السلسلة رقم 01-"الدوال العددية"

بسط العبارات التالية :

$$A(x)=x^2-2x+(x+1)^2-5$$

$$B(x)=-x^2-\frac{x^5}{2x^3}+(x-2)^2+3x$$

$$C(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2x+2}}-2\left(\sqrt{x-1}\right)^2-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$D(x)=\frac{-x}{-2x-3}+x-2 \quad E(x)=\sqrt{(x-1)^2}-3|x-1|$$

حل المعادلات الاتية

$$\frac{x^3-1}{x+1}=0 \text{ ، } \frac{x+3}{-2x^2+x-1}=1 \text{ ، } x^2-x+6=0$$

أدرس إشارة العبارات الآتية:

$$A(x)=-x+3 \qquad B(x)=x^2-2x-3$$

$$c(x)=\frac{-x+3}{x^2-2x-3} \qquad H(x)=(x^2-2)(x+2)$$

أعط مرافق الجدر في كل حالة :

$$\sqrt{x} \text{ ، } \sqrt{x-1} \text{ ، } \sqrt{x+5}-2 \text{ ، } \sqrt{-x-2}+x-2$$

أكتب دون رمز القيمة المطلقة:

$$|x-1| \text{ ، } \left|x^2+2x+1\right| \text{ ، } |-x-2|$$

أحسب النهايات و بين نوع المستقيم المقارب إذا وجد:

$$\lim_{x\to+\infty} x^3-2x+7 \text{ ، } \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2-x+4}{x+1}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{x^2+2x-15}{x-3} \text{ ، } \lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2-x+4}{x^3+2x+1}$$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}2}\frac{-x+4}{x-2} \text{ ، } \lim_{x\xrightarrow{>}2}\frac{x+4}{-x-2}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+2}-3x \text{ ، } \lim_{x\to+\infty}\frac{-2x^2+3x-4}{3x^2+x+1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+2}-x \text{ ، } \lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} \text{ ، } \lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x+1}+x \text{ ، } \lim_{x\to+\infty}\frac{\cos x}{x-2} \text{ ، } \lim_{x\to0}\frac{\sin 4x}{x}$$

بين أن (Δ) مستقيم مقارب مائل ل (C_f) في كل حالة ثم أدرس الوضع النسبي بينهما:

1. $(\Delta): y=-x+1$ ، $f(x)=-x+1-\frac{1}{x^2+2}$
2. $(\Delta): y=x+2$ ، $f(x)=\frac{x^3+2x^2-1}{x-2}$

أحسب مشتقة الدوال التالية :

$$f_1(x)=x^3-2x+1 \text{ ، } f_2(x)=\frac{1}{x}+3x-4$$

$$f_3(x)=\frac{x^3+3x^2-4}{x+1} \text{ ، } f_4(x)=x^3\sqrt{x^2+4}$$

شفعية دالة :

بين أن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=x^2+|x|$ زوجية .

بين أن الدالة f المعرفة على $[-2,2]$ ب $f(x)=x^3-x$ فردية.

الاشتقاقية + الاستمرارية :

نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}; x>1 \\ f(x)=\sqrt{x^2+3}; x\le 1 \end{cases}$$

1/ بين أن الدالة مستمرة عند 1

2/ أدرس قابلية الاشتقاق للدالة عند 1 ، ماذا تستنتج ثم فسر بيانيا .

مركز و محور التناظر :

1. $f(x)=\frac{2x^2-8x+7}{x^2-4x+3}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{1;3\}$

بين أن المستقيم $(\Delta): x=2$ محور تناظر ل (C_f).

2. $f(x)=x^3-3x-2$ معرفة على $\mathbb{R}$

بين أن النقطة $\omega(0,-2)$ هي مركز تناظر ل (C_f)

السلسلة رقم 01-"الدوال العددية"

مبرهنة القيم المتوسطة

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=x^3-3x-4$ و

الدالة h المعرفة ب $h(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$

1) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]2;3[$ ، ثم تحقق أن $2.1<\alpha<2.2$

2) بين أن $h(\alpha)=\dfrac{3\alpha+4}{2}$ ، ثم عين حصرا ل $h(\alpha)$

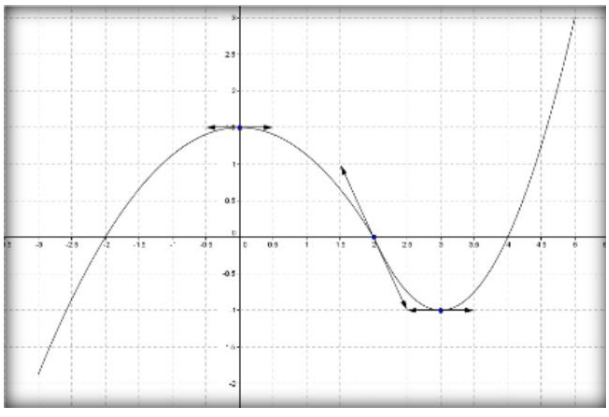
تمرين 01

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=x^3+3x^2-4$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
2) هل الدالة زوجية ؟ علل ؟
3) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات
4) بين أن النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى
5) عين معادلة المماس (T) عند النقطة A
6) مثل بيانيا كل من (C_f) و (T)
7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

تمرين 02 :



بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1) عين مجموعة تعريف الدالة f
2) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجال التعريف
3) عين اتجاه تغير الدالة f
4) شكل جدول التغيرات f.
5) أوجد إشارة $f(x)$
6) أوجد إشارة المشتقة $f'(x)$
7) أحسب ما يلي:

$f''(2);(f\circ f)'(2);f'(3);f'(2);f(2)$

8) حل المعادلات و المتراجحات الاتية :
   - $f(x)=0$ ، $f'(x)<0$
   - $f'(x)=0$ ، $f(x)\geq 2$

تمرين 03:

الجزالأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x)=x^3+3x-4$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم أحسب $g(1)$ واستنتج إشارة

$$f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=\dfrac{ax^3+b}{x^2+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) عين العددين a و b حتى يقبل المنحنى (C_f) عند النقطة $A\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$ مماسا أفقيا .
2) نفرض أن $a=1$ و $b=2$
   أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$
   ب) أدرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.
   ت) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .
   ث) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة (Δ) إلى المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

الجزء الثالث:

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث $h(x)=f(-|x|)$ وليكن (C_h) المنحنى الممثل للدالة h.

1) بين أن الدالة h زوجية ، ثم إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f)