



*A Mcours*

*Sidi-Fich*

*N°:0664 64 32 10*

دورة جوان 2008:

**التمرين الثاني (5 نقط)**

- $(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_n = 3n + 1$  .
- 1/ احسب  $u_2, u_1, u_0$  .
  - 2/ بين أن  $(u_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها . عيّن اتجاه تغير  $(u_n)$  .
  - 3/ تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  . ما رتبته؟
  - 4/ أحسب المجموع :  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$

**التمرين الأول (6 نقط)**

- $(u_n)$  متتالية عددية معرفة بحدّها الأول  $u_1 = 7$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $u_{n+1} = 2u_n + 1$
- 1) أحسب  $u_4, u_3, u_2$  .
  - 2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ، نعرف المتتالية  $(v_n)$  كما يأتي :  $v_n = u_n + 1$  .
    - أ - أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدّها الأول  $v_1$  .
    - ب - اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .
    - ج - نضع :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ، احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  .
    - د - عين  $n$  علما أن  $S_n = 1016$  .

دورة جوان 2009:

**تمرين الأول: (06 نقاط)**

- $(u_n)$  متتالية حسابية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بحدّها الأول  $u_1 = 2$  و بالعلاقة  $u_2 - 2u_5 = 19$  .
- 1) أ - أحسب الأساس  $r$  للمتتالية  $(u_n)$  .  
ب - أحسب الحد العاشر
  - 2) أكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .
  - 3) بين أن العدد (-2008) هو حدا من حدود  $(u_n)$  . محدّدًا رتبته .
  - 4) أحسب المجموع :  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{671}$

**التمرين الثاني: (07 نقاط)**

- ( $u_n$ ) متتالية هندسية معرفة على  $\mathbb{N}$  و أساسها موجب.
- 1- عين أساس هذه المتتالية و حدّها الأول  $u_0$  إذا علمت أن:  $u_3 = 144$  و  $u_5 = 576$ .
  - 2- تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n = 18 \times 2^n$
  - 3- أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ , ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي  $n$  حيث:  $i_n = 1134$

**دورة جوان 2010:**

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

- (I) ( $u_n$ ) متتالية حسابية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالحددين:  $u_{10} = 31$  و  $u_{15} = 46$
- 1- عين أساسها و حدّها الأول  $u_0$ .
  - 2- أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .
  - 3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية ( $u_n$ ).
  - 4- أحسب المجموع  $S$ :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$
- (II) نعتبر المتتالية ( $v_n$ ) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 2 \times 8^n$ .
- 1- بيّن أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول  $v_0$ .
  - 2- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'$ :  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

**التمرين الثالث: (07 نقاط)**

- ( $u_n$ ) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية  $\mathbb{N}$ , أساسها  $q$  و حدّها الأول  $u_0$
- حيث:  $u_1 = 6$  و  $u_4 = 48$ .
1. أ- أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية ( $u_n$ ).  
ب- استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية ( $u_n$ ) هي:  $u_n = 3 \times 2^n$ .
  2. أ- علماً أنّ  $2^8 = 256$ ; بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية ( $u_n$ ).  
ب- أحسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$ .
  3. ( $v_n$ ) متتالية عددية معرفة بـ:  $v_0 = 4$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_{n+1} = 2v_n - 1$   
أ- احسب:  $v_1, v_2, v_3$ .  
ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = 3 \times 2^n + 1$   
ج- أحسب المجموع  $S'$  حيث:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$ .

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

(I)  $(u_n)$  متتالية حسابية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالحددين:  $u_{10} = 31$  و  $u_{15} = 46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول  $u_0$ .

2- أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$ .

4- أحسب المجموع  $S$ :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$

(II) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 2 \times 8^n$ .

1- بيّن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول  $v_0$ .

2- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'$ :  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(2) أ- علماً أنّ  $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$ .

ب- أحسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$ .

3.  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة بـ:  $v_0 = 4$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ- احسب:  $v_1, v_2, v_3$ .

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = 3 \times 2^n + 1$

ج- أحسب المجموع  $S'$  حيث:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$ .

**دورة جوان 2011:**

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

(أ)  $(u_n)$  متتالية هندسية أساسها 3 و حدّها الأول  $u_0$  بحيث:  $u_0 + u_3 = 28$

1. احسب  $u_0$ ، ثمّ اكتب الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

2. احسب المجموع:  $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$ .

