

سلسلة في الدّوال الأسيّة التي وردت في امتحانات  
الباكالوريا من 2008 إلى 2021

من إعداد: أ.عامر جمّال

[amercena2022@gmail.com](mailto:amercena2022@gmail.com)



## فهرس

شعبة علوم تجريبية ..... صفحة 4

شعبة رياضيات ..... صفحة 14

شعبة تقني رياضي ..... صفحة 24

## تمرين 1

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2, +\infty[$  كما يأتي:  $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$  حيث  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان.

( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  وحدة الطول  $1cm$ .

عين قيمتي  $a$  و  $b$  بحيث تكون النقطة  $A(-1, 1)$  تنتمي إلى ( $C_f$ ) و معامل توجيه المماس عند  $A$  يساوي  $(-e)$ .

II - نعتبر الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2, +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$  و ( $C_g$ ) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

(أ) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  و فسر هذه النتيجة بيانيا. (نذكر أن  $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$ )

(ب) ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المنحنى ( $C_g$ ) يقبل نقطة انعطاف  $I$  يطلب تعيين احداثياتها.

(د) اكتب معادلة المماس للمنحنى ( $C_g$ ) عند النقطة  $I$ .

(هـ) ارسم ( $C_g$ )

باكالوريا علوم تجريبية 2008

(و)  $H$  الدالة العددية المعرفة على  $[-2, +\infty[$  كما يأتي:  $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$  حيث  $\alpha$  و  $\beta$  عددان حقيقيان. عين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث تكون  $H$  دالة أصلية للدالة:  $x \mapsto g(x) - 1$  استنتج الدالة الأصلية للدالة  $g$  و التي تنعدم عند القيمة  $0$ .

III - لتكن  $k$  الدالة المعرفة على المجال  $[-2, +\infty[$  كما يأتي:  $k(x) = g(x^2)$  باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة  $k$  ثم شكل جدول تغيراتها.

## تمرين 2

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$  نرسم ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) (أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  وفسر هندسيا النتيجة.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتهما على الترتيب:  $y = x$  و  $y = x + 1$ .

(ب) ادرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .

(4) أثبت أن النقطة  $\omega \left(0; \frac{1}{2}\right)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

(5) أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $\ln 2 < \alpha < 1$  و  $-1,4 < \beta < -1,3$   
 ب) هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي المستقيم  $(\Delta)$  ؟

بكالوريا علوم تجريبية 2010

ج) ارسم  $(\Delta)$  ،  $(\Delta')$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(m-1)e^{-x} = m$ .

تمرين 3

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} : f(x) = e^x - ex - 1$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1 أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها. ج- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2 أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -ex - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $(-\infty)$ .

ب- اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بي أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل في المجال  $]1, 75; 1, 76[$  حلا وحيدا  $\alpha$ .

د- ارسم المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $] -\infty; 2]$ .

3 أ- احسب بدلالة  $\alpha$  ، المساحة  $A(\alpha)$  للجزء المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و حامل محور الفواصل و

بكالوريا علوم تجريبية 2011

المستقيمين اللذين معادلتيهما:  $x = \alpha$  و  $x = 0$ .

ب- أثبت أن:  $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) u\alpha$  ( $u\alpha$  هي وحدة المساحات).

تمرين 4

I) لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 1 - xe^x$ .

1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ- بي أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $[-1; +\infty[$ .

ب- تحقق أن  $0,5 < \alpha < 0,6$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $] -\infty; 2]$  كما يلي:  $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) لتكن  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ . بين أنه من اجل كل عدد حقيقي من  $]-\infty; 2]$  فإن:  $f'(x) = -g(x)$ .  
استنتج إشارة  $f'(x)$  على المجال  $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) بين أن  $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ . (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ).
- (4) أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ .  
ب- ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .
- (5) أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  حيث  $-1,6 < x_1 < -1,5$  و  $1,5 < x_2 < 1,6$ .  
ب- أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .
- (6) لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = (ax + b)e^x$ .  
أ- عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون  $h$  دالة أصلية للدالة  $x \mapsto xe^x$  على  $\mathbb{R}$ .  
ب- استنتج دالة أصلية للدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

باكالوريا علوم تجريبية 2012

$f(X)$	$X$
0.037	0.20
0.016	0.21
-0.005	0.22
-0.026	0.23
-0.048	0.24
-0.070	0.25

تمرين 5

- (I)  $f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 1[$  ب:  $f(X) = \frac{X}{X-1} + e^{\frac{1}{X-1}}$ ،  
و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب  $\lim_{X \rightarrow -\infty} f(X)$  و  $\lim_{X \rightarrow 1} f(X)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C)$ .
- (2) احسب  $f'(X)$ . بين أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 1[$ .  
ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة  $f(X) = 0$  تقبل في  $]-\infty; 1[$  حلا وحيدا  $\alpha$ ، باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد  $\alpha$ .
- (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى  $(C)$ ، ثم ارسم المنحنى  $(C')$  الممثل للدالة  $|f|$ .
- (5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية  $m$  التي من أجلها يكون للمعادلة  $|f(X)| = m$  حلان مختلفان في الإشارة.

باكالوريا علوم تجريبية 2013

( II )  $g$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 1[$  ب:  $g(X) = f(2X - 1)$  . (عبارة  $g(X)$  غير مطلوبة)

- (1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  على  $]-\infty; 1[$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) أ) تحقّق من أنّ:  $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$  ، ثم بين أنّ  $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$  .  
ب) استنتج معادلة  $(T)$  المماس لمنحنى الدالة  $g$  في النقطة ذات الفاصلة  $\frac{\alpha+1}{2}$  .  
ج) تحقّق من أنّ:  $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}X - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$  ، معادلة للمستقيم  $(T)$  .

