التمرين 01: ت ر 2019

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases}$ و $v_n = u_n - 3n + 1$.

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
2. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.
3. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.
4. أ. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة لـ 7^n على 9.
ب. ما هو باقي القسمة الاقليدية على 9 للعدد $1954^{1962} + 1962^{1954} + 1442^{2019}$؟
جـ. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

التمرين 02: ت ر 2019

1. نعتبر المعادلة ذات المجهول (x, y): $5x - 3y = 1 \ldots\ldots (E)$ حيث x و y عددان صحيحان.
أ. تحقّق أن الثنائية $(6n+2, 10n+3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي.
ب. استنتج أن العددين $10n+3$ و $6n+2$ أوليان فيما بينهما.
2. نضع $a = 10n+3$ و $b = 6n+2$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.
أ. بيّن أن $d = 1$ أو $d = 41$.
ب. بيّن أنه إذا كان $d = 41$ فإن $n \equiv 12[41]$.
3. ليكن العددان الطبيعيان $A = 20n^2 + 36n + 9$ و $B = 6n^2 + 19n + 15$.
أ. بين أن العددين A و B يقبلان القسمة على $2n+3$.
ب. جد بدلالة n وحسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين 03: ر 2019

1. حل المعادلة $505x - 673y = 1 \ldots\ldots (E)$ ذات المجهول (x, y) حيث x و y عددان صحيحان.
لاحظ أنّ: $3 \times 673 = 2019$ و $4 \times 505 = 2020$.
2. بيّن أنه من أجل كل ثنائية (x, y) حلل للمعادلة (E) فإن x و y من نفس الإشارة.
3. نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 505 \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_n = u_n + 673 \end{cases}$.
. أكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عددان طبيعيان.
4. أ. عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n) ثمّ بيّن أنّ هذه الحدود المشتركة تشكل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.
ب. نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $X_n = \frac{1}{505}(w_n - 2023)$ احسب بدلالة n الجداء $P = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$.

التمرين 04: ر 2019

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحدها الأول $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n:
$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$.

1. أ. تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$.

ب. استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n.

2. تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n = n(n-2)+1$.

3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $n-2$ يقسم $n-5$.

4. أ. من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ بيّن أنّ: $PGCD(n-2, u_n) = 1$.

ب. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$.

التمرين 05: ت ر 2018

f الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $[0, +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{e.x+1}$.

و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > \frac{1}{e}$.

ب. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \frac{e.u_n\left(\frac{1}{e} - u_n\right)}{e.u_n + 1}$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) وبرّر أنها متقاربة.

2. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{e.u_n}{e.u_n - 1}$.

أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2، يطلب تعيين حدها الأول v_0 وعبارة v_n بدلالة n.

3. أ. تحقق أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 1 + \frac{1}{e.u_n - 1}$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

ب. بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

4. أ. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 2^n على 7.

ب. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7.

التمرين 06: ر 2018

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام كما يلي $u_n = 2(3)^n$.

و (v_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $v_0 = 4$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = 5v_n + u_n$.

1. نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.

. أثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ يطلب تعيين حدّها الأول.

2. اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 5^n - 3^n$.

3. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعددين 3^n و 5^n على 8.

4. عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة للعدد v_n على 8.

التمرين 07: ر 2018

1. α و β عددان طبيعيان بحيث: $\begin{cases}\alpha+\beta=4035\\ \alpha-\beta=1\end{cases}$.

عين العددين α و β، ثم بين أنّ العددين $\frac{\alpha}{2}$ و β أوليان فيما بينهما.

2. عيّن كل الثنائيات الصحيحة (x, y) التي تحقق المعادلة: $1009x-2017y=1$.

3. عيّن الأعداد الصحيحة a التي تحقق الجملة $\begin{cases}a\equiv 2019[2017]\\ a\equiv 2019[1009]\end{cases}$.

4. أ. n عدد طبيعي، ادرس تبعا لقيم n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 9.

ب. L عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 7 كما يلي: $L=\underbrace{\overline{111...1}}_{2018}$.

. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $42L$ على 9.

التمرين 08: ت ر 2017

1. بين أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $4^{5k}\equiv 1[11]$.

2. استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

3. بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $\left(2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1\right)$ يقبل القسمة على 11.

4. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)$ قابلا للقسمة على 11.

