الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية المسيلة

إمتحان الفصل الثاني | ثانوية: الشهيد حميدي عيسى

المستوى: ثالثة علوم تجريبية | دورة مارس 2023

إختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و 30 د

التمرين الأول: (04 نقاط)

✍ اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل:

1) f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بــ: $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}$، القيمة المتوسطة للدالة f المجال $[2;5]$ هي: $m=\dfrac{\ln 2}{3}$.

2) يتكون فريق عمل من 3 رجال و 5 نساء، يراد تشكيل لجنة مكونة من 3 أشخاص رئيس ونائب وكاتب، احتمال أن تكون اللجنة تضم رجلان وإمرأة هو: $\dfrac{15}{56}$.

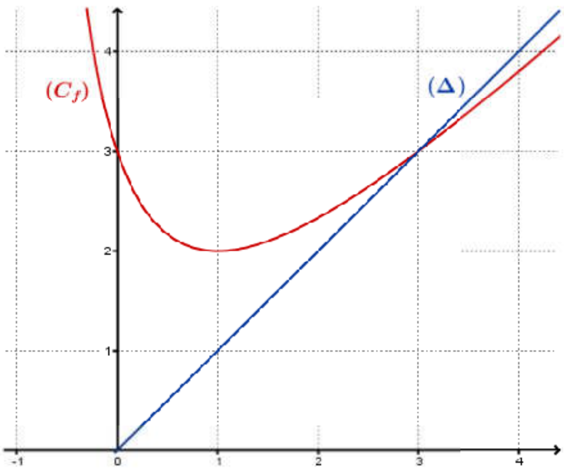
3) (u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول 5 وأساسها $\dfrac{3}{2}$، نضع: $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{3}{u_1}+\dfrac{3^2}{u_2}+\cdots+\dfrac{3^n}{u_n}$.
من أجل كل عدد طبيعي n عبارة S_n هي: $\dfrac{2^{n+1}-1}{5}$.

4) حجم المجسم المولد بالدوران حول المحور (xx') على المجال $[0;\ln 3]$ لمنحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $f(x)=e^{3x-1}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ هو: $V=\dfrac{364\pi}{3}\times(u.v)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

✍ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$.

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.



1) أ) انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حساب الحدود).

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج أنها متقاربة.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3-u_{n+1}\le\dfrac{3}{4}(3-u_n)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le 3-u_n\le 2\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$.

ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، نضع: $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{n-1}$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $8\left(\left(\dfrac{3}{4}\right)^n-1\right)+3n\le S_n\le 3n$. ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

✍ يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء مرقمة بـــ: 0 ، 1 ، 1 و 2 وأربع كريات حمراء مرقمة بـــ: 1 ، 1 ، 2 و 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا ثلاث كريات من الكيس في آن واحد ونعتبر الحوادث التالية:

A "سحب ثلاث كريات من نفس اللون" B "سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم" C "سحب ثلاث كريات أرقامها مختلفة مثنى مثنى"

1) بين أن احتمال الحادثة A هو $P(A)=\dfrac{1}{7}$ واحسب احتمال الحادثتين B و C.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد كريات التي تحمل الرقم 1.

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) استنتج قيمة $E(2023X+1444)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2x+1)e^{2x}-1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(0)$، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x(1-e^{2x})+3$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ حيث $||\overrightarrow{i}||=||\overrightarrow{j}||=1cm$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=x+3$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=-g(x)$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-3.2<\beta<-3$.

4) ارسم (Δ) والمنحنى (C_f).

5) ليكن λ عدد حقيقي حيث $\lambda<0$، نرمز بـــ $A(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=\lambda$.

احسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

الأستاذ: فراحتية المحفوظ

☺ بالتوفيق والنجاح في شهادة بكالوريا 2023

- حل التمرين الأول:

. أذكر إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة في كل حالة مع التعليل:

① - خاطئة: (1)

لدينا الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\frac{\ln(x-1)}{x-1}$ مستمرة على $]1;+\infty[$

القيمة المتوسطة للدالة f على $[2;5]$ هي:

$$m=\frac{1}{5-2}\int_2^5 \frac{\ln(x-1)}{x-1}\,dx$$

$$=\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}(\ln(x-1))^2\right]_2^5$$

$$=\frac{1}{6}\left((\ln 4)^2-0\right)$$

$$=\frac{1}{6}(\ln 2^2)^2=\frac{1}{6}(2\ln 2)^2$$

$$=\frac{4}{6}(\ln 2)^2=$$

$$\boxed{m=\frac{2(\ln 2)^2}{3}}$$

② - صحيحة: (1)

