، $f'(x) = g(x)$ ، ثم عين عبارة $f'(x)$ على المجال $]-1; 0[$
ب) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. أ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .
ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y = x$.
5. ارسم (Δ) ، (D) و (C_f) .
6. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب : $H(x) = x^2 - 2x - 2(x^2 - 1) \ln(x+1)$
أ) احسب مشتق الدالة H ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.
ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلتهما $x = 0$ ، $y = x$ و $x = e - 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

(1) المعادلة $z^3 - 2z^2 + 16 = 0$ للمتغير المركب z حيث $z_0 = -2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي: أ)

$S = -2, 2 + 2i, 2 - 2i$ (ب) ، $S = -2, 4 + 2i, 4 - 2i$ (ج) ، $S = 2, 4 + 2i, 4 - 2i$

(2) نعتبر النقطتين A, B ذات اللاحقتين $z_A = 2 + 2i$ و $z_B = 2 - 2i$ فإن المثلث OAB :

أ) قائم في O ، ب) قائم في O ومتساوي الساقين ، ج) متساوي الساقين .

(3) نعتبر التحويل التقطي T المعرف بالعلاقة المركبة : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ، طبيعة هذا التحويل .

أ) تشابه مباشر ، ب) تحاكي ، ج) دوران .

(4) مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $\arg(z - z_A) = \arg(iz - z_B)$ هي :

أ) المستقيم (AB) ، ب) دائرة قطرها $[AB]$ ، ج) نصف دائرة قطرها $[AB']$ باستثناء A, B' لاحتقائها $-iz_B$

التمرين الثاني: (04 نقط)

(I) يحتوي صندوق V_1 على 7 كريات متجانسة منها اربع كريات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3 و كرية واحدة تحمل الرقم 1.

-نسحب منه ثلاث كريات الواحدة تلوى الاخرى دون اعادة الكرية المسحوبة في كل مرة احسب احتمال الحدثين التاليين: A "الكرات تحمل نفس الرقم" B "كرية واحدة تحمل الرقم 3"

(II) نفرض الآن وجود صندوق آخر V_2 فيه 5 كريات متجانسة منها 3 بيضاء و 2 حمراء - نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق V_1 و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا n كرية في آن واحد من الصندوق V_2 حيث n يمثل الرقم المسجل على الكرية التي سحبت من الصندوق V_1

(1) بين ان احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو $\frac{1}{35}$

(2) ما احتمال الحصول على كرتين حمراء علما اننا سحبنا كرية تحمل رقم 3 من الصندوق V_1

(3) علما انه توجد كرتين حمراء ما احتمال اننا سحبنا الكرية التي تحمل رقم 3 ؟

(4) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الحمراء في السحب.

أ) عين قيم X وقانون احتماله ،

ب) احسب قيمة الاحتمال التالي : $P(|X| \leq 1)$

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1; 1; 0)$ ، $B(2; -1; 1)$ ، $C(-1; 0; 1)$

1- أ) بين أن النقط A, B, C تعين المستوي ABC

- ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي ABC ، ثم أكتب معادلة ديكرتية له .
 2- أ) تحقق أن النقطة $D \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ لا تنتمي للمستوي ABC .
 ب) استنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي ABC .
 3) نعتبر النقطتان $E \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $F \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ واليكن P المستوي المحوري للقطعة المستقيمة EF
 أ) تحقق أن معادلة المستوي P هي من الشكل: $-2x - y + z + 4 = 0$
 ب) بيّن أن المستويين P و ABC متعامدان .
 ج) استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ . مستقيم التقاطع للمستويين P و ABC .
 4) احسب بعد النقطة D عن المستويين P و ABC ، استنتج بعد النقطة D عن المستقيم Δ .
التمرين الرابع: (07 نقط)

- I - g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = 1 + xe^x$.
 ادرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
 II - لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = e^{2x} + (x+1)e^x + x$ و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة $2cm$.
 1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x)$. ماذا تستنتج ؟
 2. أ) احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f ثم بين أنه من أجل كل $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = 2e^x(e^x + 1) + g(x)$.
 ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم جدول تغيرات الدالة f .
 3. أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.6 \leq \alpha \leq -0.5$. ثم استنتج أن $e^\alpha = -\alpha$.
 4. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .
 5. أ) بين أن المعادلة $e^x + x + 1 = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1.3 \leq \beta \leq -1.0$.
 ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y = x$.
 6. ارسم كل من (D) ، (Δ) و (C_f) .
 7. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (e^x + x)(e^x + 1)$.
 ب) احسب المساحة $\mathcal{A}$ للحيز تحت (C_f) بين المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \alpha$.
 III - نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = f(\ln x)$ و (C_h) تمثيلها البياني دون حساب عبارة $h(x)$ اجب عن الأسئلة التالية:
 1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .
 3. أ) عين فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_h) وحامل محور الفواصل .
 ب) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1 .
 ج) احسب $h(-1 - \beta)$ ثم ارسم المنحنى (C_h) .

الاختبار الثاني

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط A, B, C صور الأعداد المركبة $z_A = -2i$ ، $z_B = -\sqrt{3} + i$ ، $z_C = \sqrt{3} + i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسّي

ب- استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (γ) التي تشمل النقط A, B, C

ج) علم النقط A, B, C ثم أرسم الدائرة (γ)

2. أ) اكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسّي واستنتج طبيعة المثلث ABC

1- ليكن r الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- بين أن النقط O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3} - i$ صورة النقط O بالدوران r

ب- بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (γ) . ثم انشئ (γ') صورة الدائرة (γ) بالدوران r .

ج- تحقق أن الدائرتين (γ) و (γ') تشتركان في النقطتين A و B

التمرين الثاني: (04 نقط)

صندوق يحوي 8 كرات سوداء ثلاثة منها تحمل الرقم 1- ، ثلاثة منها تحمل الرقم 0 و اثنتان منها تحمل

الرقم 1 و كرتين حمراوين تحملان الرقمين 1، 2 لا نميز بينهما عند اللمس

1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد

أ) احسب احتمال الحوادث التالية: "A سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة سوداء على الأكثر " ، C " سحب كرة سوداء على الأقل "

ب) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكرتين

- عين قيم X ثم عين قانون احتماله

- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X^2 ثم احسب أمله الرياضي $E(X^2)$

2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرة في آن واحد حيث $1 \leq n \leq 9$

أ) احسب $P(D)$ بدلالة n احتمال الحادثة: " سحب كرة واحدة حمراء " .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n علما ان $P(D) = \frac{7}{15}$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ و $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$

نضع لكل $n \in \mathbb{N}$ $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$

1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ثم اكتب v_n بدلالة n

2- أ/ بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 .

ب/ اكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

3-أ) برهن أنه من أجل كل عدد $n \in \mathbb{N}^*$ $0 < u_n < \frac{2}{5}u_{n+1}$.

ب) استنتج أن : $0 < u_n < \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ لكل $n \in \mathbb{N}^*$ ، ثم استنتج نهاية (u_n)

4- أحسب المجموع بدلالة n المجموع $(w_0 - v_0) + (w_1 - v_1) + \dots + (w_n - v_n)$

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = -2x^3 + x^2 - 1$.

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حداً وحيداً α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن $-0,7 < \alpha < -0,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = (1 + x + x^2 + x^3)e^{-2x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$: (الوحدة : $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ ، $\|\vec{j}\| = 1\text{cm}$).

2) 1- برهن أنه، من أجل أي عدد حقيقي $x > 1$ ، فإن : $1 < x < x^2 < x^3$.

ب- استنتج أنه، من أجل أي عدد حقيقي $x > 1$ ، فإن : $0 < f(x) < 4x^3 \cdot e^{-2x+1}$.

ج- باستخدام النهاية الشهيرة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{e^t} = 0$ ، برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x} = 0$.

د- استنتج، من 2) ج- حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسرها هندسياً.

3) 1- برهن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x) \cdot e^{-2x+1}$.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات f .

4) احسب $f(-1,1)$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ ، ثم أنشئ (C_f) ؛ (تعطى $f(\alpha) \simeq 5$).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

1. عين عددين مركبين a و b بحيث: $\begin{cases} a+b=2 \\ ab=4 \end{cases}$. ثم اكتب كل من a و b على الشكل الأسّي.
2. نسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C, D التي لواحقتها على الترتيب $z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = \bar{z}_A$, $z_C = z_A^2$ و $z_D = -2$.
أ) بين أن $(z_A)^{2019} = 2^{2018} z_D$ ،
ب) احسب $\frac{z_C - z_D}{z_A - z_D}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .
ج) علم النقط A, B, C, D .
3. أ) S التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى C . عين زاويته ونسبته.
ب) بين أن $S(I) = D$ ، حيث I منتصف قطعة المستقيم $[AD]$.
ج) احسب $z_C + z_B$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ACDB$.
4. نسمي $(\mathcal{E})$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي بحيث $2z = z_A + 2e^{i\theta}$ مع θ يسمح $\mathbb{R}$.
أ) عين وأنشئ المجموعة $(\mathcal{E})$. ب) عين وأنشئ المجموعة $(\mathcal{E}')$ صورة المجموعة $(\mathcal{E})$ بالتشابه المباشر S .

