التمرين 01: ع 2019

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، تؤخذ وحدة الطول $2cm$.

$\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g\left(x\right)=e^x-ex$ و $f\left(x\right)=e^x-\frac{1}{2}ex^2$

1. أ. ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب. استنتج إشارة $g\left(x\right)$ حسب قيم x الحقيقية.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f.

3. أحسب كل من $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ على $\mathbb{R}$.

5. ارسم على المجال $[0;2]$ للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ في نفس المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (يعطى $e^2-2e\approx 2$)

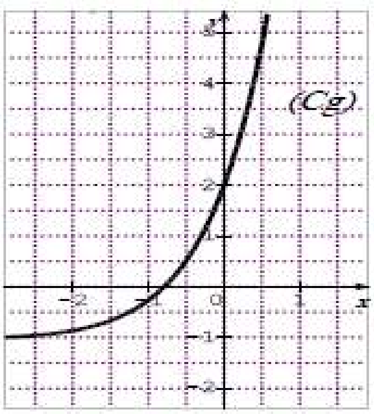
6. h الدالة المعرفة على المجال $[-2,2]$ كما يلي: $h\left(x\right)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ وليكن $\left(\Gamma\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن h دالة زوجية.

ب. من أجل $x\in[0,2]$ أحسب $h\left(x\right)+f\left(x\right)$ ثم استنتج كيفية رسم $\left(\Gamma\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم أرسمه.

التمرين 02: تقـ ر 2019

I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g\left(x\right)=\left(x+3\right)e^x-1$ و $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.



بقراءة بيانية:

أ. حدّد إشارة $g\left(-1\right)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$

ب. استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1,\frac{-1}{2}\right[$

بحيث $g\left(\alpha\right)=0$ ثم تحقق أن: $-0,8<\alpha<-0,7$.

جـ. استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f\left(x\right)=\left(x+2\right)\left(e^x-1\right)$

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'\left(x\right)=g\left(x\right)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f\left(x\right)+x\right)$ ثم استنتج أن $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $\left(\Delta\right)$ يطلب تعيين معادلته.

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم $\left(\Delta\right)$.

جـ. اكتب معادلة لـ $\left(T\right)$ مماس $\left(C_f\right)$ الموازي للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

4. أرسم المستقيم $\left(\Delta\right)$ والمنحني $\left(C_f\right)$ على المجال $]-\infty,-1]$ (يعطي $f\left(\alpha\right)\approx-0,7$)

5. h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h\left(x\right)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. تأكد أنه من أجل كل x من المجال $[0,+\infty[$ فإن: $h\left(x\right)=f\left(x-2\right)+1$.

جـ) اشرح كيف يمكن رسم $\left(C_h\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم أرسم $\left(C_h\right)$ على المجال $[-3,3]$.

التمرين 03: ر 2019

I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=(x+1)^2 e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.

ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.1 بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2. أحسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)
3. أ. أحسب $f_k'(x)$، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k.
ب. شكل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.
4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و(C_{k+1}).

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2 e^{-2x}$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة f، ثم أرسم المنحنى (C_f) على المجال $\left]\frac{-3}{2},+\infty\right[$
2. أ. بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث: $-1,28<\alpha<-1,27$.
ب. عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

التمرين 04: ر 2018

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=(1+x+x^2)e^{\frac{-1}{x}}-1$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{(1+x)(2x^2+1)}{x^2}e^{\frac{-1}{x}}$
واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0,+\infty[$.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,9<\alpha<1$ واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x}+(1+x)e^{\frac{-1}{x}}$

و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$.
ب. بين أنه من أجل من أجل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{\frac{-1}{x}}-x\right)=-1$ (يمكن وضع $t=\dfrac{-1}{x}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
3. h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{1}{x}-1+e^{\frac{-1}{x}}$.
أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0,+\infty[$.
ب. تحقق أن $f(x)-x=(x+1)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
4. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f). (نأخذ $f(\alpha)\approx 1.73$)

التمرين 05: ع ت 2018

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,38<\alpha<-0,37$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x+1)\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=2x+1$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4. أرسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=0.8$)

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^{x}$

التمرين 06: ت ر 2018

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty,1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل x من $]-\infty,1[$: $f'(x)=\dfrac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ وادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty,1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$.

