التمرين رقم 01

أحسب نهاية الدالة f عند x_0 في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$; $x_0=-2$

2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x^2+1}-1}{x}$; $x_0=0$

3) $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$; $x_0=2$

4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$; $x_0=1$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$; $x_0=1$

6) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$; $x_0=0$

التمرين رقم 02

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على الترتيب على $\mathbb{R}^*$ و $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x+1}{x} \text{ و } g(x)=\frac{x}{x+1}$$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g\circ f(x)$.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x<-1}} g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x>-1}} g(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} g\circ f(x)$.

3) أحسب $g\circ f(x)$ ثم جد نهايتي $g\circ f$ عند $+\infty$ وعند $-\frac{1}{2}$.

التمرين رقم 03

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \dfrac{x+1}{4-x^2}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos\left(\dfrac{2x+1}{3x^2-x+1}\right)$

3) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{1-x^2}$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x^2+\sin x}{x^2+3}$

5) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2(3x)}{x^2}$

التمرين رقم 04

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{\sin x}$

2) $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\cos^2 x-1}{1+\cos x}$

3) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{|x||x-2|}{x(x^2-x-2)}$

4) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin \pi x}{x-1}$

5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{\dfrac{\sin x}{x}}$

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$

8) $\lim\limits_{|x|\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+2x-5}}{x}$

9) $\lim\limits_{|x|\to+\infty} \dfrac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sin x}{x}$

التمرين رقم 05

أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ (إن وجدتا) في الحالتين التاليتين:

1) $f(x)=\dfrac{1+\cos x}{\sqrt{x}}$

2) $f(x)=\dfrac{x\sin x}{x^2+1}$

التمرين رقم 06

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x-\sin x$.

1) بين من أجل كل عدد حقيقي x أن: $2x-1\le f(x)\le 2x+1$.

2) استنتج نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

التمرين رقم 07

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$.

1) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ أن:

$$f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$$

2) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ أن:

$$0\le f(x)\le\frac{2}{\sqrt{x}}$$

3) استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

التمرين رقم 08

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\sqrt{x}+4$.

1) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ أن:

$$f(x)\ge 3\sqrt{x}$$

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

التمرين رقم 09

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x+\sin x}{2-\sin x}$.

1) بين من أجل كل عدد حقيقي x أن:

$$\frac{1}{3}\le\frac{1}{2-\sin x}\le 1$$

2) استنتج حصرا لـ $f(x)$ من أجل $x>1$.

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

التمرين رقم 10

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0]\cup]2;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=2x\sqrt{\frac{x}{x-2}}-x$$

1) أحسب:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$$

2) أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right) \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)$$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\left(\frac{f(x)}{x}\right) \quad ; \quad \lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\left(\frac{f(x)+x}{x^2}\right)$$

التمرين رقم 11

أثبت وجود النهايتين التاليتين ثم احسبهما.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3+2x^2+1}{4x^2+3x+2}\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\sin(x)^2}-\dfrac{1}{1-\cos x}\right)$

- حقوق النشر محفوظة -

الأستاذ عبد الحميد