. نعتبر الحادثة A "اللجنة تضم رجلان وامرأة"

$$P(A)=\frac{3\times A_3^2\times A_5^1}{A_8^3}=\frac{3\times 6\times 5}{336}=\frac{90}{336}$$

$$\boxed{P(A)=\frac{15}{56}}$$

③ . صحيحة (1)

(U_n) متتالية هندسية إذن

$$U_n=U_0\times q^n=5\times\left(\frac{3}{2}\right)^n$$

نضع $t_n=\frac{3^n}{U_n}$ ومنه

$$t_n=\frac{3^n}{5\times\left(\frac{3}{2}\right)^n}=\frac{3^n}{5}\times\frac{2^n}{3^n}=\frac{1}{5}\times 2^n$$

ومنه (t_n) متتالية هندسية

حدها الأول $\frac{1}{5}$ وأساسها 2 إذن

$$S_n=\frac{1}{U_0}+\frac{3}{U_1}+\frac{3^2}{U_2}+\dots+\frac{3^n}{U_n}$$

$$S_n=t_0+t_1+t_2+\dots+t_n$$

$$S_n=t_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$$

$$=\frac{1}{5}\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)=\frac{1}{5}\left(\frac{2^{n+1}-1}{1}\right)$$

$$\boxed{S_n=\frac{2^{n+1}-1}{5}}$$

(1) ④ - خاطئة:

الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x)=e^{3x-1}$ مستمرة وموجبة على $\mathbb{R}$

. ومنه حجم المجسم المولد بالدوران حول المحور (xx') على $[0;\ln 3]$ لمنحنى الدالة f هو

$$V=\int_0^{\ln 3}\pi(f(x))^2dx$$

$$V=\int_0^{\ln 3}\pi\left(e^{3x-1}\right)^2dx$$

$$V=\pi\int_0^{\ln 3}e^{6x-2}dx$$

$$V=\pi\left[\frac{1}{6}e^{6x-2}\right]_0^{\ln 3}$$

$$V=\frac{\pi}{6}\left(e^{6\ln(3)-2}-e^{0-2}\right)$$

$$V=\frac{\pi}{6}\left(e^{6\ln 3}\times e^{-2}-e^{-2}\right)$$

$$V=\frac{\pi}{6}\left(\left(e^{\ln 3^6}-1\right)e^{-2}\right)$$

$$V=\frac{\pi e^{-2}}{6}\left(3^6-1\right)$$

$$V=\frac{\pi\times 728}{6e}$$

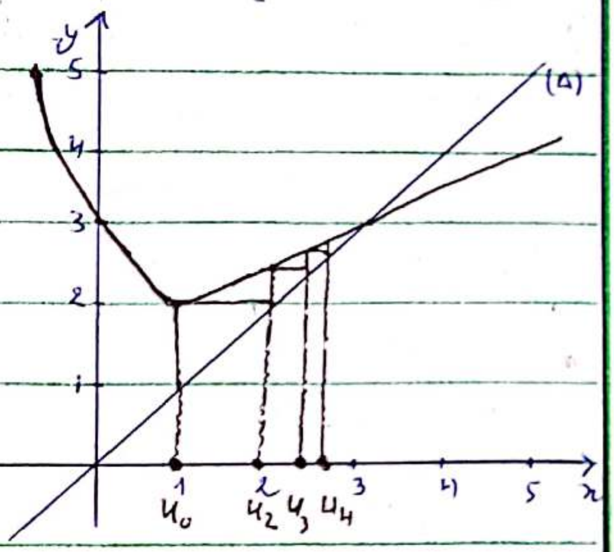
$$\boxed{V=\frac{364\pi}{6e}\times(u.v)}$$

حل التمرين الثاني:

$u_{n+1}=f(u_n)$ ، $u_0=1$

مع $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$

① أ- تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل: 0,5



ب- التخمين: 0,5

- من التمثيل نجد $u_0<u_1<u_2<u_3$

ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما على IN ، ومتقاربة.