تمرين 6

( I )  $g$  الدالة العدد المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$  .

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  .
- (2) بين أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  ، ثمّ تحقّق أنّ :  $0,36 < \alpha < 0,37$  .
- (3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

بكالوريا علوم تجريبية 2015

( II )  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$  .

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

- (1) أ) بين أنّه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$  .  
ب) استنتج أنّ الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; -\alpha[$  ومتزايدة تماما على  $]-\alpha; +\infty[$  .
- (2) احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
- (3) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 1]$  ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .
- (4) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\delta)$  الذي معادلته  $y = -x + 1$  .
- (5) أنشئ  $(C_f)$  و  $(\delta)$  على المجال  $]-\infty; \frac{1}{2}[$  ، نأخذ  $f(\alpha) \approx 0,1$  .
- (6) أ) تحقّق أنّه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$  .  
ب) استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  .

تمرين 7

بكالوريا علوم تجريبية 2016 (المسرب)

( I )  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$  .

- (1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  .  
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(2) أ) بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلين في  $\mathbb{R}$  ، أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث:  $-1,52 < \alpha < -1,51$   
 ب) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II) الف الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x + (x^3 + 3x + 2)e^{-x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، (وحدة الطول 1cm) .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = -g(x)$  ، (حيث  $f'$  هي الدالة المشتقة للدالة  $f$ ) .

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ، (نأخذ  $f(\alpha) = 0,38$ ) .

د) عين دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$  ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

(2) أ) بي أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$  .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .

ج) بين أن للمنحنى  $(C_f)$  نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .

د) ارسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  على المجال  $[-2; +\infty[$  .

هـ) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة

حلول المعادلة:  $0 = (m - x)e^x + (x^3 + 3x + 2)$  على المجال  $[-2; +\infty[$  .

(III)  $h$  و  $H$  الدالتان المعرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = x + f(x)$  و  $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  .

(1) عين الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  حتى تكون الدالة  $H$  دالة أصلية للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  .

(2) أ) احسب التكامل التالي:  $A(\lambda) = \int_0^\lambda h(x)dx$  حيث  $\lambda$  عدد حقيقي موجب تماماً

وفسّر النتيجة هندسياً .

ب) احسب  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$  .

تمرين 8 باكالوريا علوم تجريبية 2016 (الدورة الثانية)

I - لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2e^x - x^2 - x$

1- أ) احسب  $g'(x)$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  (حيث  $g'$  هي مشتقة الدالة  $g$ )

ب) بين أنه، من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ،  $g'(x) > 0$  .

ج) احسب نهايتي الدالة  $g$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

- -2 بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $-1,38 < \alpha < -1,37$ .
- -3 استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .
- II - لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$
- وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

• -1 أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

• ب) بين أنه، من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$  (حيث  $f'$  هي مشتقة الدالة  $f$ )

• ج) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

• -2 أ) بين أن  $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصر العدد  $f(\alpha)$

• ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بياناً.

• ج) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  (تعطى  $f(\alpha) \approx 0,29$ )

تمرين 9

I ( نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$

• وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  و أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة، ثم احسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

2) أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$

• ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II ( نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = 1 - x e^{1-x}$

1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:  $h(x) \geq 0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي

• للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$

بكالوريا علوم تجريبية 2017

2) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $-0,7 < \alpha < -0,6$

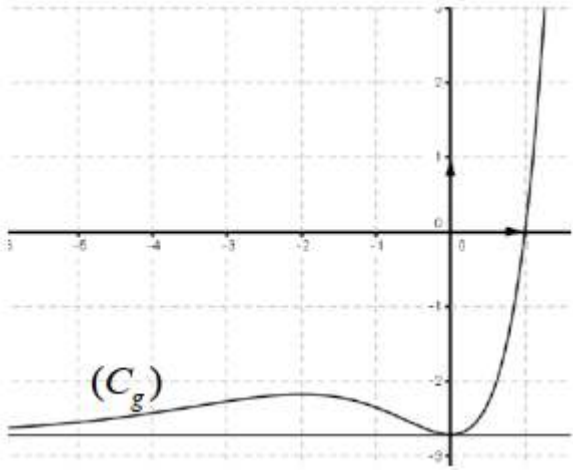
3) أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[-1; +\infty[$

4) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$ . تحقق ان  $F$  دالة أصلية للدالة

$f$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و حامل محور الفواصل و

المستقيمين اللذين معادلتيهما:  $x = 0$  و  $x = 1$

## تمرين 10 باكالوريا علوم تجريبية 2017 (الاستثنائية)



- (I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x^2e^2 - e$   
 تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   
 (كما هو في الشكل المقابل).  
 - احسب  $g(1)$   
 - بقراءة بيانية عين إشارة  $g(x)$  ثم استنتج إشارة  $g(-x)$   
 - حسب العدد الحقيقي  $x$ .

- (II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجموعة  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$   
 التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- (1) احسب النهايات الآتية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- (2) بين أن المنحنى  $(\gamma)$  الذي معادلته:  $y = e^{-x} - 2$  والمنحنى  $(C_f)$  متقاربان بجوار  $-\infty$  ثم ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\gamma)$ .
- (3) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $x$  لدينا:  $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$
- (4) استنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من المجالين  $[-1; 0[$  و  $]0; +\infty[$  ومتناقصة تماما على المجال  $] -\infty; -1]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى  $(\gamma)$  انطلاقا من منحنى الدالة:  $x \mapsto e^x$  ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين  $(\gamma)$  و  $(C_f)$  في نفس المعلم السابق.
- (6) ليكن  $n$  عددا طبيعيا و  $A(n)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(C_f)$  و  $(\gamma)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = -e^n$  و  $x = -e^{n+1}$   
 احسب العدد الحقيقي  $I$  حيث  $I = A(0) + A(1) + \dots + A(2016)$

## تمرين 11

- I. الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

(أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-0,38 < \alpha < -0,37$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

II . لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) =$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

باكالوريا علوم تجريبية 2018

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (2x + 1))$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  حيث:  $y = 2x + 1$  :  $(\Delta)$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(4) ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  (نأخذ  $f(\alpha) = 0,8$ ) .

