# سلسلة المثابر في الدوال اللوغاريتمية - بكالوريا 2021 -

الشعب : عتج - ريا - تقر

من إعداد الأستاذ : مراد قطاري

## التمرين الأول

$f$ دالة معرفة على : $]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $D=$

$$f(x)=\frac{1}{x-1}+ln(x+1)$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج بيانيا

2. (ا) بين أنه من أجل كل $x$ من $D$ لدينا:

$$f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$$

استنتج إتجاه تغير $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) عين معادلة للمماس $(\Delta)$ لـ $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 2.

3. $g$ دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة :

$$g(x)=\frac{1}{x-1}+ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

(ا) بين أن $1\prec\frac{x+1}{x}$ من أجل كل $x$ من $]1;+\infty[$

(ب) ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

4. (ا) نسمي $(C_{ln})$ التمثيل البياني للدالة $x\mapsto lnx$، حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(C_{ln})$ على المجال $]1;+\infty[$

(ب) أرسم $(C_f)$ و $(C_{ln})$ و $(\Delta)$

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ الموجب تماما حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ :

$$\frac{1}{x-1}+ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=0$$

## التمرين الثاني

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=-x^2-2+2\ln x$.

1. أحسب نهايات الدالة $g$ عند أطراف مجموعة تعريفها

2. أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ ثم شكّل جدول تغيّراتها

3. أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$

II) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=-x+5-2\frac{\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عيّن نهاية الدالة $f$ عند 0 وَ عند $+\infty$.

2. أحسب $f'(x)$ وَ شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$

3. (ا) برهن أنّ المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y=-x+5$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$.

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(D)$.

4. (ا) بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ذات الفاصلة $\alpha$ حيث : $4.3<\alpha<4.4$

(ب) برّر أنّ : $\ln\alpha=\frac{-\alpha^2+5\alpha}{2}$ .

5. بيّن أنّه يوجد مماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ يكون موازياً للمستقيم $(D)$ ، ثمّ أكتب معادلته .

6. أنشئ كلا من المستقيم $(D)$ ، المماس $(T)$ وَ المنحنى $(C_f)$.

7. ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $(5-m)x-2\ln x=0$

## التمرين الثالث

I) $g$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2ln(x)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير $g$ وشكل جدول تغيراتها.

3. أثبت أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ : $1.2 \prec \alpha \prec 1.5$

4. استنتج إشارة $g(x)-2$ حسب قيم $x$

II) $f$ دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+2-\frac{2lnx}{x}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

2. بين أن من أجل $x$ من $]0,+\infty[$ :

$$f'(x)=\frac{g(x)-2}{x^2}$$

ثم أدرس اتجاه التغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها

3. بين أن $(D)$ المستقيم ذو المعادلة $y-x-2=0$ مقارب عند $+\infty$.

4. أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(D)$

5. أثبت أن $f(\alpha)=2\alpha+2-\frac{2}{\alpha}$، ثم أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$

6. بين أنه توجد نقطة وحيدة $B$ من $(C_f)$ يكون عندها المماس $(T)$ موازيا لـ $(D)$

7. أنشـــئ المنحنى $(C_f)$

## التمرين الرابع

$I$)- لتكن $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

1. أحسب نهايات $g$ عند $0$ وعند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ أن :

$$g'(x)=x(2\ln x-1)$$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما والاخر $2.2<\alpha<2.3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر $f$ المعرفة على المجال $]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ $\mathcal{D}=$ :

$$f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$$

وليكن $(C_f)$تمثيلها البياني في م ٠م٠م $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1. أدرس نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجالات تعريفها

2. (ا) بين أنه من أجل كل $x$من المجال $\mathcal{D}$ أن :

$$f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ثم شكل جدول تغيراتها

3. (ا) تحقق أنه من أجل كل $x$من $\mathcal{D}$:

$$f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

(ب) أدرس الوضع النسبي بين $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$

4. أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ في المعلم السابق .

5. لتكن الدالة $F$ المعرفة على المجال $]0;e[$ بـ :
$F(x)=-\ln(1-\ln x)$.

(ا) بين أن الدالة $F$ هي دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]0;e[$.

(ب) أحسب بـ $cm^2$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$و المستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و$x=\sqrt{e}$

## التمرين الخامس

I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ , ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم $x$

II نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{\ln x}{2x}$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\| \vec{i} \| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف ; ثمّ فسّر النتائج هندسيا

2. (ا) تحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ :
$f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$
(ب) أدرس إتّجاه تغيّر الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. (ا) بين أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة
$y = -\frac{1}{2}x + 3$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.
(ب) أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(D)$

4. (ا) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(D)$ عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها
(ب) أكتب معادلة للمماس $(T)$.

5. أنشئ في المعلم السابق $(T)$ , $(D)$ و $(C_f)$.

6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{1}{2}x + m$ .

## التمرين السادس

I)نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x) = x^2 - 1 - 2ln(x)$.

1. أدرس تغيرات الدالة $g$

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$f(x) = x + \frac{1-(lnx)^2}{x}$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow 0+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2. برهن أن $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = 0$ ( يمكن وضع $t = \sqrt{x}$ ),ثم أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty} f(x)$.

