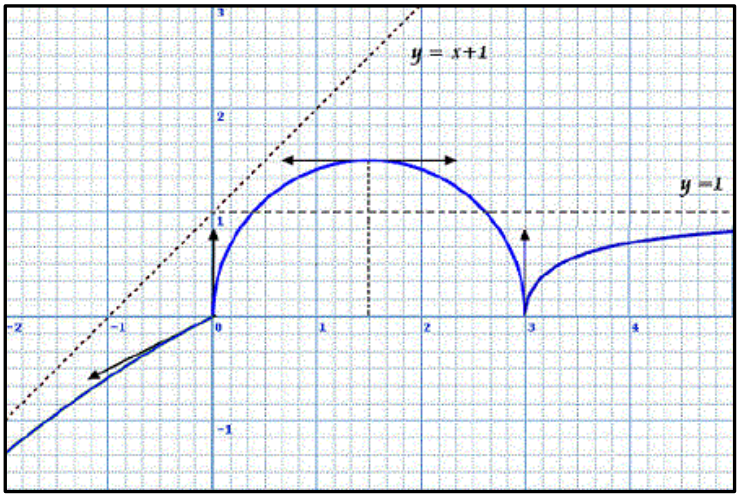
التمرين رقم 01

الشكل المرافق لتمثيل بياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$.



بقراءة بيانية، أجب عن الأسئلة التالية:

1) حدد النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} \dfrac{2f(x)-3}{2x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{f(x)}{x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]$.

2) هل f قابلة للاشتقاق عند العدد 3؟ برر إجابتك.

3) هل f قابلة للاشتقاق عند العدد 0؟ برر إجابتك.

4) شكل جدول تغيرات الدالة f.

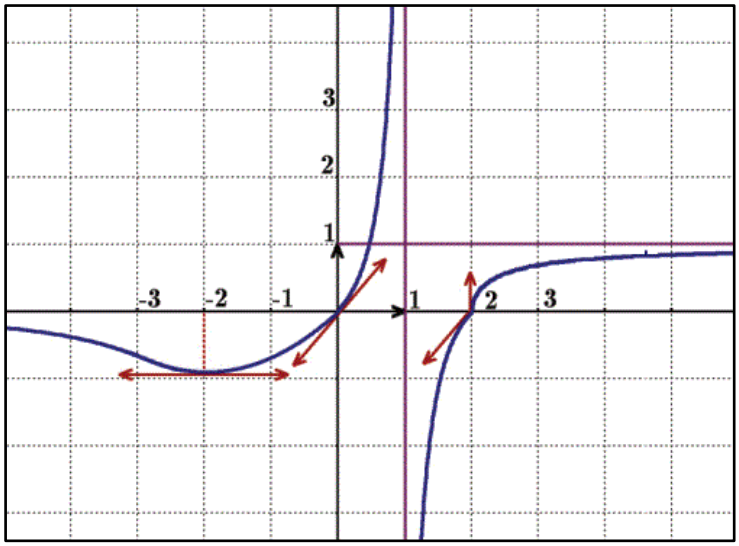
5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

التمرين رقم 02

لتكن f دالة معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}-\{1\}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I- اختر الجواب الصحيح في كل مما يأتي معتمدا على المنحنى البياني (C_f) الممثل للدالة f في الشكل المرافق:



1) أ- $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=-\infty$.

ب- $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=+\infty$.

جـ- $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ غير موجودة.

2) أ- f قابلة للاشتقاق عند 2.

ب- f قابلة للاشتقاق عند يسار 2.

جـ- f قابلة للاشتقاق عند يمين 2.

3) أ- f قابلة للاشتقاق عند -2 وقابلة للاشتقاق عند 0.

ب- f قابلة للاشتقاق عند -2 وغير قابلة للاشتقاق عند 0

جـ- f غير قابلة للاشتقاق عند -2 وغير قابلة للاشتقاق عند 0.

II- بقراءة بيانية:

1) حدد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$.

2) أعط معادلات المستقيمات المقاربة للمنحى (C_f).

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

التمرين رقم 03

1) لتكن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x)=3x-2\cos x$.

بين أن المعادلة $u(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا α حيث:

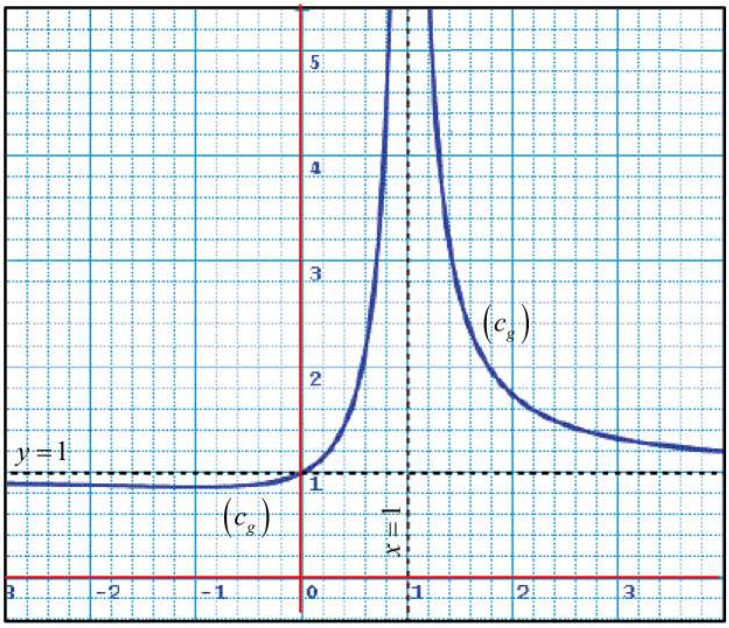
$0,56<\alpha<0,57$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{\alpha\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x-2}{3x-2\cos x}$.