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول  $x$  :  $x = (1 - m)e^x$

(6) أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة  $x \mapsto xe^{-x}$  على  $\mathbb{R}$  والتي تنعدم من أجل  $x = 1$

ب) احسب العدد  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها  $x = 1$  ،  $x = 3$  و  $y = 2x + 1$

تمرين 12 المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

تؤخذ وحدة الطول  $2cm$

$(C_f)$  و  $(C_g)$  التمثيلان البيانيان للدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = e^x - ex$  و  $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2$

(1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$

ب) استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  الحقيقية .

باكالوريا علوم تجريبية 2019

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  .

(3) احسب كلاً من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  على  $\mathbb{R}$  .

(5) ارسم على المجال  $[0; 2]$  المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . (يُعطى  $e^2 - 2e \approx 2$ )

(6) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيزّ المستوي المحدّد بالمنحنين  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .

(7) الدالة المعرفة على المجال  $[-2; 2]$  كما يلي:  $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$  وليكن  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني في المعلم

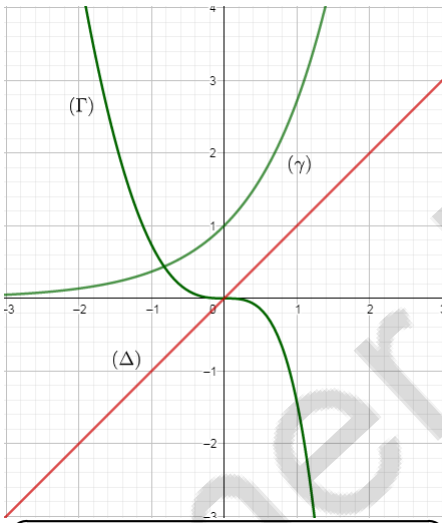
السابق.

(أ) بين أنّ  $h$  دالة زوجية

(ب) من أجل  $x \in [0; 2]$  احسب  $h(x) + f(x)$  ثم استنتج كيفية رسم  $(\Gamma)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم ارسمه.

تمرين 13

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$



في الشكل المرفق،  $(\Gamma)$  المنحنى الممثل للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$  المستقيم ذو المعادلة:  $y = x$  و  $(\gamma)$  المنحنى الممثل للدالة:  $x \mapsto e^x$

بقراءة بيانية:

(1) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x : e^x - x$

(2) حدّد تبعاً لقيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$  علماً أنّ  $g(0) = 0$

(3) الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$  باكالوريا علوم تجريبية 2020  
ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(II)

(1) بين أنّ  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  واحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثمّ فسّر نتيجتي النهايتين هندسياً.

(2) أ. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ. اكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ذات الفاصلة 0.

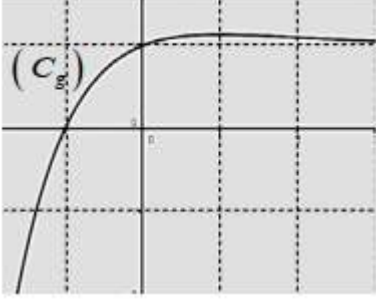
ب. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$

ج. استنتج الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(T)$  على  $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة  $A$  بالنسبة إلى  $(C_f)$  ؟

(4) بين أنّ المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]-\infty; 1]$ ، ثمّ تحقق أنّ:  $-0.6 < \alpha < 0.5$ .

(5) أنشئ المماس  $(T)$  والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى  $(C_f)$ .

I ( الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + xe^{-x-1}$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الشكل المقابل)



(1) احسب  $g(-1)$  .

(2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

II ( الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - (x + 1)e^{-x-1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  غير معدوم:  $f(x) = x \left[ 1 - (1 + \frac{1}{x})e^{-x-1} \right]$

ثمّ احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

(2) أ. بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج أنّ الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[-1; +\infty[$  ومتناقصة تماماً على  $]-\infty; -1]$  ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.

ب. ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x$

ج. بين أنّ  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(\tau)$  موازياً للمستقيم  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة له.

(4) أ. بين أنّ  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما  $\alpha$  و  $\beta$

حيث:  $0,3 < \alpha < 0,4$  و  $-1,8 < \beta < -1,9$

ب. ارسم المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(\tau)$  ثمّ ارسم المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-2; +\infty[$  .

(5) الدالة العددية  $h$  معرفة على المجال  $[-2; 2]$  بـ:  $h(x) = -|x| + (|x| - 1)e^{|x|-1}$

$(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أنّ الدالة  $h$  زوجية.

ب. بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-2; 0]$  :  $h(x) = f(x)$

ج. اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثمّ ارسمه.

بكالوريا علوم تجريبية 2021

## تمرين 15

I) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$  و  $C_f$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

2- بين أن  $C_f$  يقبل نقطة انعطاف  $\omega$  و اكتب معادلة لمماس  $C_f$  عند النقطة  $\omega$ .

- اثبت أن  $\omega$  مركز تناظر للمنحنى  $C_f$ .

باكالوريا رياضيات 2008

3- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$

- استنتج أن  $C_f$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

4- بين أن  $C_f$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  من المجال  $]-2, 77; -2; 76[$ .