التمرين 09: ر 2017

1. نعتبر المعادلة (E)........$104x-20y=272$ ذات المجهول (x, y) حيث x و y عددان صحيحان.

أ. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بيّن أن المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب. بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 3[5]$، ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2. λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4، ويكتب $\overline{1\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6، حيث α و β عددان طبيعيان.

. عيّن α و β، ثم أكتب λ في النظام العشري.

3. تحقق أن كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي، ثم عيّن الثنائيات (a,b) من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$2m-d=2017$ حيث $PGCD(a,b)=d$ و $PPCM(a,b)=m$.

التمرين 10: ر 2017

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=7u_n+8$.

1. برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n، $3u_n=7^n-4$.

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=1+7+7^2+...+7^n$ و $S'_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

أ. احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n.

ب. استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.

3. أ. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5.

ب. عين قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5.

التمرين 11: ت ر 2016

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول (x,y): $6x-7y=19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1. جد الحل الخاص (x_0,y_0) للمعادلة (E) بحيث $x_0=y_0$، ثمّ حل المعادلة (E).
2. استنتج قيم العدد الصحيح λ والتي تحقق: $\begin{cases}\lambda \equiv 24[7]\\ \lambda \equiv 5[6]\end{cases}$، ثمّ عيّن باقي قسمة العدد λ على 42.
3. عيّن جميع الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) حيث: $|x+y-1| \le 13$.
4. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

ب. عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة: $\begin{cases}n-5^n \equiv 2020[7]\\ n \equiv 1437[6]\end{cases}$.

التمرين 12: ر 2016

1. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 7^n على 11.

ب. برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $2\times 2016^{5n+4}+1437^{10n+4}$ مضاعف للعدد 11.

2. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول (x,y): $7x-3y=8$ حيث x و y عددان طبيعيان.

أ. حل المعادلة (E).

ب. d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث الثنائية (x,y) حلا المعادلة (E).

- ما هي القيم الممكنة للعدد d؟
- عيّن الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) من أجل $d=4$.

جـ. جد الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق: $2016^{7x}+1437^{3y} \equiv 0[11]$.

التمرين 13: ر 2016

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 وأساسها q حيث: $\begin{cases}\ln(u_1)+\ln(u_2)=11\\ u_1+u_2=e^4(1+e^3)\end{cases}$.

1. احسب u_1 و u_2 ثمّ استنتج قيمة الأساس q.
2. نضع: $u_1=e^4$ و $q=e^3$.

أ. عبّر عن u_n بدلالة n.

ب. نضع: $S_n=\ln(u_0)+\ln(u_1)+\ln(u_2)+...+\ln(u_n)$. احسب S_n بدلالة n.

3. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a_n=n+3$.

أ. بيّن أنّ: $PGCD(2S_n,a_n)=PGCD(a_n,14)$.

ب. عيّن القيم الممكنة لـ: $PGCD(2S_n,a_n)$.

جـ. عيّن قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها: $PGCD(2S_n,a_n)=7$.

4. ادرس تبعا لقيم العدد طبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.
5. نضع: $b_n=3na_n-2S_n+1437^{2016}+1$.

عيّن قيم العدد طبيعي n التي من أجلها يكون: $\begin{cases}b_n \equiv 0[7]\\ n \equiv 0[5]\end{cases}$.

6. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(1437^{9n+1}-3\times 4^{12n+1}+52)$ يقبل القسمة على 7.

التمرين 14: ت ر 2015

1. أ. عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

ب. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $42\times 138^{2015}+2014^{2037}-3$ على 13.

2. أ. بيّن انّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$.

ب. عيّن مجموعة قيم العدد الط بيعي n حتى يكون: $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv 0[13]$.

التمرين 15: ر 2015

1. أ. عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $1962^{1954}-1954^{1962}+2015^{53}$ على 7.

2. أ. بيّن أنّ 89 عدد أولي.

ب. عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832.

جـ. بيّن أنّ العددين 981 و977 أوّليان فيما بينهما.

3. x و y عددان طبيعيان غير معدومين قاسمهما الأكبر هو 2.

عيّن x و y علما أنّ: $\begin{cases}x^2-y^2=31328\\ x-y\equiv 8[22]\end{cases}$.

4. a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أوّلي مع b و a أوّلي مع c .

أ. باستعمال مبرهن بيزو، برهن أنّ a أولي مع $b\times c$.