(ب)  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بحدّها العام:  $v_n = 1 - 5n$ .

1. بيّن أنّ  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثمّ استنتج اتجاه تغيّرها.

2. احسب المجموع:  $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$ .

(ج) نعتبر المتتالية  $(k_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدّها العام:  $k_n = 1 + 3^n - 5n$

- تحقّق أنّ:  $k_n = u_n + v_n$  ثمّ احسب المجموع:  $S = k_0 + k_1 + \dots + k_9$

**التمرين الثالث: (06 نقاط)**

$(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتان العدديتان المعرفتان على  $\mathbb{N}$  بحديهما العام:  $u_n = -2n$  و  $v_n = 3^{-2n}$  عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

اقتراح 3	اقتراح 2	اقتراح 1	
لا حسابية ولا هندسية	حسابية	هندسية	1 $(u_n)$ هي متتالية
-88	-92	-90	2 الحد الخامس والأربعون للمتتالية $(u_n)$ يساوي
$-n^2 - 1$	$-n^2 - n$	$n^2 + 1$	3 المجموع $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يساوي
-9	9	$\frac{1}{9}$	4 $(v_n)$ هي متتالية هندسية أساسها
ليست رتيبة	متناقصة	متزايدة	5 المتتالية $(v_n)$

**دورة جوان 2012:**

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

$a, b, c$  ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها  $r$  حيث:  $a + b + c = 9$

1. أ) احسب  $b$  ثم اكتب  $a$  و  $c$  بدلالة  $r$ .

ب) علّم أنّ:  $a \times c = -16$

- عيّن الأساس  $r$  ثم استنتج  $a$  و  $c$ .

2.  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0 = -2$  و أساسها 5.

أ) عبّر عن الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ب) احسب  $u_{15}$  ثم استنتج المجموع:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$

3.  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة:  $8v_n - u_n = 0$

- احسب المجموع:  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

( $u_n$ ) متتالية حسابية متزايدة ، أساسها  $r$  ، حدّها الأول  $u_1$  و  $u_3 = 7$  .

1. (أ) احسب بدلالة  $r$  الجداين :  $T_1 = u_1 \times u_5$  و  $T_2 = u_2 \times u_4$

(ب) عيّن الأساس  $r$  بحيث :  $T_2 - T_1 = 27$

2. نضع  $r = 3$  .

(أ) اكتب عبارة الحدّ العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بيّن أن :  $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$

(ج) جد العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $S_n = 145$

3. (أ) اكتب الحدّ  $u_{n+5}$  بدلالة العدد الطبيعي  $n$  .

(ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$

(ج) استنتج الأعداد الطبيعية  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $\frac{u_{n+5}}{n}$  طبيعيا .

**دورة جوان 2013:**

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

( $v_n$ ) متتالية هندسية حدّها الأول  $v_0 = 2$  وأساسها 3 .

1- (أ) عبّر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  .

(ب) احسب بدلالة  $n$  الفرق  $v_{n+1} - v_n$  ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية ( $v_n$ ) .

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  .

(أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  .

(ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $S_n = 80$  .

(ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، العدد  $3^n - 1$  يقبل القسمة على 2 .

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

- $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 34$  بحيث: 5 أساسها  $u_0$  و  $(u_n)$  متتالية حسابية حدّها الأول
- 1- احسب  $u_0$ .
- 2- بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 5n + 1$ .
- 3- عيّن العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$ .
- 4- احسب المجموع:  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$ .
- 5- المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة:  $v_n = 2u_n + 1$ .
- (أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية  $(v_n)$ .
- (ب) احسب المجموع:  $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$ .