- احسب  $f(1)$  و  $f(-1)$  (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ) ثم ارسم  $C_f$  و مستقيمه المقاربين.

II) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$  و  $C_g$  منحنى الدالة  $g$ .

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $g(x) = f(-x)$ .

- استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول  $C_f$  إلى  $C_g$ .

2- أنشئ في نفس المعلم السابق  $C_g$  (دون دراسة الدالة  $g$ ).

## تمرين 16

I - الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (3 - x)e^x - 3$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في  $\mathbb{R}$  حلين أحدهما معدوم و الآخر  $\alpha$  حيث  $2,82 < \alpha < 2,83$

باكالوريا رياضيات 2010

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .

II - الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن الدالة  $f$  تقبل الاشتقاق عند  $x_0 = 0$ ، اكتب معادلة لـ  $(\tau)$  مماس  $(C_f)$  عند المبدأ  $O$ .

$$(2) \text{ أ) بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0 \text{ ثم احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ، } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\text{ب) بين أنه من أجل } x \neq 0 \text{ فإن: } f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} g(x)$$

$$\text{ج) تحقق أن } f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha) \text{ ثم عين حصرًا له.}$$

$$\text{د) أنشئ جدول تغيرات الدالة } f.$$

$$(3) \text{ احسب } f(x) + x^3 \text{ واستنتج الوضعية النسبية لـ } (C_f) \text{ و } (C) \text{ منحنى الدالة } x \mapsto -x^3$$

$$\text{بين أن } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0 \text{ وفسر النتيجة هندسيًا.}$$

$$(4) \text{ أنشئ في نفس المعلم المماس } (\tau) \text{ والمنحنيين } (C) \text{ و } (C_f)$$

**تمرين 17** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (3x + 4)e^x$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$1/ \text{ (أ) احسب } f', f'' \text{ ، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم فإن: } f^{(n)}(x) =$$

$$(3x + 3n + 4)e^x \text{ حيث: } f', f'', \dots, f^{(n)} \text{ المشتقات المتتابعة للدالة } f$$

$$\text{(ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية: } y'' = (3x + 16)e^x$$

$$2/ \text{ (أ) بين أن: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \text{ وفسر النتيجة هندسيًا}$$

$$\text{(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة } f \text{ ثم شكل جدول تغيراتها.}$$

$$3/ \text{ (أ) اكتب معادلة المماس } (\Delta) \text{ للمنحنى } (C_f) \text{ في النقطة } \omega \text{ التي فاصلتها } \frac{-10}{3}$$

$$\text{(ب) بين أن } \omega \text{ هي نقطة انعطاف للمنحنى } (C_f)$$

$$\text{(ج) ارسم } (\Delta) \text{ و } (C_f) \text{ على المجال } ]-\infty; 0]$$

**بكالوريا رياضيات 2011**

$$4/ \text{ (أ) عدد حقيقي من المجال } ]-\infty; 0] \text{ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد } \int_{-1}^x te^t dt \text{ ثم استنتج دالة}$$

$$\text{أصلية للدالة } f \text{ على المجال } ]-\infty; 0]$$

$$\text{(ب) عدد حقيقي أصغر تمامًا من } -\frac{4}{3}$$

$$\text{احسب بدلالة } \lambda \text{ المساحة } A(\lambda) \text{ للجزء من المستوي المحدد بالمنحنى } (C_f) \text{ و المستقيمت التي}$$

$$\text{معادلتها: } y = 0 \text{ ، } x = -\frac{4}{3} \text{ و } x = \lambda \text{ ، ثم جد } \lim_{x \rightarrow -\infty} A(\lambda)$$

**تمرين 18**

$$I) \text{ هي الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } g(x) = 2 - xe^x$$

$$1) \text{ ادرس تغيرات الدالة } g \text{ ، ثم شكل جدول تغيراتها.}$$

- (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن:  $0,8 < \alpha < 0,9$ .
- (3) عين، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $g(x)$ .

(II)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$ .

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (وحدة الطول  $2cm$ )

(1) بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(2) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

ب- بين أن المستقيم  $(\Delta')$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$ .

(3) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ ، حيث  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

ب- بين أن:  $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(5) ارسم  $(\Delta)$ ،  $(\Delta')$  و  $(C_f)$ .

(6) ناقس بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة  $f(x) = f(m)$ .

(III)  $(U_n)$  هي المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $U_0 = 0$

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 \leq U_n < \alpha$

(2) باستعمال  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  مثل على محور الفواصل الحدود:  $U_0$ ،  $U_1$  و  $U_2$ .

ثم نحن اتجاه تغير  $(U_n)$ .

(3) برهن أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة، ثم احسب نهايتها.

تمرين 19

I - الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$

1. أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ:  $g(1 - \sqrt{2}) = -0,25$ )

(  $g(1 + \sqrt{2}) = 1,43$  )

2. أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$ ، حيث:  
 $-0,8 < \alpha < -0,7$   
 ب- استنتج إشارة  $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

- II - الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x - (x+1)e^{-x}$   
 • منحنى الدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (وحدة الطول  $2cm$ )

- 1- أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
 ب- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$ ، مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .  
 ج- ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .  
 2- أ. بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x)$ ،  
 (يرمز  $f'$  إلى الدالة المشتقة للدالة  $f$ )  
 ب. شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ . (نأخذ  $f(\alpha) \approx -0,9$ )  
 3- أ- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.  
 ب- مثل  $(C_f)$  والمماسين والمنحنى  $(C_f)$ .