ب. باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $PGCD(a,b^n)=1$.

جـ. استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962} .

التمرين 16: ت ر 2014

n و p عددان طبيعيان.

1. أدرس حسب قيم n ، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n .

2. نضع: $C_n=16n+9$ و $D_p=5^p$.

أ. بيَن أنَه إذا كان $p=4k+2$ حيث k عدد طبيعي، فإنَه يوجد عدد طبيعي n يحقق $C_n=D_p$.

ب. عيَن n من أجل $p=6$.

3. f هي الدالة المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=5^{(4x+2)}-9$ أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

4. (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n من N ، $u_{n+1}=5^4\left(u_n+\frac{9}{16}\right)-\frac{9}{16}$.

أ. برهن بالتراجع أنَه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$.

ب. برهن أنَه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإنَ u_n عدد طبيعي.

5. استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

التمرين 17: ر 2014

1. نعتبر المعادلة (E) : $2013x-1962y=54$ حيث x و y عددان صحيحان.

أ. أحسب $PGCD(2013,1962)$.

ب. استنتج أنَ المعادلة (E) تقبل حلولا.

ج. بيَن أنَه إذا كانت الثنائية (x,y) حل للمعادلة (E) فإنَ: $x\equiv 0[6]$.

د. استنتج حلًا خاصا (x_0,y_0) حيث: $74<x_0<80$ ثم حل المعادلة (E).

2. نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x,y) حل المعادلة (E).

أ. ما هي القيم الممكنة للعدد d؟

ب. عيَن العدد الطبيعيين a و b حيث: $671a-654b=18$ و $PGCD(a,b)=18$.

التمرين 18: ر 2013

1. أ. عيَن الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $2n+27\equiv 0[n+1]$.

ب. عيَن الثنائيات (a,b) من الأعداد الطبيعية، حيث: $(b-a)(a+b)=24$.

ج استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل: $\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$.

أ. أكتب العددين α و β في النظام العشري.

ب. عيَن الثنائية (a,b) من الأعداد الطبيعية حيث: $\begin{cases} b^2-a^2=24 \\ \alpha a-\beta b=9 \end{cases}$.

3. أ. عيَن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1432، استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478.

ب. حل في Z^2 المعادلة ذات المجهول (x,y) التالية: $2013x-1434y=27$.

التمرين 19: ر 2013

1. n عدد طبيعي. نعتبر العددين الصحيحين α و β، حيث: $\alpha=2n^3-14n+2$ و $\beta=n+3$

أ. بيَن أنَ: $PGCD(\alpha,\beta)=PGCD(\beta,10)$.

ب. ماهي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha,\beta)$؟

ج. عيَن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $PGCD(\alpha,\beta)=5$.

2. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

ب. عيَن مجموعة قيم العدد الطبيعي n، التي تحقق الجملة التالية: $\begin{cases} 4^{5n}+4^n+n\equiv 0[11] \\ n\equiv 2[10] \end{cases}$.

التمرين 20: ت ر 2013

x و y عددان صحيحان، و (E) المعادلة ذات المجهول (x,y) التالية: $11x+7y=1$.

1. أ. عيَن (x_0,y_0) حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-1$.

ب. استنتج حل المعادلة (E).

2. a و b عددان طبيعيان، و S العدد الذي يحقق: $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$.

أ. بين أن $(a,-b)$ حل للمعادلة (E).

ب. ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77؟

3. n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2.

عيَن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.

التمرين 21: ر 2012

1. نعتبر في Z^2 المعادلة ذات المجهول (x,y) التالية: (1) ..... $2011x-1432y=31$.

أ. أثبت أن العدد 2011 أولي.

ب. باستعمال خوارزمية إقليدس، عيَن حلا خاصا (x_0,y_0) للمعادلة (1)، ثم حل المعادلة (1).

2. أ. عيَن حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7.

ب. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $2010^n+2011^n+1432^n \equiv 0[7]$.

3. N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث: α، β، γ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و (β,γ) حل للمعادلة (1).

عيَن α، β، γ ثم أكتب N في النظام العشري.

التمرين 22: ت ر 2012

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على 11.

2. ما هو باقي قسمة 2011^{2012} على 11؟

3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n،العدد $\left(4+9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012}\right)$ يقبل القسمة على 11.

4. عيَن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $\left(2011^{2012}+2n+2\right)$ مضاعفا للعدد 11.