أدرس تغيرات الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty,1[$: $h(x)\geq 0$.

4. بين أنه من أجل كل x من $]-\infty,1[$: $f(x)+x=\dfrac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

فسر النتيجة بيانيا.

5. أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A\left(-2,\frac{2}{3}e^{2}\right)$

ثم أرسم المستقيمين (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-2,1[$.

6. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$ حيث $x\in[-2,1[$.

التمرين 07: المغرب ع ت 2018

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=e^{x}-x^{2}+3x-1$ والجدول الموالي يمثل جدول تغيراتها.

x	$-\infty$ $\quad\quad$ $+\infty$
$g'(x)$	+
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

1. تحقق من أن $g(0)=0$.

2. حدد إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[0,+\infty[$.

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2-x)e^{-x}+x$ و (C_f) تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}-\frac{x}{e^x}+x$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما (D) معادلته $y=x$.

ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\frac{x^2-x+xe^x}{e^x}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ) تحقق من أن $f(x)-x$ و x^2-x لهما نفس الإشارة على $\mathbb{R}$.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D).

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=g(x)e^{-x}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم عيّن جدول تغيراتها.

4. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x)=(x^2-5x+4)e^{-x}$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف فاصلتيهما 1 و 4.

5. أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f).

التمرين 08: تونس ر 2018

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\begin{cases} e^{\frac{-1}{2x^2}} ; x\neq 0 \\ 0 ; x=0 \end{cases}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) بين أن g مستمرة على $\mathbb{R}$.

ب) أدرس شفعية الدالة g وفسر النتيجة بيانيا.

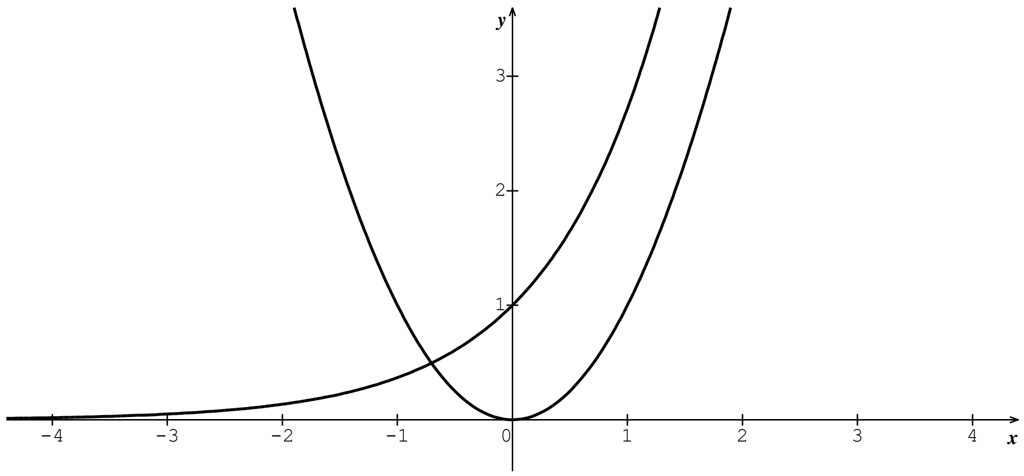
2. أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{g(x)}{x}$ ثم استنتج أن g تقبل الاشتقاق عند 0.

ب) بين أن g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ وأنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 0$: $g'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

ج) أنشئ جدول تغيرات الدالة g.

3. أ) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطتي إنعطاف A و B يطلب تعيينهما حيث A هي نقطة الانعطاف ذات الفاصلة الموجبة.

ب) في الوثيقة المرفقة



قمنا برسم المنحنيين (C_1) و (C_2) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ ذو المعادلتين $y=e^x$ و $y=x^2$ على الترتيب.

في نفس المعلم عين A و B ثم أرسم المنحنى (C).

التمرين 09: ع ت 2017

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة، ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x)\geq 0$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T).
2. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7<\alpha<-0,6$.
3. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-1,+\infty[$.

التمرين 10: ر 2017

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، تستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له.
ب) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$
ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.
2. اكتب معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
3. h الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$،
أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $]0,+\infty[$.
4. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]0,+\infty[$.
5. نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $f(x)=m(x-2)\ ...(E)$
ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).
6. g الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$. اعتمادا على السؤال (1)، شكل جدول تغيرات الدالة g.