باكالوريا رياضيات 2013

تمرين 20

I ( g الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (2-x)e^x - 1$

- 1 ادرس تغيرات الدالة  $g$   
 2 بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  في  $\mathbb{R}$  حلان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-1,2 < \alpha < -1,1$  و  $1,8 < \beta < 1,9$   
 3 استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

II ( f الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$

- 1 احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  وفسر النتيجة هندسياً.  
 2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$   
 واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.  
 3 بين أن:  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$  واستنتج حصراً للعددين  $f(\alpha)$  و  $f(\beta)$   
 4 احسب  $f(1)$  ثم ارسم المنحنى  $(C_f)$

باكالوريا رياضيات 2014

(5)  $\lambda$  عدد حقيقي اكبر أو يساوي 1

(أ) احسب بدلالة  $\lambda$  العدد  $a(\lambda)$  حيث  $a(\lambda) = \int_1^\lambda [f(x) - 1] dx$   
 (ب) احسب نهاية  $a(\lambda)$  عندما يؤول  $\lambda$  إلى  $+\infty$

تمرين 21

$f$  الدالة المعرفة بـ:  $f(0) = 0$  ومن اجل كل عدد حقيقي  $x$   
 من المجال  $] -\infty; 0[$  ،  $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$  ،

( $C_f$ ) المنحنى البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

(1) ادرس استمرارية الدالة  $f$  عند 0 من اليسار.

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(3) (أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) (أ) بين أنّ  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$

(ب) استنتج أنّ المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  بجوار  $-\infty$  ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $] -\infty; 0[$  بـ:  $g(x) = \frac{g(x)}{x}$

(أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(6) (أ) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $] -\infty; 0[$  ،  $f(x) > x$

(ب) استنتج وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .

(ج) أنشئ المنحنى ( $C_f$ )

باكالوريا رياضيات 2015

(7) ( $u_n$ ) المتتالية المعرفة بـ:  $u_0 = -3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

(أ) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n < 0$

(ب) حدّد اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) .

(ج) بين أنّ المتتالية ( $u_n$ ) متقاربة، ثمّ عين  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(8)  $m$  عدد حقيقي .  $h_m$  الدالة ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $] -\infty; 0[$  بـ:

$$h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$$

- أ) احسب  $h'_m(x)$  حيث  $h'_m$  هي الدالة المشتقة للدالة  $h_m$ .
- ب) باستعمال المنحنى  $(C_f)$ ، ناقش باينيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة  $h'_m(x) = 0$ .

تمرين 22

I ( أ) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $\phi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $\phi$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة  $\phi(x) = 0$  تقبل في  $\mathbb{R}$ ، حلاً  $\alpha$  يختلف عن 1 ثم تحقق أن:  $2,79 < \alpha < 2,80$ .

(3) استنتج إشارة  $\phi(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

II ( أ)  $f$  و  $g$  الدالتان العدديتان المرفتان على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (2x - 1)e^{-x+1}$  و  $g(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$ .

(C<sub>f</sub>) و (C<sub>g</sub>) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  مماساً مشتركاً  $(T)$  في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

(3) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f(x) - g(x) = \frac{(2x - 1)\phi(x)}{x^2 - x + 1}$ .

ب) ادرس إشارة الفرق  $f(x) - g(x)$  على  $\mathbb{R}$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي  $x$ :  $\int_1^x f(t)dt$ .

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما:

$x = 1$  و  $x = 2$ .

( III

(1) احسب  $f''(x)$ ،  $f^{(3)}(x)$  و  $f^{(4)}(x)$ . أعط تخميناً لعبارة  $f^{(n)}(x)$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم.  $(f^{(n)}(x)$  الدالة المشتقة من المرتبة  $n$  للدالة  $f$ )

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ ،  $f^{(n)}(x) = (-1)^n [2x - (2n + 1)]e^{1-x}$ .

(3)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ ، كيلي:  $u_n = f^{(n)}(1)$ .

أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم  $k$ ، المجموع:  $u_k + u_{k+1}$ .

باكالوريا رياضيات 2016

ب) استنتج بدلالة  $n$ ، المجموع:  $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n}$ .

## تمرين 23

- تعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$
- $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 - أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  يطلب تعيين معادله له.

ب) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 2.

3) الدالة المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = x^2e^{-x+2} - 4$

ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$

• حدّد عندئذ وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$  على المجال  $[0; +\infty[$

4) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[0; +\infty[$

5) نعتبر  $m$  وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  الموجب:  $f(x) = m(x-2) \cdots (E)$

ناقش بياناً حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $(E)$ .

## باكالوريا رياضيات 2017

6) الدالة المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

اعتماداً على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيرات الدالة  $g$

## تمرين 24 (باكالوريا رياضيات 2017 (الدورة الاستثنائية))

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{i}\| = 1cm$

I) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (x+1)^2e^{-x}$  •  $(C)$  تمثيلها البياني.

1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أثبت أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما، احسب  $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى  $(C)$ .

II) ليكن  $m$  وسيط حقيقي، نعتبر الدالة  $f_m$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$

وليكن  $(C_m)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- (1) أثبت أن جميع المنحنيات  $(C_m)$  تشمل نقطة ثابتة  $\omega$  يطلب تعيين إحداثياتها.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f_m$  واستنتج قيم  $m$  التي من أجلها تقبل الدالة  $f_m$  قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.
- (3)  $M_m$  نقطة من المنحنى  $(C_m)$  فاصلتها  $x_m$  حيث  $x_m = 1 - m$  أثبت أنه عندما  $m$  يسمح  $\mathbb{R}$  فإن  $M_m$  تنتمي إلى منحنى يطلب تعيين معادله له.
- (4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، حيث  $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين  $(C)$  و  $(C_m)$
- (5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما  $\alpha$ ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(C)$  و  $(C_m)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما:  $x = 0$  و  $x = \alpha$ ، ثم احسب:  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