② أ- تبيين بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n : $1\leq u_n\leq 3$: 0,5

(*) من أجل $n=0$ نجد $u_0=1$

ولدينا $1\leq 1\leq 3$ أي $1\leq u_0\leq 3$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n=0$

(**) ليكن $n\in IN$. نفترض أن $1\leq u_n\leq 3$

ونبين أن $1\leq u_{n+1}\leq 3$

- لدينا $1\leq u_n\leq 3$

فإن الدالة f متزايدة تماما على $[1;3]$ فإن $f(1)\leq f(u_n)\leq f(3)$

أي $2\leq u_{n+1}\leq 3$

وبالتالي $1\leq u_{n+1}\leq 3$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n+1$

من (*) و (**) وحسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\boxed{1\leq u_n\leq 3}$

ب- تبيين أن المتتالية (u_n) متزايدة: 0,5

- من أجل كل $n\in IN$ لدينا

$$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n^2+3}{u_n+1}-u_n$$
$$=\frac{u_n^2+3-u_n^2-u_n}{u_n+1}$$
$$=\frac{3-u_n}{u_n+1}$$

لدينا سابقا $1\leq u_n\leq 3$

ومنه $-3\leq -u_n\leq -1$

أي $0\leq 3-u_n\leq 2$ ...①

ولدينا أيضا $0<2\leq u_n+1\leq 4$ ...②

من ① و ② نجد $u_{n+1}-u_n\geq 0$

ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما

- إثبات التقارب: 0,5

المتتالية (u_n) متزايدة تماما على IN ومحدودة من الأعلى، فهي متقاربة.

③ أ- تبيين أنه من أجل كل عدد طبيعي n 0,5

$$3-u_{n+1}\leq \frac{3}{4}(3-u_n)$$

- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا:

$$3-u_{n+1}=3-\frac{u_n^2+3}{u_n+1}$$
$$=$$

$$3-u_{n+1} = \frac{3u_n+3-u_n^2-3}{u_n+1}$$
$$= \frac{u_n(3-u_n)}{u_n+1}$$
$$= \frac{u_n}{u_n+1}(3-u_n)$$

• لدينا $\frac{u_n}{u_n+1} = \frac{u_n+1-1}{u_n+1}$
$$= 1 - \frac{1}{u_n+1}$$

ولدينا $u_n \leq 3$ يعني $u_n+1 \leq 4$

معناه $\frac{1}{u_n+1} \geq \frac{1}{4}$ معناه $-\frac{1}{u_n+1} \leq -\frac{1}{4}$

معناه $1-\frac{1}{u_n+1} \leq 1-\frac{1}{4}$

أي $\frac{u_n}{u_n+1} \leq \frac{3}{4}$

وبما أن $3-u_n \geq 0$ (سابقا) فإن

$$\frac{u_n}{u_n+1}(3-u_n) \leq \frac{3}{4}(3-u_n)$$

أي $\boxed{3-u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3-u_n)}$

ب. استنتاج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

$$0 \leq 3-u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$$ (0,5)

• لدينا من جهة

$1 \leq u_n \leq 3$ أي $0 \leq 3-u_n$ ... (1)

• ولدينا سابقا $3-u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3-u_n)$

• من أجل $n=0$ نجد $3-\cancel{u_1} \leq \frac{3}{4}(3-u_0)$

• من أجل $n=1$ نجد $3-\cancel{u_2} \leq \frac{3}{4}(\cancel{3-u_1})$

• من أجل $n=2$ نجد $3-\cancel{u_3} \leq \frac{3}{4}(\cancel{3-u_2})$

⋮

من أجل $n-1$ نجد $3-u_n \leq \frac{3}{4}(\cancel{3-u_{n-1}})$

• نضرب كل المتراجحات طرفا في طرف عموديا و بعد الاختزال نجد

$$3-u_n \leq (3-u_0)\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{3}{4}\right)$$
$$3-u_n \leq (3-1)\left(\frac{3}{4}\right)^n$$
$$3-u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n \quad \dots (2)$$

- من (1) و (2) نجد

$$\boxed{0 \leq 3-u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n}$$

(0,5) • حساب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

- لدينا سابقا: من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

$$0 \leq 3-u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$$

معناه $-3 \leq -u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n - 3$

معناه $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^n \leq u_n \leq 3$

ولدينا $\lim_{n \to +\infty} 3-2\left(\frac{3}{4}\right)^n = 3-0 = 3$

لأن $-1 < \frac{3}{4} < 1$

وحسب النهايات بالحصر نجد

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 3}$$

(0,5) (4) - تبيين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$

$$8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) + 3n \leq S_n \leq 3n$$

• لدينا سابقا من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

$$0 \leq 3-u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$$

أي $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^n \leq u_n \leq 3$

- من أجل $n=0$ نجد $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^0 \leq u_0 \leq 3$

- من أجل $n=0$ نجد $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^1 \leq u_1 \leq 3$

⋮

من أجل $n-1$ نجد $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \leq u_{n-1} \leq 3$