التمرين 11: ع ت 2016 (الموضوع المسرّب)

I) g الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. أ. بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلّين في IR ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1{,}52 \prec \alpha \prec -1{,}51$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) f الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$.

جـ. شكّل جدول تغيرات الدالة f على IR ، (نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}38$).

د. عيّن دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا.

2. أ. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

جـ. بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.

د. ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-2,+\infty[$.

هـ. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $]-2,+\infty[$.

التمرين 12: ع ت 2016

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $g(x)=2e^x-x^2-x$.

1. أ. احسب $g'(x)$ من أجل كل x من IR ، ثمّ أدرس اتجاه تغير الدالة g' .

ب. بيّن أنّه من أجل كل x من IR ، $g'(x)\succ 0$.

جـ. أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و $-\infty$ ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. أ. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث: $-1{,}38 \prec \alpha \prec -1{,}37$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. بيّن أنّه من أجل كل x من IR ، $f'(x)=\dfrac{xe^x g(x)}{(e^x-x)^2}$.

2. أ. بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا.

جـ. أنشئ المنحنى (C_f)، (نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}29$).

التمرين 13: ر 2016

I) φ الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $\varphi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة φ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في IR ، حلا α يختلف عن 1 ثمّ تحقّق أنّ: $2{,}79 \prec \alpha \prec 2{,}80$.

3. استنتج إشارة $\varphi(x)$ على IR .

II) f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على IR كما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. بيّن أنّ للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثمّ جد معادلة له.

3. ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

4. أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$.

ب. ادرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على IR ثمّ استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g).

5. احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث $n\in IN^*$ و $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f .

التمرين 14: ع 2015

I) g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g على IR .

2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في IR ، ثم تحقَق أنَ $0{,}36 \prec \alpha \prec 0{,}37$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) f الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. بيَن أنَه من أجل كل x من IR : $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

ب. استنتج أنَ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2. أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثمَ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمَ فسَر النتيجة هندسيا.

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}1$.

التمرين 15: بكر ر 2015

I) g الدالة المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=(x+2)e^x-2$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمَ شكَل جدول تغيراتها.

3. أحسب $g(0)$ ، ثمَ استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثمَ أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمَ شكَل جدول تغيرات الدالة f .

جـ. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ثمَ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين α و β حيث: $0.92<\alpha<0.93$ و $-1.56<\beta<-1.55$.

ب. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

التمرين 16: ر 2015 تونس

لتكن f الدالة المعرفة على $[0,\pi]$ بـ: $f(x)=e^{\sin x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. عيَن f' المشتقة الدالة f ثمَ أنشئ جدول تغيرات الدالة f على $[0,\pi]$.

ب. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_f).

جـ. ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

. برهن أنَ معادلة (T) تعطى بالعبارة: $y=x+1$.

2. g الدالة المعرَفة على $[0,1]$ كما يلي : $g(x)=e^{x}\sqrt{1-x^{2}}-1$

الجدول المقابل يمثَل جدول تغيرات الدالة g .

x	0		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$		1
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	$g\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$	$\searrow$	-1

أ. برَر أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0,1[$ حلا وحيدا α .

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $[0,1]$.

3. نريد تعيين الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) في النقطة 0 على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

لتكن الدالة h المعرفة على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بِـ : $h(x)=e^{\sin x}-(x+1)$.

أ. تحقَق أنَه من أجل كل $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ فإنَ : $h'(x)=g(\sin x)$. (نذكر أنَ $\cos x=\sqrt{1-\sin^{2}x}$)

ب. بيَن أنَه يوجد عدد وحيد β من المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بحيث $\sin\beta=\alpha$.

جـ. عيَن صورة الدالة $x\mapsto\sin x$ على المجالين $[0,\beta]$ و $\left[\beta,\frac{\pi}{2}\right]$.

د. أنشئ جدول تغيرات الدالة h.

هـ. استنتج أنَه من أجل كل $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ ، $f(x)\geq x+1$ ثمَ الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T).

4. ارسم كل من المماس (T) والمنحنى (C_f).