## تمرين 25

I.  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = (1 + x + x^2)e^{\frac{1}{x}} - 1$

(1) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ :  $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,9 < \alpha < 1$ ، واستنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

II.  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$  و  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{\frac{1}{x}} - x) = 1$  (يمكن وضع  $t = -\frac{1}{x}$ ) ثم استنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

(3)  $h$  الدالة العددية على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$

أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  و ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  واستنتج إشارة  $h(x)$  على  $]0; +\infty[$

ب) تحقق أن  $f(x) - x = (1+x)h(x)$

ثم استنتج الوضعية النسبية لـ  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$

(4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  (نأخذ  $f(\alpha) = 1.73$ )

- (5)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بجددها العام  $u_n$  حيث:  $u_n = \frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n+1}$
- (أ) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أن المتتالية  $(u_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول  $u_1$
- (ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = \left(\frac{1}{2}f(1) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1}\right)$$

تمرين 26

- (I)  $f_k$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f_k(x) = (x+1)e^{-kx}$  حيث  $k$  وسيط حقيقي.
- ليكن  $(\mathcal{E}_k)$  التمثيل البياني للدالة  $f_k$  في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- (1) بين أن كل المنحنيات  $(\mathcal{E}_k)$  تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.
- (2) احسب نهائي الدالة  $f_k$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $k$ )
- (3) (أ) احسب  $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي  $k$  اتجاه تغير الدالة  $f_k$ .
- (ب) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f_k$  من أجل  $k$  عدد حقيقي موجب تماما
- (4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $k$  الأوضاع النسبية للمنحنيين  $(\mathcal{E}_k)$  و  $(\mathcal{E}_{k+1})$ .

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+1)^2e^{-2x}$

نسمي  $(\mathcal{E}_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ ، ثم ارسم المنحنى  $(\mathcal{E}_f)$  على المجال  $[-\frac{3}{2}; +\infty[$ .
- (2) (أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$  أحدهما  $\alpha$  حيث  $-1,27 < \alpha < -1,28$ .
- (ب) عين قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$  حلا وحيدا.
- (3)  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (x+1)e^{-2x}$
- (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$

بكالوريا رياضيات 2019

- ثم استنتج دالة أصلية لـ  $g$  على  $\mathbb{R}$ .
- (ب) باستعمال الكاملة بالتجزئة، احسب  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(\mathcal{E}_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x = -1$  و  $x = 0$ .

تمرين 27

- (I) الدالتان العدديتان  $g$  و  $h$  معرفتان على المجال  $]-\infty; 0]$  كما يلي:  $g(x) = -2e^x$  و  $h(x) = x(e^x + 1)$
- حدّد إشارة من  $h(x)$  و  $g(x)$  على المجال  $]-\infty; 0]$ .

- ( II ) الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $] -\infty; 0]$  بـ:  $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ. بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $] -\infty; 0]$  :  $f'(x) = h(x) + g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $] -\infty; 0]$

(2) احسب  $f(0)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $] -\infty; 0]$  ثم تحقق أن  $-1.5 < \alpha < -1.4$

(4) (P) هو التمثيل البياني للدالة:  $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$  على المجال  $] -\infty; 0]$

أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$  ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنين (P) و  $(C_f)$

ج. أنشئ (P) ثم المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $] -\infty; 0]$

(5) ليكن  $m$  وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا وحسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة:

$$|f(x)| = e^m \text{ في } ] -\infty; 0]$$

باكالوريا رياضيات 2020

تمرين 28

( I ) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (x^2 - 3)e^x + 3$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  يُحقق:  $1,53 < \alpha < 1,54$

ب. احسب  $g(0)$  ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$

( II ) الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 3x + 1 + (x^2 - 2x - 1)e^x$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج أن  $f$  متزايدة تماما على كل من  $] -\infty; 0]$  و  $[\alpha; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[0; \alpha]$

ج. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) أ. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 3x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C)$  عند  $-\infty$

ب. ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

ج. بين أن  $(C)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\beta$  تحقق:  $2,03 < \beta < 2,04$

د. بين أن  $(C)$  يقبل مماسين  $(T)$  و  $(T')$  موازيين لـ  $(\Delta)$  ( لا يطلب كتابة معادلة لـ  $(T)$  و  $(T')$  )

(4) ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  ،  $(T')$  و  $(C)$  على  $]-\infty; 1 + \sqrt{2}]$

( نأخذ  $\alpha \simeq 1,53$  ،  $f(\alpha) \simeq -2,3$  ،  $f(\sqrt{3}) \simeq -2,1$  و  $f(-\sqrt{3}) \simeq -3,2$  )

(5) الدالة العددية  $h$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = f[\ln(x)]$

أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم شكل جدول تغيراتها.

باكالوريا رياضيات 2021

تمرين 29

نعتبر الدالة  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يأتي:  $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب  $f(x) + f(-x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ، ثم استنتج أن النقطة  $\omega(0; 1)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$

2. ادرس تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم استنتج جدول تغيراتها على  $\mathbb{R}$ .

3. بين أن المستقيم ذي المعادلة  $y = x$  هو مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .

احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .

4. بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث  $-1,7 < \alpha < -1,6$

باكالوريا تقني رياضي 2009

5. ارسم  $(C_f)$  من أجل  $x \in \mathbb{R}$

6. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

7. احسب  $A(\alpha)$  مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات ذات المعادلات:

$$x = \alpha \text{ و } x = 0 \text{ و } y = x + 2$$

بين أن  $A(\alpha) = 2 \ln(-\alpha)$  ثم استنتج حصرا للعدد  $A(\alpha)$

## تمرين 30

الدالة العددية على  $\mathbb{R}^*$  بالعبارة:  $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

ليكن  $(C_f)$  منحنى  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. عين العددين  $a$  و  $b$  بحيث:  $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$

2. احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالات تعريفها.

