

Clic 5^{min} Maths

CHABANE Oussama



القصة في 2

◀ ملخص الدرس و تطبيقات

◀ تمارين محلولة

◀ بكالوريا 2008-2020

للتعب: لغات أجنبية + أداب و فلسفة

” من تقديم الأستاذ شعبان أسامة



BAC

2021



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إليك أيها الطالب "Clic 5min Maths" للسنة الثالثة ثانوي الشعب العلمية لمحور القسمة في $\mathbb{Z}$

وفق المنهاج الرسمي الجديد

جاء هذا الملف شامل قصد مساعدتك على التحضير الجيد للبكالوريا لدورة 2021، أرجو عدم قراءة حلول التمارين المطروحة بل التفكير في الحل الذاتي أولا ثم مقارنته مع الحل المقترح مع العلم أنه ليس الحل الوحيد وربما يكون حلك أحسن وأقصر لكن النتائج والأهداف واحدة، في الأخير نرجوا من الله القدير أن يوفقك إلى ما فيه نجاحك ويهديك إلى سبيل الخير

الأستاذ شهاب أسامة



أهدي هذا العمل المتواضع لعائلي الكريمة أولا



وثانيا لجميع محبي المادة

”

ثم هذا الملف دعوة في ظهر الغيب

الخاصية 5 (خاصية التلازم مع الضرب) : n عدد طبيعي غير معدوم، a, b, c و d أعداد صحيحة. إذا كان $a \equiv b \pmod n$ و $c \equiv d \pmod n$

فإن $a \times c \equiv b \times d \pmod n$

ملاحظة: يتم تعميم الخاصية السابقة إلى جداء عدة أعداد صحيحة.

الخاصية 6: n و p عددان طبيعيين غير معدومين. a و b عددان صحيحان. إذا كان $a \equiv b \pmod n$ فإن $a^p \equiv b^p \pmod n$.

نظریات

1

عين باقي قسمة العدد الصحيح a على العدد الطبيعي b ، ثم عين أحصر العدد a بين مضاعفين

متعاقبين للعدد b في كل حالة من الحالات الآتية.

$$.b=47 \text{ , } a=-7361.3 \quad .b=91 \text{ , } a=725.2 \quad .b=52 \text{ , } a=8159.1$$

الحل:

1. $8159 = 52 \times 156 + 47$. 156 هو حاصل قسمة 8159 على 52 و 47 هو باقي قسمة 8159 على 52.

$$. 8112 \leq 8159 < 8164 \quad \text{أي} \quad 52 \times 156 \leq 8159 < 52 \times 157$$

2. $725 = 91 \times 7 + 88$. 7 هو حاصل قسمة 725 على 91 و 88 هو باقى قسمة 725 على 91 .

• $637 \leq 725 < 728$ أي $91 \times 7 \leq 725 < 91 \times 8$

3. $-7361 = 47 \times -157 + 18$. هو حاصل قسمة -7361 على 47 و 18 هو باقى قسمة

7361-47 . $47 \times -157 \leq -7361 < 47 \times -156$ أی $-7379 < -7361 < -7332$.

2

a عدد صحیح باقی قسمته علی 10 هو 6.

1. ما هو باقي قسمة العدد a على 5 ؟

2. ما هو باقي قسمة العدد a على 2 ؟

$a = 10k + 6$ حيث k عدد صحيح .

1. $a = 10k + 5 + 1$ و منه $a = 5 \cdot 2k + 1 + 1$ ومنه باقي قسمة a على 5 هو 1 .

2. $a = 2(5k + 3)$ ومنه باقي قسمة a على 2 هو 0 .

3.

حلل العدد 1372 إلى جداء عوامل أولية و عين مجموعة قواسم العدد 1372 .