التمرين 23: ر 2012

(u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $u_0=16$ ومن أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=6u_n-9$.

1. أ. أحسب بواقي قسمة كل من الحدود u_0، u_1، u_2، u_3، u_4 على 7.

ب. خمَن قيمة للعدد a وقيمة للعدد b بحيث: $u_{2k}\equiv a[7]$ و $u_{2k+1}\equiv b[7]$.

2. أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2}\equiv u_n[7]$.

ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي k، $u_{2k}\equiv 2[7]$ ثم استنتج أنَ $u_{2k+1}\equiv 3[7]$.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-\dfrac{9}{5}$.

أ. بيَن أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدَها الأوَل.

ب. أحسب بدلالة n كل من u_n و S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين 24: ت ر 2012

نسمي (S) الجملة التالية: $\begin{cases} x\equiv 3[15] \\ x\equiv 6[7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح $(x\in Z)$.

1. بين أن العدد 153 حل للجملة (S).

2. إذا كان x_0 حل للجملة (S)، بيَن أن: (x حل للجملة (S)) يكافئ $\left(\begin{cases} x-x_0\equiv 0[15] \\ x-x_0\equiv 0[7] \end{cases}\right)$

3. حل الجملة (S).

4. يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب، فإذا إستعملنا علبا تتسع لـــ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علبا تتسع لـــ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصور بين 500 و600، ما عدد هذه الكتب؟

التمرين 25: ر 2011

(U_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق: $\begin{cases} U_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases}$ حيث: $\begin{cases} m = PPCM(U_3, U_5) \\ d = PGCD(U_3, U_5) \end{cases}$.

1. عيَن الحدَين U_3 و U_5 ثم استنتج U_0.
2. أكتب U_n بدلالة n، ثم بين أن: 2010 حد من حدود (U_n) وعيَن رتبته.
3. عيَن الحد الذي إبتداء منه يكون مجموع خمسة حدود متعاقبة من (U_n) يساوي 10080.
4. n عدد طبيعي غير معدوم.

أ. أحسب بدلالة n المجموع S حيث: $S = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

ب. استنتج بدلالة المجموع S_1 و S_1 حيث: $S_1 = U_0 + U_2 + U_4 + ... + U_{2n}$ و $S_2 = U_1 + U_3 + U_5 + ... + U_{2n-1}$

التمرين 26: ر 2011

1. نعتبر المعادلة: (E)..... $13x - 7y = -1$ حيث x و y عددان صحيحان.

حل المعادلة (E).

2. عيَن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 0[13] \end{cases}$.
3. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة الإقليدية للعدد 9^n على كل من 7 و 13.
4. ليكن العدد الطبيعي b المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس 9 كما يلي: $\overline{\alpha 00\beta 086}$ حيث $\alpha \in N^*$ و $\beta \in N$.

عيَن α و β حتى يكون b قابلا للقسمة على 91.

التمرين 27: ت ر 2011

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$.

1. تحقق أنَ: $4 \equiv -3[7]$ ثمَ بيَن أنَ: $A_3 \equiv 6[7]$.
2. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.
3. بيَن أنَه إذا كان n فرديا فإن $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7، واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.
4. ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟

التمرين 28: ر 2010

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3^{3n} - 1$ يقبل القسمة على 13.
2. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، يقبل كل من العددين $3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ القسمة على 13.
3. عيَن حسب قيم n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13 واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13.
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$.

أ. من أجل $p = 3n$ ، عيَن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13.

ب. برهن أنه إذا كان $p = 3n + 1$ فإن A_p يقبل القسمة على 13.

ج. عيَن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p = 3n + 2$.

5. يكتب العددان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي: $a = \overline{1001001000}$ و $b = \overline{100010001000}$.

أ. تحقق أن العددين a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري.

ب. استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13.

التمرين 29: ر 2010

1. نعتبر المعادلة: (1) ..... $7x+65y=2009$ حيث x و y عددان صحيحان.

أ. بيَن أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حل للمعادلة (1) فإنَ: y مضاعف للعدد 7.

ب. حل المعادلة (1).

2. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9.

3. عيَن العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9.

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{6n}-1$.

أ. تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9.

ب. حل المعادلة: (2) ..... $(7u_1)x+(u_2)y=126567$ ذات المجهول (x,y) حيث x و y عددان صحيحان.