التمرين الثاني: (04 نقط)

- ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. لتكن النقط $A(1;0;2)$, $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$
- 1) أ) بين أن النقاط: A, B و C ليست في استقامية.
ب) بين أن $\vec{n}(3;4;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، استنتج معادلة ديكرتية له.
 - 2) ليكن المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على التوالي $2x + y + 2z + 1 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$.
أ) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيله الوسيطى.
ب) هل المستقيم (D) والمستوي (ABC) متقاطعان أم متوازيان ؟
3) ليكن t عدد حقيقي كفي موجب . نعتبر G مرجح الجملة $\{(A;1), (B;2), (C;t)\}$.
أ) برر وجود النقطة G من أجل كل عدد $t \in \mathbb{R}_+^*$.
ب) ليكن I مرجح الجملة $\{(A;1), (B;2)\}$. عين إحداثيات كلاس I و G ، ثم بين أن $\vec{IG} = k\vec{IC}$ و $(k \in \mathbb{R}^*)$
ج) بين أن مجموعة النقط G لما يتغير t على المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ هي قطعة المستقيم $[IC]$ باستثناء C .
د) عين قيمة t التي ينطبق من أجلها G على J منتصف قطعة المستقيم $[IC]$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي: $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + v_n}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 7 \\ v_{n+1} = \frac{2u_n + 3v_n}{5} \end{cases}$

1. احسب u_1 و v_1 ثم u_2 و v_2 .
2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = v_n - u_n$.
أ) بين أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
ب) عين عبارة بدلالة n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.
3. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة وأن المتتالية (v_n) متناقصة.
ب) استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) لهما نفس النهاية l .
4. نعتبر المتتالية العددية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $t_n = 4u_n + 5v_n$.
بين أن (t_n) متتالية ثابتة. ثم استنتج قيمة l .

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ب: $g(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln|x+1|$.

1. بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $] -1; +\infty[$ ثم تحقق أن $0.7 < \alpha < 0.8$.
ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ب: $f(x) = x(-1 + \ln|x+1|)$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$. ماذا تستنتج؟
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ، $f'(x) = g(x)$. $f'(x)$ (الدالة المشتقة لـ f)
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
ج) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
3. عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ O ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T) .
4. أ) حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل.
ب) نقبل أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 4$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $I(-2; 2)$.
ما يمكن القول عن المستقيمين (T) و (D) ؟ (T) يسمى المستقيم الناظمي لـ (C_f) عند النقطة I
ج) ارسم (T) ، (D) و (C_f) .

5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب: $F(x) = \left(\frac{x^2-1}{2}\right) \ln(x+1) - \left(\frac{x-1}{2}\right)^2$ هي دالة

أصلية للدالة $x \ln(x+1)$ على المجال $] -1; +\infty[$.

- ب) λ عدد حقيقي حيث $-1 < \lambda < 0$. احسب المساحة $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = \lambda$ و $x = 0$. ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow -1^+} A(\lambda)$.

الاختبار الثالث

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة ب: $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$.

(1) -أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n > 0$.

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ج- هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر اجابتك

(2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع: $v_n = \frac{u_n}{n}$.

أ- بين المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأولى v_1 .

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n = \frac{n}{2^n}$. ثم بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

التمرين الثاني: (04 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2 - 2z + 4 = 0$ (1)

(1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1). ثم استنتج حل المعادلة: $(\bar{z} + 2 + 2i\sqrt{3})^2 - 2\bar{z} - 4i\sqrt{3} = 0$.

(2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D التي

لواحقها على الترتيب $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 + 3i\sqrt{3}$ ، $z_C = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_D = -1 - i\sqrt{3}$.

أ) احسب العددين المركبين $z_{\overline{AB}}$ و $z_{\overline{AD}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .

ب) عين العبارة المركبة للشابه S الذي مركزه B ونسبته $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

ج) عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالشابه S .

د) احسب العدد المركب $z = \frac{z_B - z_E}{z_A - z_E}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABED$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث:

4 كرات حمراء وكرتين سوداوين، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي.

2- نسحب عشوائيا وعلى التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.
احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، A_1 "سحب كرة سوداء بالضبط"، A_2 "سحب كرتين سوداوين"
3- بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4 كرات ، نجري سحب آخر على التوالي ودون ارجاع
نعتبر الحوادث التالية:

B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1 "سحب كرة سوداء بالضبط"، B_2 "سحب كرتين سوداوين"
أ- احسب الإحتمالات التالية :

$P(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.

ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمرين الرابع: (07 نقط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = \ln(x^2 + x + 1) - x$ و C_g تمثيلها البياني .
1- احسب نهايتي g عند : $+\infty$ و $-\infty$.

2- أثبت من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ أن : $g'(x) = \frac{x(1-x)}{x^2 + x + 1}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

4- أثبت أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1.7, 1.9]$.

5- عين من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ و C_f تمثيلها البياني

1- احسب نهايتي f عند : $+\infty$ و $-\infty$.

أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- اكتب معادلة المماس (T) عند مبدأ المعلم، حدد الوضعية النسبية لـ : C_f و (T).

2- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ln(x^2 + x + 1) = 0$ ، فسر النتيجة هندسيا.

ب- أثبت أن المنحنى C_f يقبل نقطتي انعطاف ، عين فاصلتيهما.

3- أثبت أن : $f(\alpha) = \alpha$. ثم ارسم المنحنى C_f و المماس (T).

4- أ- احسب العدد الحقيقي $S(\alpha) = 2 \int_0^\alpha \frac{xdx}{x^2 + x + 1} + \int_0^\alpha \frac{dx}{x^2 + x + 1}$

ب- فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

- ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
- لتكن النقط $A(3; -2; 2)$ ، $B(6; 1; 5)$ ، $C(6; -2; -1)$ و $D(0; 4; -1)$.
- بين أن المثلث ABC مثلث قائم.
 - أ) عين معادلة ديكرتية للمستوي (P) الذي يمر بالنقطة A ويعامد المستقيم (AB) .
ب) استنتج تمثيلا وسيطيا لتقاطع المستويين (P) و (ABC) .
 - أ) بين أن النقطة A المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .
ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
 - أ) بين أن قياس الزاوية الهندسية BDC هو $\frac{\pi}{4}$.
ب) احسب مساحة المثلث BDC .
ج) استنتج المسافة بين النقطة A والمستوي (BDC) .

التمرين الثاني: (04 نقط)

- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- حل، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة: $(z - 2 + 2i)(z^2 + 4z + 8) = 0$.
النقط A, B, C لاحقاً على الترتيب: $z_A = 2 - 2i$ ، $z_B = -2 + 2i$ ، $z_C = -2 - 2i$.
 - أ- اكتب الصيغة المركبة للدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
ب- بين أن لاحقة النقطة D ، صورة النقطة C بهذا الدوران، هي $z_D = 2 - 6i$.
ج- حدّد مع التعليل - طبيعة الرباعي $ABCD$.
 - أ- عيّن إحداثيي H_α مرجح الجملة $(A, 1); (B, -1); (C, \alpha)$ ، حيث α وسيط من $\mathbb{R}^*$.
ب- بين أن مجموعة النقط H_α ، عندما يتغير α في $\mathbb{R}^*$ ، هي مستقيم باستثناء نقطة يطلب تعيينه.
ج- في هذا السؤال، نأخذ $\alpha = 2$. عيّن Γ : مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:
 $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 16$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

- لتكن الدالة f المعرفة على المجال كما يلي: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.
وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس والمتالتين العدديتين (u_n) و (v_n) كما يلي:
$$\begin{cases} v_0 = \frac{9}{2} \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

- 1) أ- أنشئ (C) والمستقيم الذي معادلته : $y = x$
 ب- أنشئ الحدود $u_0, u_1, u_2, \dots, v_0, v_1, v_2, \dots$ على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم
 2) أ- ضع تخميناً حول اتجاه تغير كلا من المتالتين (u_n) و (v_n)
 ب- برهن بالترجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n < 3 < v_n$
 3) أ- بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n = -\frac{7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$ و $v_n = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$
 ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n)
 ج- احسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$
 4) هل ان (u_n) و (v_n) متجاورتان ؟ علّل جوابك

التمرين الرابع: (07 نقط)

- I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2(1 - e^{-x}) - x$
 1- ادرس تغيرات الدالة g .
 2- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $\ln 4 < \alpha < \ln 6$
 3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{1 - e^x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- 1) أثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$ (يمكن وضع $x = 2t$)، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسياً
 3) أ- تحقق أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 2)}$ ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$
 ب- بيّن أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ وأنه لكل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{x^3}$
 ج - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
 4) أنشئ المنحني (C_f) في المجالين $]0; 5]$ و $]-\infty; 0[$
 III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 2(1 - e^{-u_n})$
 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N} : 1 \leq u_n \leq \alpha$
 ب- بيّن أن أجل كل $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = g(u_n)$
 ج- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها

الاختبار الرابع

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}$.