3. بين أن  $f$  متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ-  $(D)$  و  $(D')$  المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب:  $y = x$  و  $y = x + \frac{4}{3}$

بين أن  $(D)$  و  $(D')$  مقاربان للمنحنى  $(C_f)$ ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما

بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_0$  و  $x_1$  حيث  $0,9 < x_0 < 0,91$  و  $-1,66 < x_1 < -1,65$

ج- احسب من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم  $f(x) + f(-x)$ . فسّر النتيجة هندسيا.

د- ارسم  $(D)$  و  $(D')$  و  $(C_f)$ .

باكالوريا تقني رياضي 2010

هـ-  $x$  عدد حقيقي،  $(D_m)$  المستقيم المعرف بالمعادلة  $y = x + m$

ناقش بيانيا حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = x + m$

5. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يأتي:  $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة  $g$  دون حساب  $g(x)$  بدلالة  $x$ .

## تمرين 31

أ) الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

$(C_f)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1- ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

2- عين المستقيمت المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .

3- بين أن للمنحنى  $(C_f)$  نقطة انعطاف  $\omega$  يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس  $(C_f)$  عندها.

4- لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = f(x) - x$

5- أ- ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

ب- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $2,7 < \alpha < 2,8$

- 6- أ- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = 0$  .  
 ب- ارسم المماس والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = x$  والمنحنى  $(C_f)$  .
- ب)  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي:  $U_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_{n+1} = f(U_n)$
- 1- باستخدام  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  مثل  $U_0$  و  $U_1$  و  $U_2$  على حامل محور الفواصل .
  - 2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $1 \leq U_n < \alpha$  .
  - 3- بي أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما .
  - 4- استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة و بين أن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$  .

باكالوريا تقني رياضي 2011

تمرين 32

I -  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

- 1- ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .
- 2- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث:  $59 < \alpha < 60$  .
- 3- استنتج إشارة  $g(x)$  .

II -  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x - 2}{e^x - 2x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

باكالوريا تقني رياضي 2012

(وحدة الطول 2cm)

- 1- بين أن  $(C_f)$  يقبل عند  $-\infty$  و  $+\infty$  مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب  $y = -1$  و  $y = 0$
- 2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$  .
- 3- ب) استنتج إشارة  $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
 ج) احسب  $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $f(x)$  .
- 4- أ) بين أن:  $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث  $\alpha$  هو العدد المعروف في السؤال 1 من الجزء I .  
 ب) استنتج حصرًا للعدد  $f(\epsilon)$  (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ) ج- ارسم  $(C_f)$  .
- 5- ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد وإشارة حلول المعادلة:  $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$

- 6-  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = [f(x)]^2$
- أ) احسب  $h'(x)$  بدلالة كل من  $f(x)$  و  $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة  $h'(x)$
- ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $h$

تمرين 33

I - الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (x-1)e^x$

- 1) ادرس تغيرات  $g$
- 2) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $1 + (x-1)e^x \geq 0$

II - الدالة  $f$  معرفة على  $[0; +\infty[$  كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x}; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

- 1- أ) بين أن  $f$  مستمرة على  $[0; +\infty[$
- ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- أ) تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

III -  $n$  عدد طبيعي حيث  $n \geq 1$ ؛ الدالة المعرفة على  $[0; +\infty[$  بـ:  $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$

و  $(C_n)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f_n$  على  $[0; +\infty[$

2- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنين  $(C_n)$  و  $(C_{n+1})$

4- بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة  $B$  يطلب تعيين إحداثياتها.

5- أ) بين أنه، يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha_1$  من  $]0, 3[; 0, 4[$  بحيث  $f_1(\alpha_1) = 0$

ب) بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث  $n \geq 1$  فإن:  $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha_n$  من  $]\alpha_1; 1[$  بحيث  $f_n(\alpha_n) = 0$

6- أ) بالاعتماد على الجزء II؛ بين أنه، من أجل كل  $x$  من  $]0; 1[$ :  $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$

ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث  $n \geq 1$ :  $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثم  $\alpha_{n \geq \frac{1-e}{n}}$

ج) جد نهاية المتتالية  $(\alpha_n)$

## تمرين 34

هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x-1)e^x$   $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) عين نهاية  $f$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن  $1,27 < \alpha < 1,28$   
 ب) أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$   
 ج) أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$

باكالوريا تقني رياضي 2014

(4) عين قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة:  $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$  حلا واحدا في  $\mathbb{R}$

(5) هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني  
 أ) بين أن الدالة  $h$  زوجية.  
 ب) ارسم  $(C_h)$  مستعينا بالمنحنى  $(C_f)$

(6) دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (ax+b)e^x$  حيث:  $a, b$  عدنان حقيقيان  
 عين  $a, b$  حتى يكون: من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ;  $g'(x) = f(x)$

## تمرين 35

(I)  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $g(x) = (x+2)e^x - 2$

- (1) احسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) احسب  $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

باكالوريا تقني رياضي 2015

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = -g(x)$  ،  
 ب) استنتج إشارة  $f'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
 ج) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = 2x + 3$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$   
 ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .
- (3) أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $0,92 < \alpha < 0,93$  و  $-1,56 < \beta < -1,55$   
 ب) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; \frac{3}{2}]$
- (4) أ) بين أن الدالة:  $x \mapsto xe^x$  هي دالة أصلية للدالة  $x \mapsto (x+1)e^x$  على  $\mathbb{R}$  .  
 ب) احسب  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما:  
 $x = 0$  ،  $x = \alpha$  (حيث  $\alpha$  هي القيمة المعرفة في السؤال 3) أ) )  
 ج) جد حصرا للعدد  $A$  .

