تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

شعبة : تقني رياضي

التمرين [1] [باك 2009][م1]

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3) أ- بين أن المستقيم ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

4) بين أن للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث : $-1,7<\alpha<-1,6$.

5) أرسم (C_f) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$.

التمرين [2] [باك 2010][م2]

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$.

2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

3) بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ- (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$.

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث : $0,9<x_0<0,91$ و $-1,66<x_1<-1,65$.

جـ- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$. فسر النتيجة هندسيا .

د- أرسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ- m عدد حقيقي ، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.

5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي : $g(x)=\left[f(x)\right]^2$.

أدرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين [3] [باك 2011][م2]

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس تغيّرات الدالة f .

2) عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3) بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة إنعطاف ω يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها .

4) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=f(x)-x$.

أ- أدرس تغيّرات الدالة g .

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2{,}7<\alpha<2{,}8$.

5) أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$.

ب- أرسم المماس و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ و المنحنى (C_f) .

التمرين [4] [باك 2012][م1]

I) g هي الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1) أدرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $1{,}59<\alpha<1{,}60$.

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$.

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

جـ- أحسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3) أ- بيّن أن $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء **I)** .

ب- استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

جـ- أرسم (C_f) .

4) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\left[f(x)\right]^2$.

أ- أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب- شكّل جدول تغيّرات الدالة h .

التمرين [5] [باك 2013][2م]

I) الدالة g معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x-1)e^x$.

1) أدرس تغيّرات الدالة g .

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^x \geq 0$.

II) f هي الدالة المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x} \quad ; \quad x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$.

1) أ- بيّن أن f مستمرة على المجال $[0;+\infty[$.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$.

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

III) n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$ ، f_n الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$.

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f_n على المجال $]0;+\infty[$.

2) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4) بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها .

5) أ- بيّن أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3;0,4[$ بحيث : $f_1(\alpha_1)=0$.

ب- بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فإن : $f_n(\alpha_1)<0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$.

6) أ- بالإعتماد على الجزء II ، بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0;1]$: $\dfrac{e^x-1}{x}\leq e-1$.

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$: $\ln(\alpha_n)\geq \dfrac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

جـ- جد نهاية المتتالية (α_n) .

التمرين [6] [باك 2014][2م]

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-1)e^x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن نهاية f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $1.27<\alpha<1.28$.

ب- أكتب معادلة لـ(T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية (C_f) بالنسبة لـ(T) .

جـ- أرسم (T) و (C_f) .

4) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$.

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\left(|x|+1\right)e^{-|x|}$. و (C_h) تمثيلها البياني.

أ- بيّن أن الدالة h زوجية.

ب- أرسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^x$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

عيّن a و b حتى يكون : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$.

التمرين [7] [باك 2015][2م]

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x+2)e^{x}-2$.

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$.

ب- استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

جـ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $0{,}92<\alpha<0{,}93$ و $-1{,}56<\beta<-1{,}55$.

ب- أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

التمرين [8] [باك 2017][الدورة الإستثنائية][2م]

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-2xe^{-x}$.

- أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- أدرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2) أ- بيّن أن $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) باستعمال المنحنى (C_f) ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين .

التمرين [9] [باك 2018][1م]

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to1 \\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ ـ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

بـ ـ h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $h(x)=e^{-x}+x-1$.

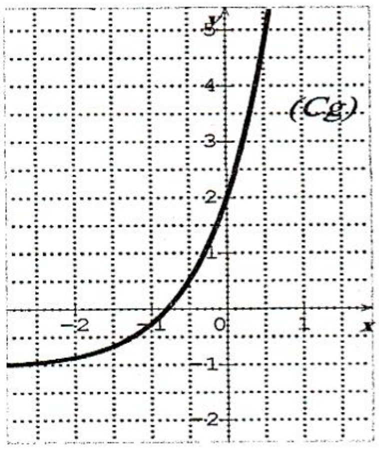
أدرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثم أستنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

4) بيّن أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T) .

فسر النتيجة بيانيا.

5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2;\frac{2}{3}e^2\right)$ ، ثم أرسم المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$.

التمرين [10] [باك 2019][1م][5ن]



I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x+3)e^{-x}-1$.

(C_g) تمثيلها البياني كما هو مبيّن في الشكل .

بقراءة بيانية :

1) حدد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

2) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$ بحيث : $g(\alpha)=0$.

ثم تحقق أن : $-0.8<\alpha<-0.7$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(x+2)(e^x-1)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

بـ ـ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ ـ أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .

4) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$. (يُعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$. (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ ـ بيّن أن الدالة h زوجية .

بـ ـ تحقق أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$.

جـ ـ إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $[-3;3]$.

التمرين [11] [باك 2020][2م]

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^2$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;+\infty[$: $f'(x)=(1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$.

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ، و استنتج إتجاه تغير الدالة f .

جـ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيَراتها .

2) أ- بيَن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-\frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) بيَن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

4) بيَن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يُطلب تعيينها .

5) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

6) ليكن m وسيطا حقيقيا . عيَن مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين .

التمرين [12] [باك 2021][1م]

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-5+e^{x-1}$.

1) بيَن أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) أ- بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.71<\alpha<1.72$.

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+1+(-x^2-2x+3)e^{1-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)e^{1-x}$.

ب- استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[0;\alpha]$.

جـ- بيَن أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيَرات الدالة f .

2) بيَن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3) بيَن أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في نقطة A يُطلب تعيين فاصلتها (لا يُطلب كتابة معادلة (T))

4) أ- بيَن أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف وحيدة فاصلتها $(1+\sqrt{6})$.

ب- أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) . (نأخذ : $f(\alpha)\approx 1.1$ ، $f(\sqrt{5})\approx 1.4$ و $f(1+\sqrt{6})\approx 3.1$)

5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $h(x)=-x+1+(-x^2+2x+3)e^{1+x}$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$: $h(x)=f(-x)$.

ب- إشرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

" The only way to learn mathematics is to do mathematics "

كتابة : خالد بخاخشة

نشر يوم 2021/11/08