نجمع كل الاقتراحات طرفا لطرف (عموديا) نجد

$$3n-2\left(\left(\frac{3}{4}\right)^0+\left(\frac{3}{4}\right)^1+\dots+\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\right)\leq S_n\leq 3n$$

$$3n-2\left(\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1}{\frac{3}{4}-1}\right)\leq S_n\leq 3n$$

$$3n+2\times4\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right)\leq S_n\leq 3n$$

$$\boxed{3n+8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right)\leq S_n\leq 3n}$$

• استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ (0,5)

لدينا سابقا

$$3n+8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right)\leq S_n\leq 3n$$

لدينا: $\lim\limits_{n\to+\infty} 3n=+\infty$

ولدينا $\lim\limits_{n\to+\infty} 3n+8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right)=+\infty$

لان $1<\frac{3}{4}<-1$

اي $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^n=0$

ومنه حسب النهايات بالحصر نجد

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} S_n=+\infty}$$

حل التمرين الثالث.

- يحتوي كيس على اربع كريات بيضاء مرقمة بـ 0، 1، 1 و 2 واربع كريات حمراء مرقمة بـ 1، 1، 2 و، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس

- عدد الحالات الممكنة (الكلية)

$$C_8^3=\frac{8!}{3!(8-3)!}=56$$ (0,5)

① - تبين ان $P(A)=\frac{1}{7}$ وحساب $P(B)$ و $P(C)$

(0,5) $P(A)=\frac{C_4^3+C_4^3}{C_8^3}=\frac{4+4}{56}=\frac{1}{7}$

(0,5) $P(B)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_8^3}=\frac{4+1}{56}=\frac{5}{56}$

(0,5) $P(C)=\frac{C_1^1\times C_4^1\times C_3^1}{C_8^3}=\frac{1\times4\times3}{56}=\frac{3}{14}$

② X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد كريات التي تحمل الرقم 1:

ا. قانون احتمال المتغير X. (1)

- لدينا القيم الممكنة لـ X هي

$X=\{0;1;2;3\}$

$P(X=0)=\frac{C_3^3+C_3^2\times C_1^1}{C_8^3}=\frac{1+3\times1}{56}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$ ومنه

$P(X=1)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1+C_4^1\times C_3^2}{C_8^3}$

$=\frac{4\times3\times1+4\times3}{56}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

$P(X=2)=\frac{C_4^2\times C_3^1+C_4^2\times C_1^1}{C_8^3}=\frac{6\times3+6\times1}{56}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_8^3}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$

ومنه

$X=x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

ب- حساب الامل الرياضياتي $E(X)$:

(0,5) $E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i P_i$

$=0\left(\frac{4}{56}\right)+1\left(\frac{24}{56}\right)+2\left(\frac{24}{56}\right)+3\left(\frac{4}{56}\right)$

$=\frac{84}{56}=1,5$

$\boxed{E(X)=1,5}$

. اساج: $E(2023x+1444)$ (0,5)

$$E(2023x+1444)=2023E(x)+1444$$
$$=3034{,}5+1444$$
$$\boxed{E(2023x+1444)=4478.5}$$

حل التمرين الرابع

I. $g(x)=(2x+1)e^{2x}-1$. $D_g=\mathbb{R}$

① - حساب نهايات الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (0,5)

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}(2x+1)e^{2x}-1=-\infty\times 0 \text{ ح ع ت}$$
$$=\lim_{x\to-\infty} 2xe^{2x}+e^{2x}-1=-1$$

لأن $\lim_{x\to-\infty} e^{2x}=0$ و $\lim_{x\to-\infty} 2xe^{2x}=0$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}(2x+1)e^{2x}-1=+\infty$$

لأن $\lim_{x\to+\infty} e^{2x}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}(2x+1)=+\infty$

② - دراسة اتجاه تغير الدالة g: (0,5)

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$$g'(x)=2e^{2x}+2(2x+1)e^{2x}$$
$$=(2+4x+4)e^{2x}$$
$$=4(x+1)e^{2x}$$

• اذن: $g'(x)=4e^{2x}\times(x+1)$

لدينا $4e^{2x}>0$ ومنه اشارة $g'(x)$ من اشارة $(x+1)$

$x+1=0$ معناه $x=-1$

x	$-\infty$ $\quad$ -1 $\quad$ $+\infty$
$x+1$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$
$g'(x)$	$-$ $\quad$ $\quad$ $+$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$

. جدول تغيرات الدالة g: (0,5)

x	$-\infty$ $\quad$ -1 $\quad$ $+\infty$
$g'(x)$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$
$g(x)$	-1 ↘ $g(-1)=-\frac{1}{e^2}-1$ ↗ $+\infty$

③ - حساب $g(0)$:

$$g(0)=(2\times0+1)e^{2\times0}-1=1-1=0$$

. اشارة $g(x)$ (0,5)