## تمرين 36

- الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  بـ:  $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$   
 و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$  :  $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$  و ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة صفر.  
 ب)  $h$  دالة عددية معرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  بـ:  $h(x) = e^{-x} + x - 1$   
 ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$  :  $h(x) \geq 0$
- (4) بين انه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$  :  $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المماس  $(T)$  ، فسر النتيجة بيانيا.

- (5) أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل مبدأ المعلم  $O$  والنقطة  $A(-2; \frac{2}{3}e^2)$  ثم ارسم المستقيمين

بكالوريا تقني رياضي 2018

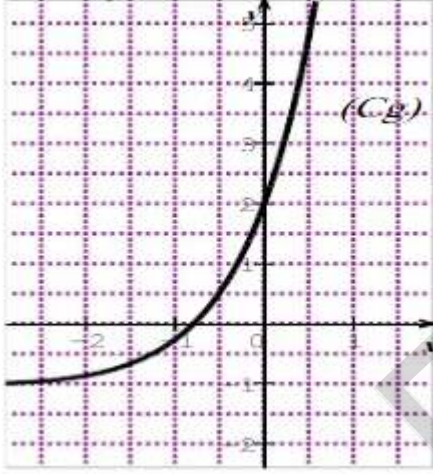
$(T)$  ،  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; 1[$  .

- (6) أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 1[$  :  $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$   
 ب) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$  : ثم بين أن :  $1 - \ln(2) \leq \int_{-1}^0 f(x)dx < e - 1$

(7)  $m$  وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة :  
 $f(x) = mx$  ، حيث  $x \in [-2; 1]$  .

تمرين 37

( I ) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (x+3)e^x - 1$  و  $(C_g)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .  
 بقراءة بيانية



باكالوريا تقني رياضي 2019

(أ) حدّد إشارة  $g(-1)$  و  $g\left(\frac{-1}{2}\right)$  .

(ب) استنتج وجود عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد من المجال

$\left]-1; \frac{-1}{2}\right]$  بحيث  $g(\alpha) = 0$  ثم تحقّق أنّ :  $-0,8 < \alpha < -0,7$

(ج) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

( II ) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x)$  .

(2) بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = g(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(3) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$  ثم استنتج أنّ  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

ج) اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$  .

(4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; 1]$  (يعطى  $f(\alpha) \approx -0,7$ )

(5) احسب  $f(x) - g(x)$  ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  .

(6) الدالة المعرفة على كما يلي :  $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) بين أنّ الدالة  $h$  زوجية .

ب) تاكد أنّه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  فإن :  $h(x) = f(x-2) + 1$  .

ج) اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم ارسم  $(C_h)$  على المجال  $[-3; 3]$  .

## تمرين 38

الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $[-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$  (وحدة الطول 2cm)  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس

- (1) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-1; +\infty[$  :  $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$  .  
 ب. ادرس إشارة  $f'(x)$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  .  
 ج. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

- (2) أ. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = x - \frac{3}{4}$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  . ب. ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .

- (3) بين أن المنحنى البياني  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا للمستقيم  $(\Delta)$  يُطلب كتابة معادلة له .

- (4) بين أن المنحنى البياني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها .

- (5) ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و المنحنى البياني  $(C_f)$  .

باكالوريا تقني رياضي 2020

- (6) ليكن  $m$  وسيطا حقيقيا. عين مجموعة قيم  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة:  $f(x) = x + m$  حلين مختلفين .

## تمرين 39

I ( الدالة العددية  $g$  معرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$

- (1) بين أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$   
 (2) أ. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $1,71 < \alpha < 1,72$   
 ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب  $x$  إشارة  $g(x)$

II ( الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x + 1 + (-x^2 - 2x + 3)e^{1-x}$   
 $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  :  $f'(x) = g(x)e^{1-x}$   
 ب. استنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[\alpha; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[\alpha; +\infty[$   
 ج. بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$

- (2) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C)$  ثم ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

(3) بين أن  $(C)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  في نقطة  $A$  يُطلب تعيين فاصلتها ( لا يطلب كتابة معادلة  $(T)$  )

(4) أ. بين أن  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها  $(1 + \sqrt{6})$   
ب. ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C)$  ( نأخذ  $f(\alpha) \simeq 1,1$  ،  $f(\sqrt{5}) \simeq 1,4$  و  $f(1 + \sqrt{6}) \simeq 3,1$  )

(5) الدالة العددية  $h$  معرفة على المجال  $] -\infty; 0]$  بـ:  $h(x) = -x + 1 + (-x^2 + 2x + 3)e^{1+x}$   
 $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

باكالوريا تقني رياضي 2021

أ. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $] -\infty; 0]$  :  $h(x) = f(-x)$   
ب. اشرح كيفية رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C)$  ثم ارسمه.

تمرين 40 (باكالوريا تقني رياضي 2017 (الدورة الاستثنائية))

( I ) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$   
- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

( II ) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (x + 1)(1 + 2e^{-x})$   
 $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 1cm$

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$  ثم استنتج معادلة لـ  $(\Delta)$  ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى  $(C_f)$   
ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$

(3) اثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا وحيدا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يُطلب تعيين معادلة له.

(4) باستعمال المنحنى  $(C_f)$  ، عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى يكون للمعادلة  $f(x) = x + m$  حلين مختلفين.

(5) ليكن  $\alpha$  عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ  $A(\alpha)$  إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  وبالمستقيمت التي معادلاتها على الترتيب:  $y = x + 1$  ،  $x = -1$  و  $x = \alpha$   
ب- احسب  $A(\alpha)$  بدلالة  $\alpha$  ثم  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

-تمت و الحمد لله-