**دورة جوان 2014 :**

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التعليل:

- (1)  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها 3 وحدّها  $u_2 = 1$ . الحد العام للمتتالية  $(u_n)$  هو:
- (أ)  $u_n = 1 + 3n$  (ب)  $u_n = 7 + 3n$  (ج)  $u_n = -5 + 3n$
- (2)  $n$  عدد طبيعي. المجموع  $1 + 2 + 3 + \dots + n$  يساوي:
- (أ)  $\frac{n^2 + n}{2}$  (ب)  $\frac{n(n-1)}{2}$  (ج)  $\frac{n^2 + 1}{2}$
- (3)  $x$  عدد حقيقي. تكون الأعداد  $x - 2$ ،  $x$ ،  $x + 1$  بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان:
- (أ)  $x = 3$  (ب)  $x = 5$  (ج)  $x = -2$
- (4)  $(v_n)$  متتالية هندسية معرفة على  $\mathbb{N}$ ، حدّها العام  $v_n = 2 \times 3^{n+1}$ . أساس المتتالية  $(v_n)$  هو:
- (أ) 2 (ب) 3 (ج) 6

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

( $v_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:  $v_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ؛  $v_{n+1} = 5v_n + 4$

(1) احسب:  $v_1$  ،  $v_2$  و  $v_3$

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ؛  $u_n = v_n + 1$

أ- بيّن أن ( $u_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $5 = q$  وحدها الأول  $u_0 = 2$

ب- اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

ج- حلّ العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية واستنتج أنه حد من حدود المتتالية ( $u_n$ )

(3) أ- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث:  $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

**دورة جوان 2015:**

**التمرين الثاني: (07 نقاط)**

( $u_n$ ) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$  حيث:  $u_0 = 2$  و  $q = 3$ .

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$ .

(2) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_5$ .

(3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية ( $u_n$ ).

(4) أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ .

ب) استنتج قيمة المجموع:  $2 + 6 + 18 + \dots + 486$ .

(5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ،  $3^2$  ،  $3^3$  و  $3^4$ .

ب) استنتج أنه لكل  $k$  من  $\mathbb{N}$  ؛  $3^{4k} \equiv 1[5]$ .

(6) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  التي من أجلها يكون  $3^n - 1$  قابلا للقسمة على 5.

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

( $u_n$ ) متتالية حسابية حدّها الأول  $u_1$  وأساسها  $r$  حيث:  $u_2 = \frac{1}{2}$  و  $u_1 - u_3 = 5$

(1) أ) بيّن أن:  $u_1 + u_3 = 1$ .

ب) عيّن الحدّ الأول  $u_1$  ؛ ثم استنتج أن  $r = -\frac{5}{2}$ .

(2) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها  $S_n = -\frac{657}{2}$ .

(4)  $n$  عدد طبيعي غير معدوم ، نضع:  $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$ .

أ) تحقّق أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  :  $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$ .

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  :  $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$ .

### دورة جوان 2016:

التمرين الثاني: ( 07 نقاط )

لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $u_n = 3n - 2$ .

- (1) احسب  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$ .
- (2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية و عين أساسها .
- (3) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .
- (4) بين أن العدد 1954 حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  و عين رتبته.
- (5) أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .  
ب) عين العدد  $n$  بحيث يكون :  $S_n = 328$ .

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

نعتبر المتتالية الحسابية  $(u_n)$  التي أساسها 3 وحدها الأول  $u_0$  وتحقق :  $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$ .

- (1) احسب الحد الأول  $u_0$ .
- (2) اكتب الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .
- (3) عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $u_n = 145$ .
- (4) احسب المجموع  $S$  بحيث :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{49}$ .
- (5) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة :  $v_n = 2u_n + 3$  .  
احسب المجموع  $S'$  بحيث :  $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{49}$ .

### دورة جوان 2017:

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

$(u_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $u_1 = 20$  و  $u_3 = 320$ .

- (1) بين أن أساس المتتالية  $(u_n)$  هو 4 وحدها الأول هو 5.
- (2) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية  $(u_n)$  بدلالة  $n$  ثم استنتج قيمة حدها السابع.
- (3) أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي  $n$  المجموع  $S$  حيث  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  .  
ب) استنتج قيمة المجموع  $S'$  حيث  $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_6$ .

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

$(u_n)$  متتالية حسابية معرفة على المجموعة  $\mathbb{N}$  بحدّها الأول  $u_0 = -5$  و  $u_3 + u_7 = 50$ .

- (1) عين الأساس  $r$  للمتتالية  $(u_n)$ .
- (2) بين أن : من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 6n - 5$ .
- (3) اثبت أن العدد 2017 حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  ، ماهي رتبته ؟
- (4) احسب بدلالة العدد الطبيعي  $n$  المجموع  $S$  حيث  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .