تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

من 2008 الى 2020 — شعبة العلوم التجريبية

جمعها الأستاذ : علي بك
Tel:0663441359

بكالوريا2008

I – نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يأتي :

$$f(x)=(ax+b)\,e^{-x}+1$$

حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II – نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=(-x-1)\,e^{-x}+1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر هذه النتيجة بيانيا.(نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) ارسم (C_g).

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يأتي:

$$k(x)=g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

بكالوريا2009(لاتوجد دالة أسية)

بكالوريا2010

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أـ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ ـ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ ـ بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

بـ ـ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أ ـ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$.

ب ـ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ ـ أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د ـ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

<u>بكالوريا2011</u>

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{x}-ex-1$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب ـ أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

جـ ـ شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ ـ بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب ـ أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

جـ ـ بين أن المعادلة $f(x)=0$ ، تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α .

د ـ أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$.

<u>بكالوريا2012</u>

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^{x}$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$.

ب- تحقق أنّ $0,5<\alpha<0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}) .

4) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f).

بكالوريا2013

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	−0,005
0,23	−0,026
0,24	−0,048
0,25	−0,070

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ ،

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$ ، ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

2) احسب $f'(x)$. بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α. باستعمال جدول القيم أعلاه جِد حصرا للعدد α.

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C)، ثمّ ارسم المنحنى (C') الممثّل للدالة $|f|$.

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقة m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) تحقّق من أن: $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أن: $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقّق من أن: $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T).

بكالوريا2014 (لا توجد دالة أسية)

بكالوريا2015

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقّق أنّ : $0,36<\alpha<0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

١) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x-1\right]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,1$.

بكالوريا2016

I- لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2e^{x}-x^{2}-x$.

1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب) بيّن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$.

ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38<\alpha<-1,37$.

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II- لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^{2}e^{x}}{e^{x}-x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^{x}g(x)}{(e^{x}-x)^{2}}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2-أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha^{2}+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^{2}\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

ج) أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha)=0.29$)

بكالوريا2017

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2-x^{2}e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثمّ احسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

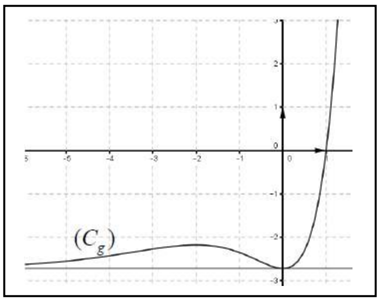
II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x)\geq 0$، ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T).

2) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α حيث $-0,7<\alpha<-0,6$.

3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

بكالوريا2017 (الدورة الاستثنائية)



I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^2e^x-e$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).

– احسب $g(1)$.

– بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=e^{-x}-2-\dfrac{e}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايات الآتية: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بيّن أنّ المنحنى (γ) الذي معادلته : $y=e^{-x}-2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ).

3) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا : $f'(x)=\dfrac{-g(-x)}{x^2}$.

4) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x\mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

بكالوريا2018

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

~~ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.~~

ج) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta):y=2x+1$

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) ارسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=0.8$) .

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^x$.

بكالوريا2019

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. تُؤخذ وحدة الطول $2cm$

$\left(\mathcal{C}_f\right)$ و $\left(\mathcal{C}_g\right)$ التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرّفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x)=e^x-ex \quad \text{و} \quad f(x)=e^x-\frac{1}{2}ex^2$$

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f .

3) احسب كلاً من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $\left(\mathcal{C}_f\right)$ و $\left(\mathcal{C}_g\right)$ على $\mathbb{R}$.

5) ارسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين $\left(\mathcal{C}_f\right)$ و $\left(\mathcal{C}_g\right)$ في نفس المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (يُعطى $e^2-2e\approx 2$)

6) احسب بالسنتمتر المربّع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $\left(\mathcal{C}_f\right)$ و $\left(\mathcal{C}_g\right)$.

7) h الدالة المعرّفة على المجال $[-2\,;\,2]$ كما يلي: $h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ h دالة زوجية.

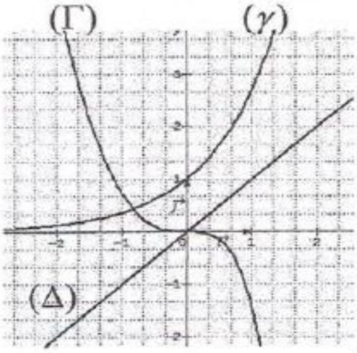
ب) من أجل $x\in[0\,;\,2]$ احسب $h(x)+f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من $\left(\mathcal{C}_f\right)$ ثم ارسمه.

بكالوريا2020

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

في الشّكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثّل للدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^2+2x-2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x\mapsto e^x$.



بقراءة بيانية:

1) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-x>0$

2) حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علما أنّ $g(0)=0$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-1+\dfrac{2e^x}{e^x-x}$.

ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ فسّر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x)=\dfrac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ . اكتب معادلة لـ(T) المماس للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النّقطة A ذات الفاصلة 0.

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x يكون: $f(x)-(2x+1)=\dfrac{g(x)}{e^x-x}$.

جـ. استنتج الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و (T) على $\mathbb{R}$، ماذا تمثّل النقطة A بالنسبة إلى $\left(C_f\right)$؟

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$، ثم تحقق أنّ: $-0.6<\alpha<-0.5$.

5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى $\left(C_f\right)$.