(1) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + e}$.

(2) برهن بالتراجع، انه من أجل كل عدد طبيعي n ، أن : $1 < u_n \leq e$.

(3) ادرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1} \right)^{n+1}$.

(أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول. برر لماذا (v_n) متقاربة؟

(ب) بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{u_{1441} + 1} + \frac{1}{u_{1442} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{2020} + 1}$

التمرين الثاني: (05 نقط)

إناءان U_1 و U_2 حيث U_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سودوان و U_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء . نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهما ، علما ان الكرات متجانسة في اللمس. فنتحصل بذلك على أربع كرات .

(1) أ، احسب احتمال الحادثة "A" سحب 4 كرات من نفس اللون "

(ب) برهن ان احتمال الحادثة "E" ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان "هو $\frac{23}{50}$

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها
أ، حدد قانون الاحتمال لـ X .

(ب) هل اللعبة مربحة للاعب إذ ادفع DA 25 قبل إجراء السحب ويكسب DA 10 لكل كرة بيضاء (3) جد احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء U_2 علما انه حصل على كرتين بيضاوين

التمرين الثالث: (04 نقط)

I- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $z\bar{z} - 4z + \bar{z} + (z - \bar{z})i - 3 + 5i = 0$ ($\bar{z}$ مرافق العدد المركب z)
 II- المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نعتبر النقط A, B, C, D و E التي
 لواحقتها على الترتيب $z_A = 1, z_B = 4+i, z_C = 3i, z_D = -1+i$ و $z_E = -2i$

1. بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{z_E - z_A}{z_D - z_A}$ ماذا تستنتج؟

2. عين لاحقة صورة النقطة C بالتشابه المباشر s الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. لتكن I_1, I_2, I_3 و I_4 على الترتيب منتصفات القطع المستقيمة $[BC], [CD], [DE]$ و $[EB]$.

أ) بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 ويحول النقطة I_4 إلى I_2 .

ب) احسب $z_{I_1} + z_{I_3}$ و $z_{I_2} + z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1 I_2 I_3 I_4$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = -1 + (x+1)^2 e^x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (x^2 + 1)e^x$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ) عين $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$. ماذا تستنتج؟ شكل جدول تغيراتها الدالة f .

ج) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ثانية يطلب تعيين إحداثياتها.

د) بين أن (C_f) يقبل مماس (Δ) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلة له.

3. ارسم (Δ) و (C_f) .

4. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = 2f'(x) - f''(x) + 2e^x$ ، استنتج دالة

أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$. ثم عين القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[-1; 1]$.

III - نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}$. نسمي (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $h(x) = f(-x)$. ماذا تستنتج؟

2. ارسم المنحنى (C_h) في المعلم السابق.

3. أ) احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C_h) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتهما $x=0$ و $x=\lambda$. مع λ عدد حقيقي موجب تماما، ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

في مطعم مدرسي، يمكن للتلاميذ أن يختاروا إما لحما وإما بيضا 30% من التلاميذ يختارون البيض 60% من التلاميذ الذي اختاروا البيض يأخذون تحليه و 45% فقط من الذين اختاروا اللحم. نسمي: "V" التلميذ اختار اللحم: "E" التلميذ اختار البيض: "D" التلميذ أخذ تحليه

1. عين الاحتمالات المعرفة في النص .
2. عرف الوضعية بشجرة الاحتمالات .
3. أ) نختار تلميذا عشوائيا من المطعم ما احتمال أنه لم يأخذ تحليه ؟
ب) إذا علمت أن تلميذا أخذ تحليه ، ما احتمال أنه اختار البيض ؟

التمرين الثاني: (04 نقط)

$$\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})i \end{cases} \text{ حيث } z_1 \text{ و } z_2$$

(2) في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات

$$z_A = 1 - i \text{ و } z_B = 2 + \sqrt{3} + i$$

أ) أكتب z_A على الشكل الأسّي ثم بين ان: $z_B = z_A (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم إستنتج الشكل الأسّي لـ z_B .

3) أ) جد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$

ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها [BD] مقدرة بوحدة المساحة .

ج) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg[(z - z_B)^2] = \arg(z_B) - \arg(z_D)$

4) لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1 + i$.

- عين طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي ACBD .

5) ليكن التحويل التقطي S المعروف كما يلي: $S = r \circ h$ مع h تحاكي مركزه O ونسبته -2

أ) عين طبيعة التحويل S مع تعيين خصائصه المميزة

ب) نعرف من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \geq 2$ ، التحويل التقطي H_n كما يلي: $H_n = \underbrace{S \circ S \circ \dots \circ S}_n$ مرة

- عين قيم n حتى يكون H_n تحاكي يطلب تعيين خصائصه.

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة $A(0; 2; 1)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(1; -1; 1)$.

- ونعتبر المستقيم (D') المعرف بالعلاقة الشعاعية: $\vec{BM} = t\vec{v}$ حيث $\vec{v}(2;1;-1)$ و $B(-1;0;1)$
1. نقطة من المستقيم (D) ، بين أن إحداثياتها هي $M(k;2-k;1+k)$ حيث k عدد حقيقي .
2. بين أن (D) و (D') ليسا من نفس المستوى.
3. • عين معادلة المستوي (P) الذي يمر بالنقطة M ويعامد المستقيم (D') .
- بين أن النقطة $H\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع المستقيم (D') والمستوي (P) .
4. بين أنه توجد نقطة وحيدة H من (D) بحيث $\overline{HH'}$ يعامد (D) ، يطلب تعيين إحداثياتها.
5. احسب المسافة بين المستقيمين (D) و (D') .

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = e^{3x} + e^{2x} - 5e^x - 1$

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حدا واحدا α من المجال $]0,6;0,7]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{e^x - 3}{1 + e^{-x}}$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ) بين : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1)(e^x + 3)}{(1 + e^x)^2}$

ب) عين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ) عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيها 0 ، ثم عين تقريبا تألفيا للعدد $f(1)$.

4. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - e^x + 4)$. ماذا تستنتج؟

ب) نسمي (C) منحنى الدالة $x \mapsto e^x - 4$. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمنحنى (C) .

ج) كيف ننشئ المنحنى (C) انطلاقا من منحنى الدالة $x \mapsto e^x$ ؟ ثم ارسم (C) ، (T) و (C_f) .

5. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = e^x - 4 + \frac{4e^{-x}}{1 + e^{-x}}$.

ب) بين أن المساحة تحت (C_f) والمحدودة بالمستقيمين: $x = 0$ و $x = \ln 3$ تساوي $A = 2(-1 + \ln 4)u.a$

III- نعتبر (E) المعادلة التالية: $e^{2x} - (x + m + 3)e^x = x + m$ حيث m وسيط حقيقي .

1. احسب $f'(\alpha)$. ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا يوازي المستقيم ذي معادلة $y = x$.

2. نقبل أن معادلة المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة α هي $y = x - 1.4$.

• ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة (E) .

الاختبار الخامس

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

- I (ليكن $P(z) = z^3 + z^2 - 4z + 6$ حيث z مركب z :
 (1) بين أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$.
 (2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .
 (3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$.
 II نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(\vec{u}, \vec{v})$ القطر A ، B و C التي لاحقاً
 : $z_A = -1$ ، $z_B = 1+i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .
 (1) التحويل النقطي S ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث $z' = (1+i)z + i$:
 أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميزة .
 ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟
 (2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقاً العدد المركب z_n .
 نضع : $M_0 = O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.
 أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n = (1+i)^n - 1$.
 ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون القطر O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثاني: (05 نقط)

- I الدالة العددية المعرفة على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$ ب: $f(x) = \sqrt{2x+3}$ و (C) تمثيلها البياني
 (1) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 (2) عيّن احداثي نقطة تقاطع (C) والمستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له، ثم ارسم (C) و (Δ) .
 II نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3} \end{cases}$$

 1 أ) مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم .
 ب) ما تخمينك حول اتجاه و تقارب المتتالية (u_n) ؟
 ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $2 \leq u_n < 3$

(د) برهن أن (u_n) متتالية متزايدة. ثم استنتج أنها متقاربة، ثم جد نهاية المتتالية (u_n) .