ج. عيَن الثنائية (x_0,y_0) حل (2) حيث: حيث x_0 و y_0 عددان طبيعيان مع $y_0\geq 25$.

التمرين 30: ت ر 2010

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس 7 كما يلي: $n=\overline{11\alpha00}$ حيث α عدد طبيعي.

1. عيَن العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3.
2. عيَن العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15.

3. نأخذ $\alpha=4$ أكتب العدد n في النظام العشري.

التمرين 31: ت ر 2010

1. عيَن حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 10^n على 13.
2. تحقق أن: $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.
3. عيَن قيم العدد الطبيعي n ، بحيث: $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

التمرين 32: ر 2009

x عدد طبيعي أكبر من 1 و y عدد طبيعي.

A عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل: $A=\overline{5566}$.

1. أ. أنشر العبارة $(5x^2+6)(x+1)$ ثم أجد علاقة تربط بين x و y إذا علمت أنَ: $A=(5x^2+6)(2+2y)$.

ب. أحسب x و y إذا علمت أنَ x عدد أولي أصغر من 12، ثم أكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.

2. أ. عيَن الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.

ب. عيَن الأعداد الطبيعية a و b حيث: $a>b$ والتي تحقق: $\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}$.

التمرين 33: ت ر 2009

1. حل المعادلة التفاضلية: $y'=(\ln 2)y$.
2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق: $f(0)=1$ ، عيَن عبارة $f(x)$.
3. n عدد طبيعي.

أ. أدرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n.

ب. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009)-4$.

4. أ. أحسب بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n=f(1)+f(2)+.....+f(n)$.

ب. عيَن قيم العدد الطبيعي n ، التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7.

التمرين 34: ت ر 2009

1. أ. عيَن الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009.

u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدّها الأوَل u_0 بحيث: ${u_1}^2+u_2+35a^2=2009$.

ب. أحسب u_0 و a.

2. نضع $a=7$ و $u_0=2$، أحسب u_n بدلالة n.

3. نضع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

أ. عبَر عن S_n بدلالة n.

ب. عيَن العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n=800$.

التمرين 35: ر 2008

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $3x-21y=78$.

1. أ. بيَن أنَ (E) تقبل حلولا في Z^2.

ب. أثبت أنَه إذا كانت الثنائية (x,y) من Z^2 حلا للمعادلة (E) فإن: $x\equiv 5[7]$.

استنتج حلول المعادلة (E).

2. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

ب. عيَن الثنائيات (x,y) من N^2 التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق: $5^x+5^y\equiv 3[7]$.

التمرين 36: ت ر 2008

n عدد طبيعي أكبر من 5.

1. a و b عددان طبيعيان حيث: $a=n-2$ و $b=2n+3$.

أ. ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b؟

ب. بيَن أنَ العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7.

ج. عيَن قيم n التي من أجلها $PGCD(a,b)=7$.

2. نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث: $p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$.

أ. بيَن أنَ كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$.

ب. عيَن تبعا لقيم n وبدلالة n، $PGCD(p,q)$.

التمرين 37: ت ر 2008

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : $4x-9y=319$ ...(I).

1. تأكد أنَ الثنائية $(82,1)$ حل للمعادلة (I).

أ. حل المعادلة (I).

2. عيَن الثنائيات (a,b) الصحيحة حلول المعادلة $4a^2-9b^2=319$ ...(II).

3. استنتج الثنائيات (x_0,y_0) حلول المعادلة (I) بحيث x_0 و y_0 مربَعين تامَين.

التمرين 39: العلوم الدقيقة 2007

n عدد طبيعي أكبر من 2، نعتبر الأعداد الطبيعية: $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ ، $c=2n+3$.

1. اثبت أن العددين a و b أوَليان فيما بينهما واستنتج أنَ الأعداد a ، b و c أوَلية فيما بينها.
2. عيَن تبعا لقيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c
   عيَن قيمة n بحيث يكون: $PGCD(b,c)=3$ و $PPCM(b,c)=1305$.
3. أكتب b^2 في نظام أساسه a.
4. نفرض أنَ a ، b ، c هي إحداثيات النقطة ω من الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
   أ. بيَن أنَ النقطة $\omega(a,b,c)$ تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيينه.
   ب. جد معادلة للمستوي (π) الذي يشمل المبدأ $O(0,0,0)$ ويحوي المستقيم (Δ).

