سلسلة تمارين الدوال الأسّية الواردة في البكالوريا

من 2008 إلى 2018 [شعبة علوم تجريبية]

السنة الدراسية : 2018/ 2019 جمع و إعداد الأستاذ : بخاخشة خالد

التمرين الأول [باك 2008] [م1] (7.5ن)

I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1\ cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$.

(C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر النتيجة بيانيا. (نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثييها .

د) أكتب معادلة المماس للمنحى (C_g) عند النقطة I .

هـ) أرسم (C_g) .

و) H الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي : $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان

- عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$. استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0 .

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين الثاني [باك 2010] [م2] (7ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ- أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و فسر هندسيا النتيجة.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) أ- بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$.

بـ- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$.

بـ- هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ- أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

التمرين الثالث[باك 2011] [م2] (7ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{x}-ex-1$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ ـ أحسب $f'(x)$ ثمّ أدرس إشارتها.

جـ ـ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) أ ـ بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

بـ ـ أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

جـ ـ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$، تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α.

د ـ أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$.

3) أ ـ أحسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ ؛ $x=\alpha$.

بـ ـ أثبت أن : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^{2}-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات)

التمرين الرابع[باك 2012] [م2] (7ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-xe^{x}$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) أ ـ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ ، تقبل في حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$

بـ ـ تحقق أن $0.5<\alpha<0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن : $f'(x)=-g(x)$ ،

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) بين أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

4) أ ـ بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$

بـ ـ أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبية إلى (Δ) .

5) أ ـ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6<x_1<-1.5$ و $1.5<x_2<1.6$.

بـ ـ أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=(ax+b)e^{x}$

أ ـ عين العددين الحقيقين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{x}$ على $\mathbb{R}$.

بـ ـ إستنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

التمرين الخامس [باك 2013] [م1] (6.5ن)

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}f(x)$ ، ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C) .

2) أحسب $f'(x)$. بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .

4) أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثمّ أرسم المنحني (C') الممثل للدالة $|f|$.

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $m=|f(x)|$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) أدرس تغيّرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) أ- تحقق أن $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أن : $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب- إستنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$.

جـ- تحقق من أن : $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T) .

التمرين السادس [باك 2015] [م1] (6ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أن: $0,36<\alpha<0,37$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

ب- إستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(\alpha)\approx 0,1$.

6) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$.

ب- إستنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

التمرين السابع [باك 2016] [م2] (6ن)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.

1) أ- أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب - بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$

جـ- أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38 < \alpha < -1,37$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{x^2e^x}{e^x - x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

ب- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \dfrac{xe^x g(x)}{\left(e^x - x\right)^2}$ (حيث f' هي مشتق الدالة f) .

جـ- أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2) أ- بيّن أن : $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \dfrac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - x^2\right]$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

جـ- أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha) \approx 0,29$)

التمرين الثامن [باك 2017] [م2] (7ن)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2 - x^2e^{1-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ و أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

II) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = 1 - xe^{1-x}$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x) \geq 0$ ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T) .

2) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$.

3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;1\right]$.

جـ- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = 2x + \left(x^2 + 2x + 2\right)e^{1-x}$.

- تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = 1$.

التمرين التاسع [باك 2018][م1] (7ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$.

1)أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2)أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$..

1)أ- أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

بـ- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - (2x+1)\right]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $(\Delta): y = 2x + 1$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 0{,}8$).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^{x}$

6)أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x}$ و التي تنعدم من أجل $x = 1$.

بـ- أحسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيميات التي معادلاتهما: $x = 1$ ، $x = 3$ و $y = 2x + 1$

لا تنسونا بصالح دعائكم ☺

الأستاذ : بخاخشة خالد