- من جدول تغيرات نجد:

x	$-\infty$ $\quad$ 0 $\quad$ $+\infty$
$g(x)$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$

II - $f(x)=x(1-e^{2x})+3$ $\quad$ $D_f=\mathbb{R}$

① أ حساب النهايات عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (0,5)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x(1-e^{2x})+3=-\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x(1-e^{2x})+3=-\infty$$

ب - حساب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(x+3))$ (0,5)

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(x+3))=$$
$$=\lim_{x\to-\infty} x(1-e^{2x})+3-(x+3)$$
$$=\lim_{x\to-\infty} x-xe^{2x}+3-(x+3)$$
$$=\lim_{x\to-\infty} -xe^{2x}=0 \quad \text{(تزايد مقارن)}$$

. التفسير: المستقيم ذو المعادلة $y=x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

جـ - دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): (0,5)

. لدينا $f(x)-y=-xe^{2x}$

. لدينا $e^{2x}>0$ ومنه اشارة $f(x)-y$ من اشارة $-x$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(0,3)$	(C_f) تحت (Δ)

(0,5) ② - نبين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ ؛ $f'(x)=-g(x)$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$$f'(x)=(1-e^{2x})-2xe^{2x}$$
$$=1-e^{2x}-2xe^{2x}$$
$$=1-(1+2x)e^{2x}$$
$$=-(-1+(2x+1)e^{2x})$$
$$f'(x)=-g(x)$$

(0,5) • استنتاج اتجاه تغير الدالة f.

لدينا $f'(x)=-g(x)$ ومنه اشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ ومتناقصة تماما على $[0;+\infty[$

(0,5) • جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(0)=3$	↘ $-\infty$

(0,5) ③ - نبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $\ln 2<\alpha<1$ و $-3,2<\beta<-3$

- لدينا الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]\ln 2;1[$

ولدينا $f(\ln 2)\simeq 0,92$ و $f(1)\simeq -3,38$

اذا $f(\ln 2)\times f(1)<0$

اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]\ln 2;1[$

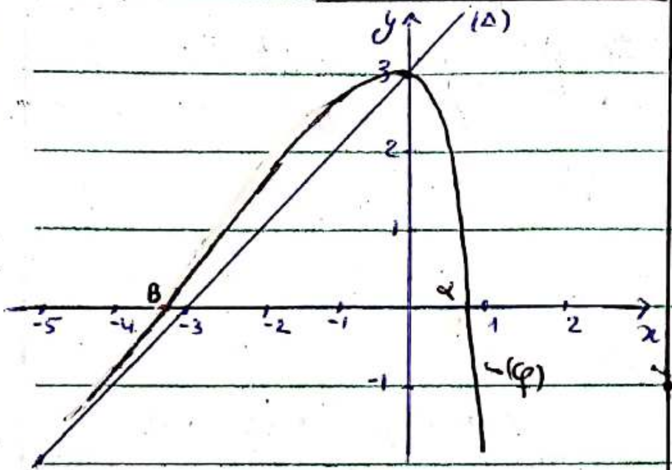
. الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $]-3,2;-3[$ ولدينا

$f(-3,2)\simeq -0,19$ و $f(-3)\simeq 0,007$

اذا $f(-3)\times f(-3,2)<0$

اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $\beta\in]-3,2;-3[$

(0,5) ④ - رسم (Δ) و (φ)



(0,5) ⑤ - حساب المساحة $A(\lambda)$

من أجل $x<0$ نجد (φ) فوق (Δ) اي $f(x)-y>0$

اذن
$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{0}(f(x)-y)\,dx$$
$$=\int_{\lambda}^{0}-xe^{2x}\,dx$$

نضع $u(x)=-x$ و $v'(x)=e^{2x}$

$u'(x)=-1$ ، $v(x)=\frac{1}{2}e^{2x}$

نجد
$$A(\lambda)=\left[\frac{-x}{2}e^{2x}\right]-\int_{\lambda}^{0}-\frac{1}{2}e^{2x}\,dx$$
$$=\left[\frac{-x}{2}e^{2x}\right]+\left[\frac{1}{4}e^{2x}\right]$$
$$=\frac{\lambda}{2}e^{2\lambda}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}e^{2\lambda}$$
$$=\frac{1+(2\lambda-1)e^{2\lambda}}{4}\ cm^2$$

(0,5) • حساب $\lim_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)$

$$\lim_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)=\lim_{\lambda\to-\infty}\frac{1+(2\lambda-1)e^{2\lambda}}{4}=\frac{1}{4}\ cm^2$$