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 3 - u_n$

(أ) بين أن $v_{n+1} = \frac{2v_n}{3 + \sqrt{9 - 2v_n}}$. ثم استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 \leq v_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n \times \frac{5}{2}$.

(ج) استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n) بطريقة أخرى.

التمرين الثالث: (10 نقط)

I- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = x(1 - 2\ln x) + 2(x - \sqrt{e})$.

1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(0) = 0$ و من أجل كل $x > 0$ ، $f(x) = 2x(1 - 2\ln x)$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. (أ) بين أن f مستمرة عند 0 عن اليمين.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f) ؟

(ج) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. (أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ وأن $f'(x) = -2(1 + 2\ln x)$.

(ب) ادرس على المجال $]0; +\infty[$ إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. (أ) عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 وتختلف عن 0.

(ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

4. ارسم كل من (Δ) و (C_f) .

5. (أ) جد احسب مشتق الدالة $x \mapsto x^2(1 - \ln x)$ ثم استنتج الدوال الأصلية للدالة f على $]0; +\infty[$.

(ب) λ عدد حقيقي حيث $0 < \lambda < \sqrt{e}$. عين القيمة المتوسطة μ_λ للدالة على المجال $[\lambda; \sqrt{e}]$.

(ج) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \mu_\lambda$.

6. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = f(e^{-x})$ و (C_g) تمثيلها البياني.

دون حساب عبارة $g(x)$ أجب عن الأسئلة التالية:

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ماذا تستنتج؟

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) عين نقطة تقاطع (C_g) وحامل محور الفواصل.

(د) ارسم المنحنى (C_g) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(\bar{z} + \sqrt{3} + i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$.
2. نعتبر النقط A, B, C التي لواحتها على الترتيب $z_A = \sqrt{3} - i, z_B = \sqrt{3} + i, z_C = \bar{z}_B - 2z_A$.
 أ) اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي.
 ب) احسب الأطوال OA, OB, AB . استنتج طبيعة المثلث OAB .
3. عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

4. أ) جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(O; -1), (D; 1), (B; 1)\}$ ، ثم بين أن : $\frac{z_G}{2\sqrt{3}} = \left(\frac{z_G}{2\sqrt{3}}\right)^{1945}$.
- ب) علم النقط A, B, C, D, G ثم بين أن النقط C, D, G في استقامية.
- ج) عين طبيعة كل من الرباعي $OBGD$ والمثلث AGC .

التمرين الثاني : (04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة مجدها الأول $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

1. أ) أدرس تغيرات الدالة f والمعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x+1}$.
- ب) ارسم في معلم متعامد ومتجانس التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.
- ج) مثل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 على المحور $(O; \vec{i})$.
- ب) ما هو تخمينك حول نهاية المتتالية (u_n) ؟
2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n < 3$.
- ب) عين اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.
3. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2(3 - u_{n+1}) \leq \frac{3}{2}(3 - u_n)$.
- ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{3 - u_n}{2} \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
- ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو 3.

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1. بين أن مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء حيث: $(x + 2y - z + 2)^2 + (3x + y + 2z - 1)^2 = 0$ هي مستقيم (D) يطلب تعيين شعاع توجيه له.

2. أ) بين أن مجموعة التقاط $M(x, y, z)$ من الفضاء حيث: $(x + 2y - z + 2)^2 + (3x + y + 2z - 1)^2 = 0$ هي اتحاد مستويين (P) و (Q) يطلب إعطاء معادلتين ديكارتيتين لهما.

ب) تحقق من أن $(P) \cap (Q) = (D)$

3. نرفق بكل عدد حقيقي m المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة الديكارتية:

$$(1 + 3m)x + (2 + m)y + (2m - 1)z + 2 - m = 0$$

أ) بين أن (P_m) يحوي (D) .

ب) هل أن كل مستوي يحوي (D) هو المستوي (P_m) ؟ برر.

التمرين الرابع : (07 نقطة)

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $1 - \frac{1}{e^x + 1} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ ، ثم بين أن f دالة فردية.

2- احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ، ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$

4. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right]$ ثم فسر النتيجة بانياء.

5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y = -\frac{1}{2}x + 1$ والمنحني (C_f) .

6. أ) بين أن الدالة $x \mapsto \ln(e^{-x} + 1)$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto -\frac{1}{e^x + 1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) جد مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلتها على الترتيب: $y=0$ ، $x=-1$ ، $x=0$.

Π - المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1}$.

1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$ ، بين أن $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

3. أ) بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $2^n \cdot u_n \leq 1$.

ب) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

الاختبار السادس

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

- الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ جد الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة
1. A و B نقطتين متميزتين من الفضاء. مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ هي:
 - أ) المجموعة الخالية. (ب) سطح كرة. (ج) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$.
 2. A و B نقطتين متميزتين من الفضاء. مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot \vec{AB} = 0$ هي:
 - أ) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$.
 - ب) المستوي العمودي على (AB) وليس محوري لقطعة المستقيم $[AB]$. (ج) سطح كرة.
 3. نعتبر النقطتين $E(0;1;-2)$ و $F(2;1;0)$. إحداثيات المرجح G للجملة $\{(E;1), (F;3)\}$ هي:
 - أ) $(6;4;-2)$ ، (ب) $(1.5;1;-0.5)$ ، (ج) $(0.5;1;1.5)$
 4. المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(-4;3;2)$ والمستوي الذي معادلته $x - 2y + 5z - 1 = 0$:
 - أ) متعامدان ؛ (ب) متوازيان ؛ (ج) غير متوازيين وغير متعامدين.
 5. نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة $5x - y - 3z - 3 = 0$ والنقط $A(-3;2;5)$ ، $B(1;-1;1)$ و $C(2;1;2)$. المستوي (P) والمستوي (ABC) :
 - أ) متوازيان ؛ (ب) متعامدان ؛ (ج) متقاطعان وغير متعامدين.

التمرين الثاني: (04 نقط)

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 2u_n + 3n - 5$.
1. أ) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 . ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 3$ ، $u_n \geq 1$.
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$ ، $u_n \geq 3n - 6$. هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ علل
 2. نعرف المتتالية (v_n) ب: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 3n - 2$.
أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 2.
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2^n + 3n + 2$.
 3. نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة ب: $w_0 = 2$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ ، $(n+1)w_{n+1} = (n+2)w_n + 1$.
أ) احسب w_1 ، w_2 و w_3 . ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟
ب) برهن على صحة تخمينك. ثم عبر w_n عن بدلالة n .
ج) احسب بدلالة n . المجموع S_n المعرف من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ب: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقتها على الترتيب:

$$z_D = -2\sqrt{3} + i(-2 + \sqrt{3}) \text{ و } z_C = 2\sqrt{3} + i(-2 - \sqrt{3}), z_B = 3 + 4i, z_A = 1$$

- (أ) بين ان صورة النقط B بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ هي النقط D
(ب) استنتج أن النقطتين B و D تنتميان الى نفس الدائرة (Γ) يطلب تعيين عناصرها المميزة
(2) لكن النقط F صورة النقط A بالتحاكي h الذي مركزه النقط B ونسبته $\frac{3}{2}$

(أ) بين ان لاحقة النقط F هي $z_F = -2i$.

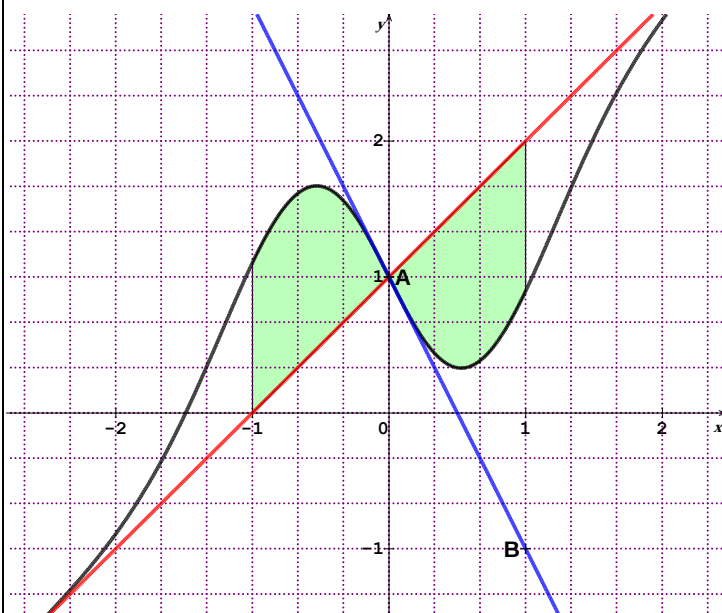
(ب) بين ان F هي منتصف القطعة $[CD]$.