أ- بين من أجل كل عدد حقيقي $x>\dfrac{2}{3}$ أن: $\dfrac{3x-2}{3x+2}\le f(x)\le 1$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بتمثيلها البياني (c_g) في الشكل المرفق حيث $x=1$ و $y=1$ مستقيمان مقاربان للمنحنى (c_g).



بقراءة بيانية، جد $\lim\limits_{x\to1} g(x)$ و $\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)$.

4) نضع $h = g \circ f$.

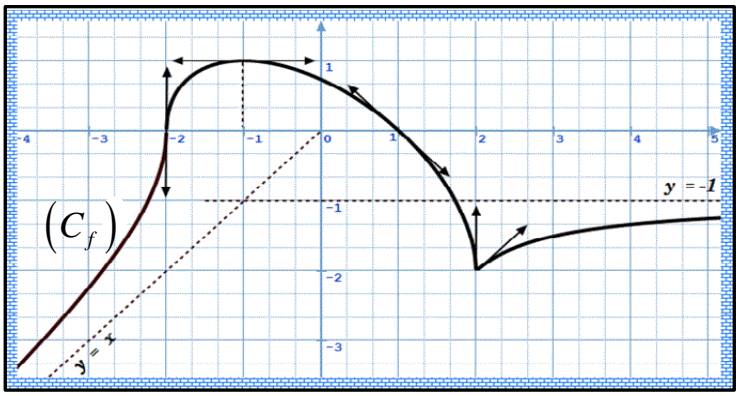
أ- أوجد مجموعة تعريف الدالة h.

ب- عين النهايات التالية:

$\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} \alpha} h(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{\prec} \alpha} h(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x \to 1000\pi} h(x)$.

التمرين رقم 04

يعطى التمثيل البياني (C_f) لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما يلي:



بحيث:

- المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
- المستقيم ذو المعادلة $y = -1$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

1) بقراءة بيانية، أجب عن الأسئلة التالية مبررا إجاباتك:

أ- عين النهايات التالية:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \text{ ، } \lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ ، } \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ ،}$$

$$\lim_{x \xrightarrow{\prec} -2} \frac{f(x)}{x+2} \text{ ، } \lim_{x \xrightarrow{\succ} -2} \frac{f(x)}{x+2}.$$

ب- عين $f'(-1)$ ، $f'(1)$ و $f'_d(2)$.

2) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ بـ:

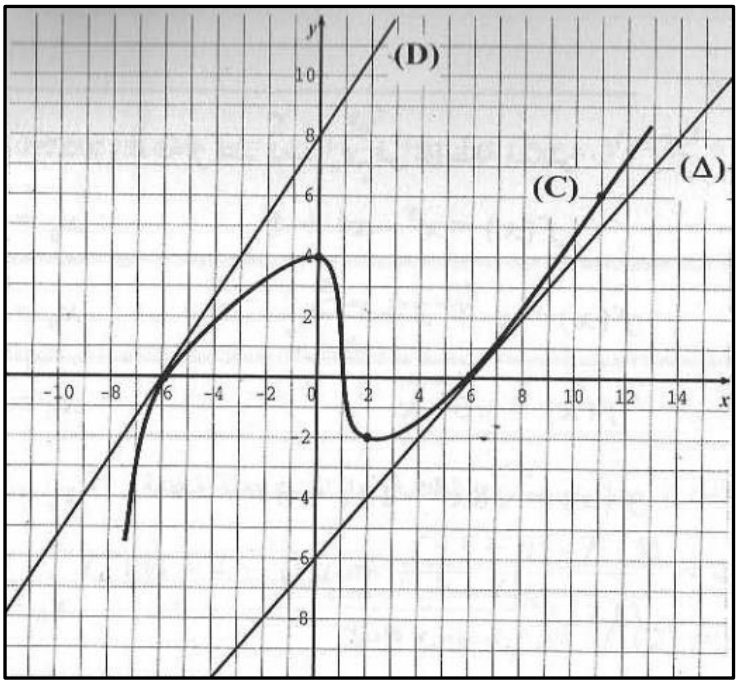
$$g(x) = \begin{cases} f(2\tan x) & ; \ x \neq \frac{\pi}{2} \\ -1 & ; \ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بين أن g مستمرة على المجال $\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$.

التمرين رقم 05

الشكل المرافق لتمثيل بياني (C_f) لدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث:

- (Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 6.
- (D) هو المماس للمنحنى (C_f) في النقطة B ذات الفاصلة -6.



بقراءة بيانية:

1) حدد $f'(6)$ و $f'(-6)$.

2) استنتج $\lim\limits_{x \to 6} \frac{f(x)}{x-6}$ و $\lim\limits_{x \to -6} \frac{f(x)}{x+6}$.

3) أكتب كلا من معادلتي (Δ) و (D).

- حقوق النشر محفوظة -
الأستاذ عبد الحميد