التمرين 17: ر 2015

f الدالة المعرفة بـ : $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ <}} \frac{f(x)}{x}$ ، ثمَ فسَر النتيجة هندسيا.

3. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

4. أ. بيَن أنَ $\lim\limits_{x\to -\infty}[f(x)-x]=0$.

ب. استنتج أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

5. g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

أ. أحسب $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

6. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)\succ x$.

ب. استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج. أنشئ المنحنى (C_f) .

7. m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغيَر الحقيقي x على المجال $]-\infty;0[$ ، بـ : $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$.

أ. أحسب $h_m'(x)$ حيث h_m' هي الدالة المشتقة للدالة h_m .

ب. باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $h_m'(x)=0$.

التمرين 18: بكالوريا ر 2014

f هي الدالة المعرفة على IR بـ : $f(x)=(x-1)e^{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيَن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على IR ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

3. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على IR ، ثمَ تحقَق أنَ $1,27\prec\alpha\prec 1,28$.

ب. أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدَد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) .

ج. أرسم (T) و (C_f) .

4. عيَن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{x}=-1$ حلا وحيدا في IR .

5. h هي الدالة المعرفة على IR بـ : $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ. بيَن أنَ الدالة h زوجية.

ب. أرسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

6. g دالة معرفة على IR بـ : $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث a ، b عددان حقيقيان.

عيَن a ، b حتى يكون : من أجل كل x من IR ، $g'(x)=f(x)$.

التمرين 19: ع ت 2013

x	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

I) f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ و (C) تمثيلها البياني في $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$ ثمَ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).
2. احسب $f'(x)$. بيَن أنَ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
3. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α.
   باستعمال الجدول القيم أعلاه جِد حصرا للعدد α.
4. أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثمَ ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.
5. عيَن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلاَن مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1. أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
2. أ. تحقق من أنَ: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمَ بيَن أنَ $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

   ب. استنتج معادلة (T) مماس المنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

   ج. تحقق من أنَ : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T).

التمرين 20: ر 2013

I) الدالة g معرَفة على IR بـ : $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

   ب. ادرس اتجاه تغيَر الدالة g ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1-\sqrt{2})\approx-0,25$ و $g(1+\sqrt{2})\approx1,43$)
2. أ. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلَين في IR ، ثمَ تحقق أنَ أحدهما معدوم والآخر α حيث $-0,8<\alpha<-0,7$

   ب. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) الدالة f معرفة على IR بـ : $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   ب. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

   جـ. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).
2. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$. (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f).

   ب. شكّل جدول تغيرات الدالة f على IR. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,9$)
3. أ. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل واحد منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة كل منهما.

   ب. مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f).

   جـ. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^x=0$.

التمرين 21: ع ت 2012

I) لتكن g الدالة المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=1-xe^{x}$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2. ادرس اتجاه تغيَر الدالة g ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

3. أ. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$.

ب. تحقَق أنَ $0,5 \prec \alpha \prec 0,6$ ، ثمَ استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2. لتكن f' المشتقة الدالة f . بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإنَ : $f'(x)=-g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثمَ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. بيَن أنَ $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدوَر النتائج إلى 10^{-2})

4. أ. بيَن أنَ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

5. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين x_1 و x_2 حيث: $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب. أنشئ (Δ) و (C_f).

التمرين 22: ت ر 2012

I) g هي الدالة معرَفة على IR كما يلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$.

1. ادرس تغيَرات الدالة g ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 \prec \alpha \prec 1,60$.

3. استنتج إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. بيَن أنَ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين مائلين معادلتهما على الترتيب $y=-1$ وَ $y=0$.

2. أ. برهن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ثمَ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج. أحسب $f(1)$ ثمَ استنتج حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3. أ. بيَن أنَ: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ حيث α هو العدد المعرَف في السؤال 2 من الجزء I.

ب. استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدوَر النتائج إلى 10^{-2})

جـ. ارسم (C_f).

4. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $(m+1)(e^{x}-2x)=2x-2$.

5. h هي الدالة المعرفة على IR كما يلي: $h(x)=[f(x)]^{2}$.

أ. احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثمَ استنتج إشارة $h'(x)$.

ب. شكّل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين 23: ر 2012

I) g هي الدالة معرَفة على IR كما يلي : $g(x)=2-xe^{x}$.