(ج) بين ان $\frac{z_C - z_F}{z_A - z_F} = -i\sqrt{3}$ ثم اكتبه على الشكل الأسّي.

(د) استنتج أن المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة $[CD]$ أنشئ النقط A, B, C, D و F

التمرين الرابع: (07 نقط)

في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x + 1 + axe^{-x^2}$ حيث $a \in \mathbb{R}$



(I - 1) بين أن المنحنى (C) يشمل النقط A .

(2) عين معامل توجيه المستقيم (AB) .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = 1 - a(2x^2 - 1)e^{-x^2}$$

(4) عين a بحيث يكون (AB) مماساً لـ (C) في A

II - في كل ما سيأتي نفرض أن $a = -3$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين أن $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = -1$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(3) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: فإن

$$f(-x) + f(x) = 2$$

(4) تحقق حسابياً أن A نقطة إنعطاف لـ (C)

(5) بين ان f متناقصة على المجال $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ ومتزايدة على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right]$ ثم شكل جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$.

(6) بين أن المعادلة $3xe^{-x^2} = x + 1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $-2 < \alpha < -1$ ثم جد حصر α لـ α سعة 0,25

(7) جد مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) والمستقيم $y = x + 1$ و $x = -1$ و $x = 1$ (الجزء المظلل)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط)

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث 5 كريات حمراء تحمل الأرقام: 0، 1، -1، 2 و -2 و 3 كريات خضراء تحمل الأرقام 0، 1، -1 والبقية كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 و 3 نسحب عشوائيا كرتين من هذا الصندوق على التوالي دون إرجاع .

- 1- احسب احتمالات الحوادث التالية : A : " الكرتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم " B : الكرتين المسحوبتين تحملان من لونين مختلفين " C : " مجموع الأرقام المسحوبة معدوم "
- 2- ما احتمال الحصول على كرتين مجموعهما رقميهما معدوم علما ان جداءهما رقميهما سالب .
- 2- X هو المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس بعدد الالوان المحصل عليها أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X
- ب- أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي .

التمرين الثاني : (05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. لتكن النقط K ، L و M التي لواحقها على الترتيب $z_K = 1+i$ ، $z_L = 1-i$ و $z_M = -i\sqrt{3}$. ارسم هذه النقط في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ الوحدة 4cm.
3. أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2 + i(\sqrt{3} - 2)$.
- ب) نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث $r(M) = A$ و $r(N) = C$ عين اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A و C على الترتيب.
- ج) نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه $2i$ حيث $t(M) = D$ و $t(N) = B$ عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.
4. أ) بين أن النقطة K منتصف قطعة المستقيم $[DB]$ هي منتصف قطعة المستقيم $[AC]$.
- ب) بين أن $\frac{z_C - z_K}{z_B - z_K} = i$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

- (u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول u_0 وبالعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = \frac{7u_n + 2}{u_n + 8}$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$
- 1- عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.
 - 2- نفرض أن : $u_0 = 0$. أ- احسب u_1 ، u_2 .
 - ب- برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ فإن : $0 \leq u_n \leq 1$ ، ثم أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3- لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل $n \in \mathbb{N}$ $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 1}$.

- أ- أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 ب- عبّر عن u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) لما يؤول n إلى $+\infty$.
 ج- أحسب كلا من S_n و π_n حيث: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $\pi_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$.
- التمرين الرابع: (07 نقط)**

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)}$. وليكن (C_f) المنحنى البياني

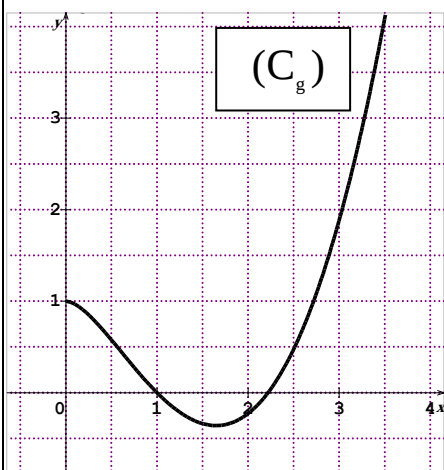
الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الوحدة 2cm .

1- I) بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f =]0; e[\cup]e; +\infty[$.

2- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانياً.

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

ج) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانياً. (لاحظ: $x(1 - \ln x) = x - x \ln x$)



3- أ) بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1 - \ln x)^2}$.

ب) بيّن أن الدالة f متناقصة على المجال $]0; 1]$ ومتزايدة

على كلا من المجالين $]1; e[$ و $]e; +\infty[$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي:

$g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1- أ) حدد بيانياً عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

ب- نعطي جدول القيم التالية: بيّن أن المعادلة

$g(x) = 0$ تقبل حلاً α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

2- أ) تحقق من أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - \ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما 1 و α

ج) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقاً من المنحنى (C_g) على المجال $[1; \alpha]$

بيّن $f(x) - x \leq 0$ من أجل كل x من $[1; \alpha]$.

3) إنشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

4) جد مساحة الحيز المستوي والمحدد بـ (C_f) والمستقيمتين التي معادلتهما: $y = 0$ و $x = 3$ و $x = 5$

الاختبار السابع

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

$$(1) \text{ نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة بـ: } u_0 = \frac{1}{12} \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{6}.$$

$$أ, \quad u_n = -\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n + \frac{2}{3}, \quad \text{ب) المتتالية } (u_n) \text{ متناقصة تماما على } \mathbb{N}, \quad \text{ج) } (u_n) \text{ متباعدة}$$

(2) في المستوي المركب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

$$أ- التحويل T الذي كتابته المركبة $z' = -\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O.$$

$$\text{ب- مجموعة النقط } M(z) \text{ حيث } \arg(z-i) = -\frac{\pi}{4} \text{ هي المستقيم } (\Delta) \text{ الذي معادلته } y = -x + 1$$

$$(3) \text{ الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس } (O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}).$$

$$أ- المستوي (P) الذي معادلته: $x + y - z + 1 = 0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2; 1; -1)$$$

$$\text{و } \vec{u}(1; -1; 1) \text{ شعاع توجيه له لا يشتركان في أية نقطة.}$$

$$\text{ب- معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: } x - y + z = 0.$$

التمرين الثاني: (05 نقط)

$$1- \text{ حل في } \mathbb{C} \text{ المعادلة التالية ذات المجهول } z : (z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0 \dots (E)$$

$$2- \text{ ليكن } z_1, z_2 \text{ و } z_3 \text{ حلول المعادلة (E) حيث: } z_1 \in \mathbb{R}, \text{ Im}(z_2) > 0, \text{ و } z_2 \text{ الحل الآخر.}$$

$$أ- اكتب كلا من z_2 و z_3 على الشكل المثلي، ثم بين العدد $z_2^{2020} + z_3^{2020}$ حقيقي$$

$$\text{ب- عيّن قيم العدد الطبيعي } n \text{ تحقق: } \arg(z_2^n + z_3^n) = (2k+1)\pi$$

$$3- \text{ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس } (O; \vec{u}; \vec{v}) \text{ نعتبر النقط } A, B, \text{ و } C \text{ ذات الواحق:}$$

$$z_C = 1 - \sqrt{3}i \quad \text{و} \quad z_B = 1 + \sqrt{3}i, \quad z_A = 1 - \sqrt{3}$$

$$أ- احسب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_A - z_B}$, ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.$$

$$\text{ب- عيّن إحداثيي النقطة G مرجح الجملة المثلة } \{(A, 2); (B, 1); (C, -1)\}.$$

$$\text{ج- عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: } 2MA^2 + MB^2 - MC^2 = -3$$

التمرين الثالث: (04 نقط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1, u_1 = 1$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+2} = \frac{2}{3}u_{n+1} - \frac{1}{9}u_n$.

1. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n}{2n+1}$.

أ) احسب u_2 و u_3 . ثم احسب v_0, v_1, v_2 .

ب) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

ج) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = (2n+1)e^{-n \ln 3}$.

2. أ) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) . استنتج أنها متقاربة ثم احسب نهايتها.

3. احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + (x+3)e^{-\frac{x}{2}}$. وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني

1) أجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 1 = 0$ ثم فسر هذه النتيجة هندسيا

ب) أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$.

2) بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = -\frac{1}{2}(x+1)e^{-\frac{x}{2}}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب إحداثياتها.

ب) تحقق أن معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها هي $y = 1 - (x-5)e^{-\frac{1}{2}}$.

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حداً واحداً α حيث: $-3,19 < \alpha < -3,21$ فسر هندسيا النتيجة

5) أرسم كلاً من (T) ، (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $[-4; +\infty[$.

6) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$.

7) أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة، بين أن: $\int_{\alpha}^0 (x+3)e^{-\frac{x}{2}} dx = (2\alpha+10)e^{-\frac{\alpha}{2}} - 10$.

ب) استنتج، بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، المستقيم (Δ)

والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 0$ و $x = \alpha$.

ج) بين أن: $A(\alpha) = -4 \left(\frac{3\alpha+10}{\alpha+3} \right) u.a$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$
 2. B, A نقطتان من المستوي لاحتقائهما $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$ و $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسّي. ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب- النقطة C ذات اللاحقة $z_C = -\sqrt{3} + i$ و D صورتها بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

عين z_D لاحقة النقطة D .

3. لتكن G مرجح الجملة $\{(O; -1), (D; 1), (B; 1)\}$

أ- تحقق أن G موجودة و احسب لاحقتها z_G

ب- أنشئ القط A, B, C, D و G .

ج- عين المجموعة للقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MB} + \vec{MD} - \vec{MO}\| = \|\vec{MB} - \vec{MG}\|$

د) أحسب العدد المركب $\frac{z_G - z_C}{z_D - z_C}$ ثم استنتج أن القط C, D و G في إستقامية.

و أن صورة النقطة D بتحويل نقطي H يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

د) عين مجموعة القط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z_G - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

هـ) عين النقطة F حتى يكون الرباعي $ACGF$ معين و احسب مساحته

التمرين الثاني : (04 نقط)

يحتوي كيس كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام $(1, 1, 1, 2)$ و n كرة خضراء تحمل الأرقام (2) حيث $n > 1$. نسحب عشوائيا كراتين على التوالي و بدون ارجاع .

1) ما احتمال سحب كرتين بيضاوين ؟

2) ما احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين ؟

3) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة بمجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة

أ/ أعط القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب/ بين أن الامل الرياضي يحقق $E(X) = \frac{4n^2 + 22n + 30}{(n+3)(n+4)}$

ج) عين قيمة n بحيث $E(X) = \frac{1347}{337}$

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0; -1; 1)$ ، $B(1; 1; 4)$ و $C(1; -1; 2)$.

1. أ) احسب الجداء السلمي $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$ ثم استنتج قياسا للزاوية ACB .
- ب) بين أن مساحة المثلث ABC تساوي $\sqrt{3}u.a$.
2. أ) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون $\vec{n}(1; a; b)$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) .
- ب) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. أ) عين تمثيلًا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة A ويعامد (ABC) .
- ب) احسب مركبات الشعاع $\overline{\Omega A}$ حيث $\Omega(-1; -2; 2)$. ماذا تستنتج؟
- ج) احسب حجم رباعي الوجوه ΩABC .
4. عين العناصر المميزة للمجموعة $(ABC) \cap (S)$ حيث (S) سطح كرة مركزه Ω نصف قطره 2.

التمرين الرابع: (07 نقط)

$I - g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + 1 - 2 \ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g .

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x + \frac{1}{x}(1 + 2 \ln x)$

نسمي (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

ب) بين أن f' مشتقة الدالة f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.5 < \alpha < 0.6$.

3. أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(x; 2)$ مع $x \geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2 g'(x) - 2xg(x) = 0$ ثم بين أن $B(e; e + \frac{3}{e})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

هـ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

4. أ) احسب مشتقة الدالة $(\ln x)^2$ ثم استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب) عين مساحة الحيز تحت المنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلتهما: $x = \alpha$ ، $x = 1$ و $y = 0$.

الاختبار الثامن

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

I- نرمي زهر نرد A متوازن له وجها لونه أخضر V، ووجهين لونهما أسود N، وثلاثة أوجه لونها أحمر R مرتين ونسجل لون الوجه في كل مرة.
1- ماهو احتمال الحصول على وجهين أسودين

2- بيّن أن احتمال الحصول على وجهين من نفس اللون هو $\frac{7}{18}$

II- نرمي زهر نرد B متوازن له أربعة أوجه لونها أخضر V، ووجهين لونهما أسود N.
أ) إذا تحصلنا على وجه أخضر نرمي مرة أخرى زهر النرد B ونسجل لون الوجه المتحصل عليه
ب) إذا تحصلنا على وجه أسود نرمي زهر نرد A ونسجل لون الوجه المتحصل عليه
1- شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تترجم هذه الوضعية .

2- بيّن ان احتمال الحصول على وجهين أخضرين هو $\frac{4}{9}$

3- ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية

4- نعتبر X المتغير العشوائي المعرف كما يلي: أ) خسارة 5 نقط عند ظهور الوجه الأسود .
ب) ربح نقطة عند ظهور الوجه الأحمر ، ج) ربح α نقطة عند ظهور الوجه الأخضر .
عين قيمة العدد α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الثاني: (04 نقط)

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب: $u_0 = 0, u_1 = 1$ ومن أجل كل عدد $n \in \mathbb{N}$ ، $3u_{n+2} = 5u_{n+1} - 2u_n$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

أ) احسب u_2 و u_3 . ثم احسب الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (v_n) .

ب) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

ج) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3. اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 3$. ثم ستنتج أن (u_n) متقاربة.

4. أ) احسب بدلالة n المجموع S_n التالي: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3^{n-1}(3 - u_n) = 2^n$. ثم جد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث: (04 نقط)

1) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C, D و F

حيث: $z_F = \overline{z_D}$ و $z_D = -2 + 2\sqrt{3}i$, $z_C = -2$, $z_B = \overline{z_A}$, $2z_A = -1 + \sqrt{3}i$

أ) أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثم علم النقط A, B, C, D و F (ب) ما نوع المثلث ABC ؟

2) $\Re$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z' + 2 = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + 2)$

أ) عين مركز و زاوية الدوران $\Re$. ثم بين أن $z_E = 1 + \sqrt{3}i$ حيث $\Re(D) = E$

ج) أكتب العدد $\frac{z_F - z_E}{z_D - z_E}$ على الشكل الجبري، ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

3) لكل عدد مركب z يختلف عن E ، نرفق العدد المركب z' حيث: $z' = \frac{z - z_C}{z - z_E}$ و لتكن

(Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون z' عددا تخيليا صرفا - عين و أنشئ (Γ_1) .

4) أ) لتكن G مرجع الجملة $\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (C, |z_C|)\}$ ، حدد z_G لاحقة النقطة G .

(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$

ب) تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2) ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ_2) .

التمرين الرابع: (07 نقط)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln|x-1|$

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ-1) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) جد $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2-أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها، ثم بين أن: $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) تحقق أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حدا وحيدا $\alpha \in]4; 5[$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيتها.

ج) أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (-2) و أكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$ ، $f(10)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') و (C_f)

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1) = 2x^2 - x - (x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة g والمعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = e^{-x} \ln(e^x - 1)$

أ) بين أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن: $g'(x) = e^{-x} f(e^x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير g .

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ ثم ارسم جدول تغيرات الدالة g .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;2;3)$ ، $B(2;1;3)$ و $C(2;-2;0)$

(1) بين ان النقط A ، B و C تحدد مستويا.

(2) بين ان $x + y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

(3) لتكن $D(2;0;2)$ و $E(-4;6;2)$ نقطتين من الفضاء. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

(4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث: $x(x-2) - y(2-y) + z(z-8) + 14 = 0$

(أ) بين ان (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R

(ب) بين ان المستقيم (DE) هو مماس لسطح الكرة (S) في نقطة H يطلب تعيين احداثياتها.

(ج) بين ان المستوي (ABC) يقطع (S) وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها و مركزها.

التمرين الثاني: (04 نقط)

I- حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(z+2)(z^2+2-2\sqrt{3}i)=0$

II- في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي

لواحقها: $z_A = -2$ ، $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = -z_B$.