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$من $]0;+\infty[$ :
$f'(x) = \frac{g(x)+(lnx)^2}{x^2}$.
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

4. (ا) بين أن المستقيم $(\Delta)$ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ $(C_f)$ عند $+\infty$.
(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$.

5. (ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.
(ب) أرسم $(\Delta)$و $(C_f)$.

6. نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ :
$h(x) = f(-x)$ و$(C_h)$ تمثيلها البياني
- اشرح كيف يتم رسم المنحنى $(C_h)$انطلاقا من $(C_f)$ ثم أرسمه .

## التمرين السابع

I)- لتكن $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ : بـ
$g(x) = e^x - ln(e^x - 1)$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة $g$.

2. استنتج أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ أن :
$g(x) > 0$

II)نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :
$f(x) = \frac{e^x}{e^x-1} ln(e^x - 1)$
وليكن $(C_f)$تمثيلها البياني في م . م . م $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة تعريفها .

2. بين أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$:
$f'(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2}.g(x)$.

3. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

4. أثبت أنه من أجل كل $x$من $]0;+\infty[$:
$f(x) = \frac{e^x}{e^x-1}[x + ln(1-e^{-x})]$.

5. بين أن : $\lim_{x\longrightarrow+\infty}[f(x)-x]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

6. أحسب إحداثيات نقط تقاطع $(C_f)$مع حامل محور الفواصل ثم ارسم $(C_f)$.

7. ليكن $\lambda$عددا حقيقيا حيث : $0<\lambda<ln2$.

(ا) أحسب المساحة $A(\lambda)$للحيز المستوي المحدد بـ $(C_f)$ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\lambda$ و$x=ln2$

(ب) أحسب $\lim_{\lambda\longrightarrow0} A(\lambda)$.

## التمرين الثامن

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 2cm

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x) = -x+1+x\ln x$
و ليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني. و جدول تغيراتها هو كما يلي:

| $x$ | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | 0 | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ $\cdots$ | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ | $\cdots$ |

1. أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.

2. أدرس إشارة $g(x)$

3. ليكن $(C)$ التمثيل البياني للدالة $x \longrightarrow \ln x$ في المعلم السابق

(ا) بين أن $(C_g)$ و $(C)$ يشتركان في نقطتين فاصلتيهما 1 و e

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[1;e]$ لدينا: $g(x) \leqslant \ln x$

II) لتكن $f$ الدالة المعرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ:
$f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$ و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني

1. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;1[\cup]1;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x(x-1)^2}$
استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على مجالي تعريفها

2. أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$، ثم بين أنّ $\lim_{x\to1} f(x)=1$ و أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، فسر النتيجة الأخيرة بيانيا.

3. شكل جدول تغيرات الدالة $f$

4. بين أن $(C_f)$ يقطع المستقيم ذي المعادلة $2y-1=0$ في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث $3.5 \leqslant \alpha \leqslant 3.6$

5. أرسم المنحنى $(C_f)$

III) لتكن $h$ الدالة المعرفة على $]-a,0[\cup]0;+\infty[$ بالعبارة: $h(x) = \frac{\ln(x+a)}{x} + b$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان

1. عين العددين $a$ و $b$ إذا علمت أنّ $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ يشمل النقطة $A(1;0)$ و يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته $y=-\ln 2$ في جوار $+\infty$

2. أكتب عبارة $h(x)$ بدلالة $f(x)$، ثم بيّن أنّه يمكن رسم المنحنى $(C_h)$ انطلاقا من المنحنى $(C_f)$

3. أرسم المنحنى $(C_h)$ في المعلم السابق.

## التمرين التاسع

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$g(x) = x^2 + 2x - 1 + ln(x+1)$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$, ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.31 < \alpha < 0.32$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.

II) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$f(x) = (x+1)^2 + (2 - ln(x+1))^2$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في م.م.م $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ($\| \vec{i} \| = 2cm$).

1. بين أنه من أجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ أن :
$f'(x) = \dfrac{2g(x)}{x+1}$

2. عين نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف , ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 + (\alpha+1)^4$.
ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. مثل المنحنى $(C_f)$

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.

III) نعتبر $h$ الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$h(x) = ln(x+1)$
وليكن $(C_h)$ منحناها البياني في المعلم السابق و $A(-1;2)$ نقطة من المستوي .

1. أكتب عبارة المسافة $AM$ بدلالة $f(x)$ حيث $M$ نقطة من منحنى الدالة $h$ فاصلتها $x$.

2. لتكن $\varphi$ الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $\varphi(x) = \sqrt{f(x)}$

3. (ا) بين أن للدالتين $\varphi$ و $f$ نفس اتجاه التغير على $]-1;+\infty[$.

(ب) عين إحداثيات النقطة $B$ من $(C_h)$ حتى تكون المسافة $AM$ أصغر مايمكن .

(ج) بين أن : $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

(د) هل المستقيم $(AB)$ عمودي على مماس المنحنى $(C_h)$ في النقطة $B$ ؟

## التمرين العاشر

I) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. (ا) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ :
$f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$

(ب) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$.

(ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(D)$

2. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ :
$f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.

(ب) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم $(D')$ ذو المعادلة $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ $(C_f)$

(ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(D')$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ , ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ :
$f(\ln 2 - x) = f(x)$ , ماذا تستنتج ؟

5. أرسم $(D)$ , $(D')$ و $(C_f)$.

6. ليكن $(\Delta_m)$ المستقيم ذو المعادلة
$y = mx + \dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث $m$ وسيط حقيقي .

(ا) بين أن جميع المستقيمات $(\Delta_m)$ تشمل النقطة الثابتة $A\left(\dfrac{\ln 2}{2}; \dfrac{\ln 2}{2}\right)$.

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة :

$$\ln(2+e^{2x}) = (m+1)x + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$$

## التمرين الحادي عشر

$I$) نعتبر الدالة $g$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = \ln(1+e^{-x}) - \frac{1}{1+e^{x}}.$$

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$, ثم شكل جدول تغيراتها .

3. استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.

$II$) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = e^{x}\ln(e^{-x}+1)$$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في م . م. م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ( يمكن وضع $t = e^{-x}$ ).

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ :

$$f(x) = -xe^{x} + e^{x}.\ln(e^{x}+1)$$

ثم استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ :

$$f'(x) = e^{x}.g(x).$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ , ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathbb{R}$

5. أرسم $(C_f)$.

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة $\ln(e^{-x}+1) - me^{-x} = 0$

## التمرين الثاني عشر

I) لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2-\ln x}{x^2}$$

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to 0} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1+\ln x}{x}.$$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$ .

1. (ا) احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ .

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2. (ا) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$

(ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ .

3. " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\beta) = f(\gamma) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$ ."

- أنشئ في المعلم السابق المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$

## التمرين الثالث عشر

I نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$$

1. أدرس تغيرات الدالة $g$

2. أحسب $g(1)$ و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

3. لتكن الدالة $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x - 1 + x(\ln x)^2$

أ) أحسب $h'(x)$ وبيّن أن الدالة $h$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ . (حيث $h'$ الدالة المشتقة للدالة $h$)

ب) بيّن أن العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $h(x) = 0$ ، ثم إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 1$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1. أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم أحسب نهاية الدالة $f$ عند أطراف مجال تعريفها

2. أ) بيّن أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{1}{x} \times g(x)$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها .

3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذي المادلة $y = x$ على المجال : $[1 ; +\infty[$

4. أحسب $f(4)$ ، $f(6)$ ، ثم أنشئ $(C_f)$

5. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $f(x) = f(e^m)$

## التمرين الرابع عشر

I) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = \ln x^2 + \frac{1}{x} + 1 \text{ .}$$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلين موجبين تماما أحدهما 1 والآخر $\alpha$ حيث : $0.25 < \alpha < 0.3$

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة $g$ وعيّن إشارتها على $]0;+\infty[$ .

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]1,+\infty[\cup[0,1[$ كما يلي: $f(x) = x\ln(\sqrt{x}-1)^2$ .

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$ .

1. أحسب نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند الصفر من اليمين، وفسّر النتيجة بيانيا

3. (ا) من أجل كل $x$ من $\mathcal{D}_f$ أحسب $f'(x)$ .

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]0,1[$ .

(ج) أثبت أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x) = g(\sqrt{x}-1)$

(د) حسب ما سبق، قدّم جدول تغيّرات الدالة $f$

4. بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف فاصلتها أكبر تماما من 1 .

5. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم $(T)$ مماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

6. أنشئ المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$ .

7. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = (m-2020)^2$ .

## التمرين الخامس عشر

$(I$ – نعتبر الدالة العددية $g$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ , ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.75 < \alpha < 1$ .

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

$(II)$- نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف

2. أ)- تحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

ب)- استنتج إتّجاه تغيّر الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. أ)- بين أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

ب)- أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(D)$

4. أ)- بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(D)$ عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها

ب)- أكتب معادلة للمماس $(T)$.

5. أنشئ في المعلم السابق $(T)$ , $(D)$ و $(C_f)$

( نأخذ بالتقريب $\alpha=0.8$ و $f(\alpha)=0.9$ )

6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة : $-\ln x=mx^2$

## التمرين السادس عشر

$(I)$نعتبر الدالة $g$والمعرفة على $]0;+\infty[$بـ :
$g(x)=\dfrac{2x}{x+1}-\ln(x+1)$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة $g$, ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$حيث : $3.9<\alpha<4$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب $x$.

$(II)$لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x)=e^{-x}\ln(e^{2x}+1)$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. علما أن $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(t+1)}{t}=1$ أحسب نهاية الدالة $f$عند $-\infty$.

2. بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)=\dfrac{2x}{e^x}+\dfrac{\ln(e^{-2x}+1)}{e^x}$
ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=e^{-x}g(e^{2x})$.
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ , ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أن $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right)=\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$, ثم أرسم $(C_f)$ . ( يعطى $\dfrac{\ln\alpha}{2}\approx 0.6$ و $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right)\approx 0.8$ )

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة : $\ln(e^{-2x}+1)=me^x-2x$.