1. ادرس تغيَرات الدالة g ، ثمَ شكّل جدول تغيراتها.
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على IR ، ثمَ تحقَق أنَ $0,8 \prec \alpha \prec 0,9$.
3. عيَن حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$. (C_f) تمثيلها البياني في م م م م $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثمَ فسَر النتيجة هندسيا.
2. أ. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب. بيَن أنَ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

3. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.
4. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^{x}+2)^{2}}$ ، ثمَ استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب. بيَن أنَ $f(\alpha)=\alpha$ ثمَ شكّل جدول تغيراتها.

5. أرسم (Δ) ، (Δ') و (C_f).
6. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

التمرين 24: ر 2010

I) g الدالة العددية معرَفة على IR كما يلي : $g(x)=(3-x)e^{x}-3$.

1. ادرس تغيَرات الدالة g .
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82 \prec \alpha \prec 2,83$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1}; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ الدالة f تقبل الإشتقاق عند $x_0=0$ ، ثمَ أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O .
2. أ. بيَن أنَ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{3}e^{-x}=0$ ، ثمَ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب. بيَن أنه من أجل $x\neq 0$ فإنَ : $f'(x)=\dfrac{x^{2}.g(x)}{(e^{x}-1)^{2}}$.

جـ. تحقَق أنَ $f(\alpha)=\alpha^{2}(3-\alpha)$ ثمَ عيَن حصرا له.

د. أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3. احسب $f(x)+x^{3}$ واستنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^{3}$

بيَن أنَ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^{3}\right]=0$ وفسَر النتيجة هندسيا.

4. أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f) .

التمرين 25: بك ر 2010

f الدالة العددية المعرفة على IR^* بالعبارة : $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$.

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيَن العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلَ x من IR^* .
2. احسب نهايات الدَالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
3. بيَن أنَ f متزايدة على كلَ مجال من مجالي تعريفها ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.
4. (D) و (D') المستقيمان اللَذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$.

أ. بيَن أنَ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)، ثمَ حدَد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين x_0 و x_1 حيث: $0.9<x_0<0.91$ و $-1.66<x_1<-1.65$.

جـ. احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$. فسَر النتيجة هندسيا.

د. ارسم (D) و (D') و (C_f).

هـ. m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرَف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

5. نعتبر الدالة g المعرَفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=[f(x)]^2$.

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين 26: ع بك 2010

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR^* كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ وفسَر النتيجة هندسيا.

2. ادرس اتجاه تغيَر الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.
3. أ. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ).

4. أثبت أنَ النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).
5. أ. بيَن أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلَين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1,4<\beta<-1,3$.

ب. هل توجد مماسات لــ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

جـ. أرسم (Δ) و (Δ') ثمَ المنحنى (C_f).

د. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$.

التمرين 27: Bac S Sénégal 2008

I) نعتبر المعادلتين التفاضليتين (E) و (E_0) حيث: $(E_0): y' + y = 0$ و $(E): y' + y = e^{-x}\cos x$.

1. عيَن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة h حل للمعادلة (E) حيث: $h(x) = (a\cos x + b\sin x)e^{-x}$.

2. أ. بيَن أنَ الدالة f حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $f - h$ حل للمعادلة (E_0).

ب. حل المعادلة (E_0).

جـ. استنتج مما سبق الحال العام (E).

3. عيَن الحل الخاص g للمعادلة (E) والذي يحقق: $g(0) = 0$.

II) أدرس تغيرات الدالة k المعرفة على المجال $[0,2\pi[$ كما يلي: $k(x) = e^{-x}\sin x$.

التمرين 28: ر 2008

I) f الدالة المعرفة على IR بالعبارة : $f(x) = x - 1 + \dfrac{4}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في م م م م م $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. ادرس تغيَرات الدالة f.

2. بيَن أنَ (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) في النقطة ω.

. أثبت أنَ ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - (x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (x+3)]$.

. استنتج أنَ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

4. بيَن أنَ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2{,}77;-2{,}76[$.

. احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدوَر النتائج إلى 10^{-2}) ثمَ أرسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة IR بالعبارة : $g(x) = -x + 3 - \dfrac{4}{e^x + 1}$. C_g منحنى الدالة g.

1. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x فإنَ $g(x) = f(-x)$.