1. بين أن $|z_A - z_B|^2 + |z_A - z_C|^2 = |z_B - z_C|^2$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2. أثبت ان النقط A ، B و C تنتمي الى نفس الدائرة، يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

3. أ- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتناظر المركزي الذي مركزه O

ب- ما طبيعة الرباعي $ABDC$

4. بين ان C صورة B بتحويل نقطي مركزه A يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة

5. نرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي $(z \neq -2)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \frac{iz - \sqrt{3} + i}{z + 2}$

(أ) اثبت أن $\arg(z') = \frac{\pi}{2} + (\overline{AM}; \overline{BM})$

(ب) عين مجموعة النقط M بحيث يكون z' تخيلي صرف.

التمرين الثالث: (04 نقط)

$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0 = 1$ و $\ln U_1 + \ln U_2 = -3\pi$

أ) عين أساس هذه المتتالية، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) أحسب P_{n+1} بدلالة n حيث: $P_{n+1} = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. ثم جد $\lim_{n \rightarrow +\infty} (P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n = \ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ب) أحسب S_{n+1} بدلالة n حيث: $S_{n+1} = V_0 + V_1 + \dots + V_n$. ثم بين أن $\sin(S_{n+1}) = 0$

3- أ) أحسب π_{n+1} بدلالة n حيث $\pi_{n+1} = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$

ب) عين الحد U_p بحيث يكون: $\pi_{p+1} = e^{-6\pi}$

التمرين الرابع: (07 نقط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) عين إشارة $g(x)$ على $]-1; +\infty[$.

(II) f دالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ حيث: $f(0) = 1$ و $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ من اجل $x \in]-1; 0[\cup]0; +\infty[$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير f على $]-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها (نقبل ان f قابلة للإشتقاق عند 0)

ج) أكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ. تعطى: $f'(0) = -\frac{1}{2}$

2) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $h(x) = f(x) + \frac{1}{2}x - 1$

أ) بين ان إشارة $h'(x)$ على $]-1; +\infty[$ من نفس إشارة $k(x)$ حيث: $k(x) = x^2(f'(x) + \frac{1}{2})$

ب) بين انه من اجل كل $x \in]-1; +\infty[$ $k'(x) = \frac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$ ثم عين اتجاه تغير الدالة k

ج) استنتج إشارة $h'(x)$ ثم إشارة $h(x)$ ثم عين الوضع النسبي بين (C_f) و (T) .

4) أرسم (C_f) و (T) .

5) نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x مع $x > -1$: $f(x) = (\ln m)(x-2)$

- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة (E).

الاختبار التاسع

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

1) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2 - (\sqrt{5} + 2i)z + 1 + 4i\sqrt{5} = 0 \dots (E)$

أ) احسب $(\sqrt{5} + 2i)^2$ ، ثم بيّن أن مميز المعادلة (E) هو : $\Delta = -3(\sqrt{5} + 2i)^2$

ب) استنتج أن حلّي المعادلة (E) هما : $a = (\sqrt{5} + 2i)(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ و $b = (\sqrt{5} + 2i)(\frac{1-i\sqrt{3}}{2})$

2) في الشكل المقابل $(O; \vec{u}; \vec{v})$ معلم متعامد والمتجانس في المستوي.

(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها 3.

بيّن أن النقطة Q ذات اللاحقة $\sqrt{5} + 2i$ تنتمي إلى (C) ثم أنشئ النقطة Q (اشرح طريقة الانشاء)

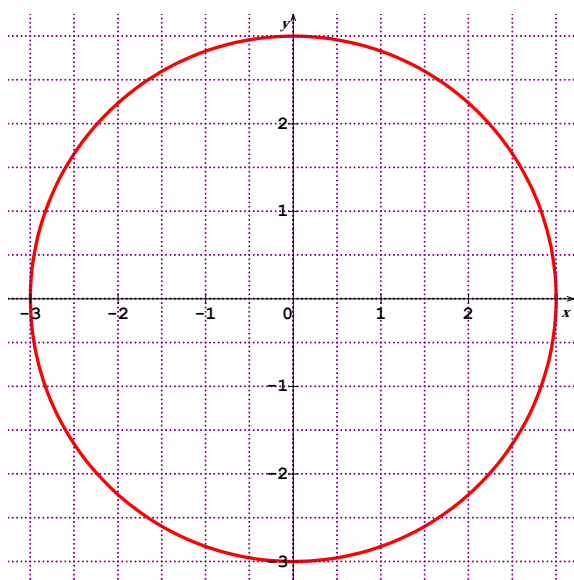
3) A و B نقطتان لاحقتاهما a و b على الترتيب

أ) بيّن أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة (C)

ب) تحقق أن : $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OQ}$

استنتج أن الرباعي OAQB معين.

ج) إنشئ النقطتين A و B في المعلم السابق.



التمرين الثاني: (05 نقط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة ب : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، -1 وخمس كرات سوداء مرقمة ب : 1 ، 1 ، 0 ، 0 ، -1 لانيّز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق I- نعتبر الأحداث التالية :

A: "الكرات الثلاث لها نفس اللون" ، B: "مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0"

C: "الحصول على اللونين الأبيض والأسود"

1- بين أن : $P(A) = \frac{31}{120}$ ، $P(B) = \frac{31}{120}$ و $P(A \cap B) = \frac{31}{120}$ واستنتج $P(\overline{A \cup B})$

2- ما احتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون علما أن مجموع أرقامها معدوم

II- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء أرقام الكرات الثلاث المسحوبة

1- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي

2- احسب $P(X^2 - 1 = 0)$

التمرين الثالث: (04 نقط)

دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$ ، نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $[0; +\infty[$ والمستقيم الذي (D) معادلته $y = x$.
أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 دون حسابها مبرز خطوط الرسم
ب) ما تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟

ج) برهن أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$

2) (v_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \frac{6-3u_n}{u_n+2}$

أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ ، عين نهايتها.

ب) عبر عن u_n بدلالة v_n ، ثم استنتج نهاية (u_n)

التمرين الرابع: (07 نقط)

f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني I. عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c علما أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1

وان (C_f) يشمل النقطة $A(2; -e^2)$ ويقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل

II. نعتبر فيما يلي ان: $f(x) = (2x^2 - 7x + 5)e^x$ المعرفة على $\mathbb{R}$

1) أ- اثبت ان $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ماذا تستنتج ؟

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات f وشكل جدول تغيراتها

ج- اكتب معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) انشئ (C_f) والمماس (d)

3) بين انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 4e^x + 2f'(x) - f''(x)$ استنتج دالة اصلية لـ f على $\mathbb{R}$

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ، $(2\bar{z} - 1 + 9i)(z^2 - 8z + 32) = 0$

2) نعتبر النقاط A, B, C, Ω ذات اللواحق $z_A = 4 + 4i, z_B = \bar{z}_A, z_C = \frac{1}{2} + \frac{9}{2}i, z_\Omega = i$

عين و مثل المجموعة (Γ) للنقاط $M(z)$ من المستوي حيث، $\arg(\bar{z} - 4 + 4i)^2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad / \quad k \in \mathbb{Z}$

3) S التحويل التقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \frac{1}{2}(1+i)z + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

أ) بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة ثم تحقق ان $S(A) = C$

ب) عين و مثل المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S

4) نسمي z_n لاحقة A_n ونعتبر النقط $A_0, A_1, \dots, A_n$ حيث $A = A_0$ ولكل $n \in \mathbb{N}$ $A_{n+1} = S(A_n)$

أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n ، $z_n - i = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{n\pi}{4}} (z_0 - i)$

ب) برهن أن المثلث $\Omega A_n A_{n+1}$ قائم في A_{n+1} و متساوي الساقين ثم استنتج طريقة لإنشاء A_2

التمرين الثاني : (04نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ،

نعتبر النقط $A(2;1;3), B(3;2;5), C(-1;7;6)$ و $E(0;4;4)$.

1. أ) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.

ب) بين أنه يوجد عددين حقيقيين α و β بحيث : $\overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$. ماذا تستنتج؟

ج) استنتج أن E مرجح للنقط A, B, C مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

2. أ) احسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج $\cos(BAC)$ استنتج أن مساحة المثلث ABC تساوي $\frac{9\sqrt{3}}{2} ua$.

3. أ) بين أن النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة $D(-1;3;5)$ على المستوي (ABC) .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

4. أ) بين أن E' منتصف قطعة المستقيم $[AC]$ هي المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (AC)

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (DEE') هي : $x - 2y - z + 12 = 0$.

التمرين الثالث : (05 نقط)

1) حلّ ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$.

2) يُنسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C التي

لواحقتها على الترتيب $z_C = -\sqrt{3} + 3i$ ، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ ، $z_A = 3 + i\sqrt{3}$

1- اكتب كلاً من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

2- احسب $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1441} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2020}$ (تعطى النتيجة النهائية على الشكل الجبري).