التمرين 38: العلوم الدقيقة 2005

n عدد طبيعي ليكن العددان α و β حيث: $\alpha=n^2+n$ و $\beta=n+2$.

1. برهن أن $PGCD(\alpha,\beta)=PGCD(\beta,n)$.
   . استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha,\beta)$.
2. a و b عددان طبيعيان يكتبان في نظام التعداد ذي الأساس n كما يلي: $a=\overline{3520}$ و $b=\overline{384}$.
   أ. برهن أن العدد $(3n+2)$ هو قاسم مشترك للعددين a و b.
   ب. استنتج تبعا لقيم n أن $PGCD(a,b)=3n+2$ أو $PGCD(a,b)=2(3n+2)$.
   جـ. عيّن α و β إذا علمت أن $PGCD(a,b)=41$

التمرين 38: العلوم الدقيقة 2004

نعتبر في Z^2 المعادلة ذات المجهول (x,y): $43x-13y=\lambda$ ..... (*) حيث λ عدد صحيح.

1. تحقق من أنَ الثنائية $(-3\lambda,-10\lambda)$ حل للمعادلة (*) ثمَ حل في Z^2 المعادلة.
2. N عدد طبيعي يكتب $N=\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 6 ويكتب $N=\overline{\beta 0\gamma\gamma\gamma}$ في نظام تعداد أساسه 5
   أ. بيَن أنَ α ، β و γ تحقق: $43\alpha-13\beta=\gamma$.
   ب. عيَن α ، β و γ ثمَ أكتب N في النظام العشري.

التمرين 41: العلوم الدقيقة 2003

1. α و β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما.
   عيَن α و β حيث: $\alpha(\alpha^2-19)=35\beta$ و $\alpha>\beta$.
2. لتكن u_n متتالية هندسية حدَها الأوَل u_0 وأساسها r حيث u_0 و r عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما و $u_0<r$.
   أوجد u_0 و r حتى يكون: $35{u_0}^2+19u_1-u_0r^3=0$.
   أ. نضع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$. أحسب S_n بدلالة n.
   ب. أوجد الأعداد الطبيعية n حتى S_n القسمة على 30.

التمرين 40: علوم الطبيعة والحياة 2003

1. أ. عيّن القاسم المشترك الأكبر للأعداد 286، 1430، 2002 .

ب. نعرّف في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $1430x-2020y=286....(I)$.

برهن أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (I) فإن $5x\equiv 1[7].....(II)$.

2. (u_n) متتالية حسابية أساسها 7 وحدّها الأوّل $u_0=2$

(v_p) متتالية حسابية أساسها 5 وحدّها الأوّل $v_0=1$.

أ. اكتب u_n بدلالة n و v_p بدلالة p .

ب. أثبت أنه يوجد مالا نهاية من الحدود المشتركة بين المتتاليتين (u_n) و (v_p) وأن هذه الحدود تشكل متتالية حسابية يطلب إعطاء حدّها الأول وأساسها.

التمرين 41: العلوم الدقيقة 2002

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7 .
2. n عدد طبيعي غير معدوم.

. ليكن $L_n=9\times C_{n+1}^2+27\times C_{n+1}^3+81\times C_{n+1}^4+...+3^{n+1}\times C_{n+1}^{n+1}$.

. بيّن أن $L_n=4^{n+1}-3n-4$.

3. عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون L_n من مضاعفات 7 .
4. نضع $S_n=L_1+L_2+...+L_n$.

. احسب بدلالة n المجموع S_n .

التمرين 42: علوم الطبيعة والحياة 2001

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10.
2. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $63\times 9^{2001}-7^{1422}$ على 10.
3. برهن أنَه من أجل كل عدد طبيعي n فإنَ: $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv(n-1)\times 3^{2n+1}[10]$.
4. عيَن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$.

التمرين 42: العلوم الدقيقة 2000

1. حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول (x',y'): $9x'-14y'=13$ علما أن $(3,1)$ حل لها.
2. نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول (x,y): $45x-28y=130$.

. بيّن أنه إذا كان (x,y) حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف للعدد 2 و y مضاعف للعدد 5 ثم حل هذه المعادلة.

3. n عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha 3}$ في نظام تعداد أساسه 9 ويكتب $\overline{5\beta\beta 6}$ في نظام تعداد أساسه 7 .

. عيّن العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب n في النظام العشري.