. استنتج أنَه يوجد تحويل نقطي بسيط يحوَل (C_f) إلى C_g.

2. أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g)

التمرين 29: ع ت 2008

I) نعتبر الدالة العددية للمتغيَر الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي :

$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$ حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 1cm

. عيَن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي إلى (C_f) وعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية للمتغيَر الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي :

$g(x) = (-x-1)e^{-x} + 1$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ. بيَن أنَ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 1$ وفسَر النتيجة بيانيا. (نذكر أنَ $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^u = 0$)

ب. ادرس تغيَرات الدالة g ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.

ج. بيَن أنَ المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها.

د. اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ. ارسم (C_g).

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $k(x) = g(x^2)$.

. باستعمال مشتق دالة مركبة، عيَن اتجاه تغيَر الدالة k ثمَ شكَل جدول تغيَراتها.

التمرين 30: المغرب ع ت 2007 الدورة العادية

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=e^{-x}+x-1$.

أ. احسب $g'(x)$ ، ثمَ أدرس تغيرات الدالة g .

ب. بيَن أنَه من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $g(x)\geq 0$ ، ثمَ استنتج أنَه من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $e^{-x}+x\geq 1$ (لاحظ أنَ: $g(0)=0$).

II) لتكن f الدالة المعرَفة على IR كما يلي: $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ وأنَ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، ثمَ فسَر هندسيا هاتين النتيجتين.

2. بيَن أنَه من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$.

3. أ. أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثمَ أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ب. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $O(0,0)$ مبدأ المعلم.

4. أ. تحقق من أجل كل $x\in IR$ فإنَ $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ ، ثمَ أدرس إشارة $x-f(x)$ على IR .

ب. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

5. أنشئ (D) ثمَ (C_f). نأخذ $\dfrac{1}{1-e}\approx -0.6$.

التمرين 31: المغرب ع ت 2006 الدورة الاستدراكية

I) g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=(x-1)e^{x}+x+1$.

1. احسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثمَ استنتج أنَ الدالة g متزايدة تماما على $]0,+\infty[$.

2. بيَن أنَ: $g(x)\geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ (لاحظ أنَ: $g(0)=0$).

II) نعتبر الدالة العددية f المعرَفة على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{\left(e^{x}-1\right)^2}$

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ f دالة فردية.

2. أ. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ وفسَر النتيجة بيانيا.

ب. بيَن أنَ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ وفسَر هذه النتيجة بيانيا.

3. أ. بيَن أنَ: $f'(x)=\dfrac{-e^{x}g(x)}{\left(e^{x}-1\right)^3}$ من أجل كل x من $]0,+\infty[$.

ب. عيَن جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$.

4. أنشئ (C_f) على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$.

التمرين 32: من بكالوريا الجزائر شعبة علوم الطبيعة والحياة 2005

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=x+1+e^{x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. بيَن أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,28 \prec \alpha \prec -1,27$.
3. استنتج حسب العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{e^{x}+1}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1. أ. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^{x}.g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$.

ب. أدرس تغيرات الدالة f.

2. بيَن أنَ $f(\alpha)=\alpha+1$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
3. أ. ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0. اكتب معادلة للمستقيم (T).

ب. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ ثمَ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4. احسب $f(-1)$ و $f(1)$ ثمَ ارسم كل من المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (T).

التمرين 33: من بكالوريا الجزائر شعبة التكنولوجيا 2002

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=e^{x}-x+2$.

1. احسب $g'(x)$، ثمَ أدرس تغيرات الدالة g.
2. بيَن أنَه من أجل كل عدد حقيقي x فإنَ $g(x)\geq 3$.

II) لتكن f الدالة المعرَفة على IR كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{-x}+x+1$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيَن أنَ f تقبل الإشتقاق على IR وأنَه من أجل كل عدد حقيقي x فإنَ: $f'(x)=e^{-x}.g(x)$.
2. أ. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3. بيَن أنَ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها.
4. أرسم كل من المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).
5. ليكن (T_a) المستقيم الذي معادلته: $y=x+a$ حيث a عدد حقيقي.

أ. عيَن قيمة a بحيث يكون (T_a) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثييها.

ب. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(m-1)e^{x}-x+1=0$.