3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل. بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان

4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E(3 - \sqrt{3}, 0)$ ويحول النقطة A إلى النقطة C

5) بين أن النقط A، E، O، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع: (07 نقط)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

I: دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = 2x \ln x - x - 1$

و (C) تمثيلها البياني في الشكل المقابل

- (C) يقبل مماساً موازياً لمحور الفواصل عند النقطة التي

فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1

1) بقراءة بيانية:

أ) حدد $g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ) ، ب) شكل جدول تغيرات g.

2) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2 < \alpha < 2,1$ و $g(\alpha) = 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II: الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x^2(\ln x - 1) - x$; $x > 0$
 $f(0) = 0$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

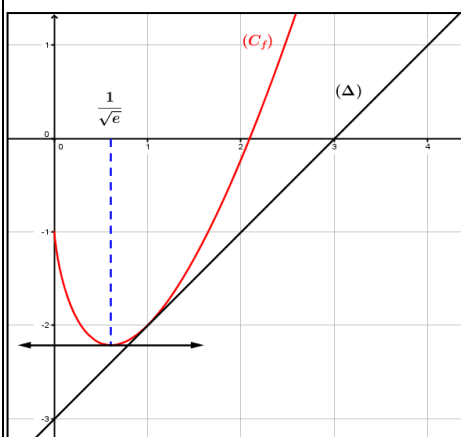
1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = -1$ ، استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف

المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين.

2- أ) بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$ ب) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

3) بين أن $2f(\alpha) = -(\alpha^2 + \alpha)$ ، ثم استنتج حصر $f(\alpha)$

4) أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ') للمستقيم (Δ') الذي معادلته $y = -x$ و (C_f).
 ب) أنشئ (Δ') و (C_f). نأخذ: $f(3,55) \approx 0$



الاختبار العاشر

المادة: رياضيات

الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. T التحويل التقطي الذي يحول $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث $z' = 2iz + 4 + 2i$.أ) T هو تشابه مباشر نسبته $k = 2$ وزاويته $\theta = \frac{\pi}{2}$ ومركزه $A(0; 2)$ ؛ ب) المثلث AMM' قائم في M

2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من كيس يحوي 4 كريات سوداء ، وكريتين حمراوين و 3 كريات بيضاء. كل الكريات لا نفرق بينها عند للمس.

احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون هو: أ) $\frac{11}{81}$ ب) $\frac{2}{7}$ ج) $\frac{5}{84}$ د) $\frac{4}{63}$ 3. (u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 7$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5}$.أ) $u_n = 2 \left[\left(\frac{2}{5} \right)^{n-1} + 1 \right]$ ب) (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التمرين الثاني: (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ؛ نعتبر النقط: $A(-2; -1; 3)$ ، $B(1; 3; 5)$ ،
$$C(2; -0,5; -4) \text{ و } D(2; -2; -3) \text{ والمستقيم } (\Delta) \text{ المعروف بتمثيله الوسيطى: } \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = 3-6t \end{cases} \text{ و } t \in \mathbb{R}$$
1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) . ثم بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوى.2) (P) مستوى يوازي (Δ) ويشمل (AB) .أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(2; -2; 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية لهب- بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M.3- أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P) .

ب) بين أن المثلث ABC قائم في A، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

التمرين الثالث: (04 نقط)

- (1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln U_1 + \ln U_5 = -12$ و $\ln U_2 - \ln U_4 = 4$
 أ) عين أساسها وحدها الأول U_0 ، ثم أكتب U_n بدلالة n
 ب) نضع $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
 أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما n تؤول إلى $+\infty$
 (2) (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln U_n + \ln U_{n-1}$
 أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.
 ب) نضع $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
 عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $T_n^2 = 2^{2020}$

التمرين الرابع: (07.5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $2cm$.

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ واليكن (C_g)

- 1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) + g(-x) = 2$ ، ماهو تفسير ذلك هندسيا.
- 3) احسب $g(-\ln 3)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- 4) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
- 5) بيّن أنه توجد قيمة وحيدة لـ α يكون من أجلها المستقيم ذو المعادلة $y = x + \alpha$ مماسا لـ (C_g)
- 6) أرسم المنحنى (C_g) .

7) عين العدد ين الحقيقيين a و b بحيث يكون : $g(x) = a + \frac{be^{-x}}{e^{-x} + 1}$

8) احسب مساحة الحيز المحدد بـ : (C_g) والمستقيمت التي معادلتهما $y = 0$ و $x = -3$ و $x = 0$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = -x + 4\ln(e^x + 1)$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب) بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = 0$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x) = 0$ ، استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، محددات وضعية كل منهما مع (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f) في معلم جديد.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية ذات المجهول x

$$4\ln(e^x + 1) = x + m$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;3]$ حيث $f(x) = \frac{-3}{x-4}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f واثبت انه إذا كان $x \in [1;3]$ فإن $f(x) \in [1;3]$

2- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ من اجل كل عدد طبيعي n

أ- برهن بالتراجع ان : $1 < u_n < 3$ من اجل كل عدد طبيعي n

ب- اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج ان (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

3- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 3}$

أ- اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد اساسها وحدها الأول

ب- اكتب v_n بدلالة n وأحسب المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ج- احسب العدد الطبيعي n الذي يحقق : $3 + 2S_n = \frac{1}{27}$

التمرين الثاني : (04نقط)

لدينا 3 أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كرييات حمراء و5 كرييات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كرييتين حمراوين وكريية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كرييتين حمراوين و3 كرييات سوداء (كل الكرييات متمثلة ولا نميز بينها في اللمس) .
نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كريية .

(1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزاً عليها احتمالات الحوادث

(2) إذا كانت الكريية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2 ؟.

(3) نضع جميع كرييات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كرييتين في آن واحد.

نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب α (عدد طبيعي معطى) . فإذا سحب كريتين حمراوين

يتحصل على 10 DA و إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يحصل على 5 DA ، وإذا سحب كريتين

سوداوين يربح ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

عرّف قانون المتغير العشوائي X ، ثم عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث : (05 نقط)

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z-1+i)[z^2 - 2(2+\sqrt{3})z + 8 + 4\sqrt{3}] = 0$

2. ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نعتبر النقط A ، B و C

التي لواحقتها على الترتيب $z_A = 1-i$ ، $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ و $z_C = 2 + \sqrt{3} - i$.

(أ) بين أن $z_B - 2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$. استنتج إنشاء النقطة B ثم ارسم النقاط A ، B و C .

(ب) عين اللاحقة z_B للنقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

(ج) اكتب $\frac{z_B}{z_{B'}}$ على الشكل الجبري ثم على شكل الأسّي ، استنتج عمدة العدد المركب z_B .

3. لتكن نقطة M متميزة عن لاحتقتها $z = ae^{i\theta}$ حيث $a \in \mathbb{R}_+^*$ و $\theta \in \mathbb{R}$.

M_1 صورة النقطة M بالدوران r و M' نظيرة النقطة M_1 بالنسبة لحامل محور الفواصل .

(أ) بين أن z' لاحقة النقطة M' تساوي $ae^{i(\frac{\pi}{6}-\theta)}$

(ب) عين مجموعة قيم θ التي تحقق $z' = z$ ثم استنتج مجموعة النقاط M من المستوي حيث $M = M'$

التمرين الرابع: (07 نقط)

الجزء أ: لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = -2\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$

1-أ) احسب نهايتي g ، على طرفي مجال تعريفها.

ب) احسب $g'(x)$ ، وادرس إشارته ، ثم شكل جدول تغيرات g .

2-أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 0 والآخر α ينتمي إلى المجال $]-0,72; -0,71[$

ب) حدد إشارة g(x) على المجال $]-1; +\infty[$.

الجزء ب: لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\ln(x+1)}; & x > -1; x \neq 0 \\ (1+x)e^{-x-1}; & x \leq -1 \end{cases}$$
 و $f(0) = 0$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب نهايتي f ، على طرفي مجال تعريفها.

2-أ) ادرس اشتقاقية f عند -1 ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

3-أ) بين أنه ، من أجل كل x من $\{0\} \cup]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-x \cdot g(x)}{\ln^2(x+1)}$

ب) احسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty; -1[$.

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها.

4-أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أنشئ المماس (T) وكذا نصفي المماسين عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

ج) أنشئ المنحنى (C_f) تعطى: $f(\alpha) \simeq -0,41$ و $f(3) \simeq 6,5$ و $f(-2;5) \simeq -6,7$