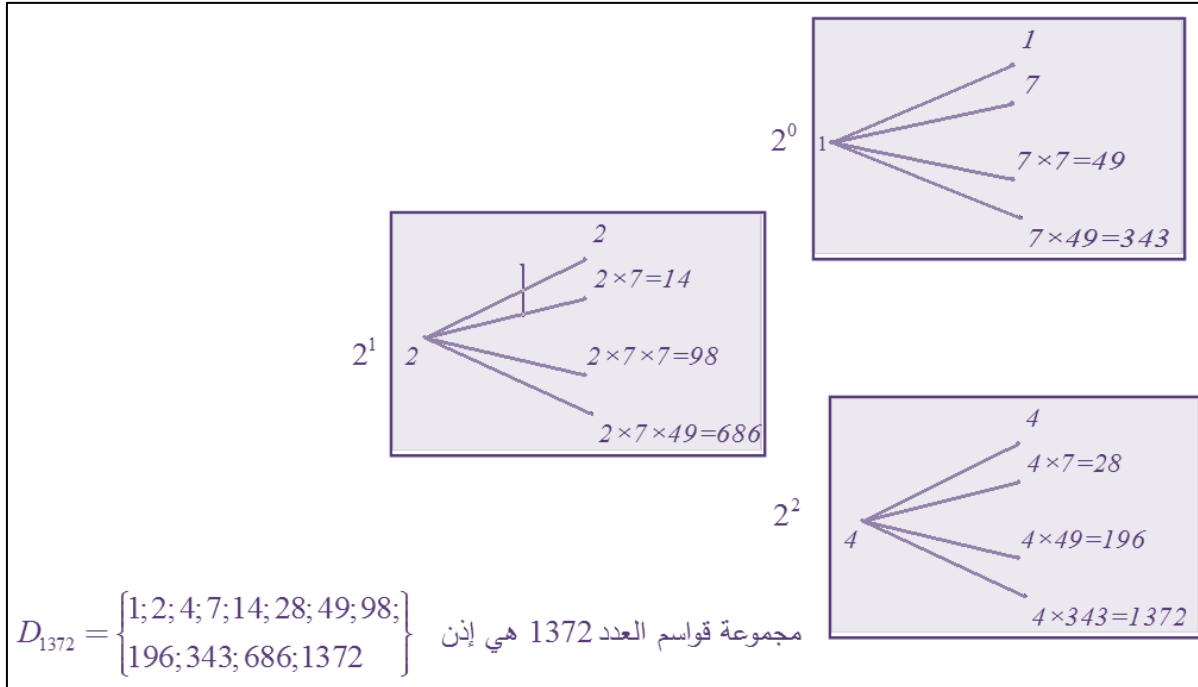
الحل:

طريقة: لإيجاد عدد قواسم عدد طبيعي a نحلل a إلى جداء عوامل أولية . إلى كل أس في التحليل نضيف 1 ثم

نحسب جداء الأعداد المحصل عليها .

(1) $1372 = 2^2 \times 7^3$. عدد قواسم 1372 هو $(2+1)(3+1) = 12$. العدد 1372 يقبل إذن 12 قاسما .

(2) لتكن D_{1372} مجموعة قواسم 1372 . لإيجاد المجموعة D_{1372} يمكن استعمال الشجرة الآتية .



من بين الموافقات الآتية أذكر الصحيحة و الخاطئة:

- (1) $26 \equiv 11 \pmod{5}$ ؛ (2) $-32 \equiv 18 \pmod{10}$ ؛ (3) $478 \equiv 32 \pmod{5}$ ؛ (4) $58 \equiv -5 \pmod{7}$ ؛ (5) $63^2 \equiv 14 \pmod{5}$ ؛ (6) $144 \equiv 11 \pmod{19}$ ؛ (7) $131^2 \equiv 25 \pmod{12}$ ؛ (8) $48^3 \equiv 36 \pmod{7}$

الحل:

طريقة: للبرهان على أن $a \equiv b \pmod{n}$ يمكن البرهان على أن $a - b$ مضاعف لـ n أو البرهان على أن لـ a و b

نفس الباقي في القسمة الإقليدية على n .

(1) $26 - 11 = 15$ و $15 = 3 \times 5$. إذن $26 \equiv 11 \pmod{5}$ صحيحة.

(2) $-32 - 18 = -50$ و $-50 = -5 \times 10$. إذن $-32 \equiv 18 \pmod{10}$ صحيحة.

(3) $478 - 32 = 446$ و $446 = 89 \times 5 + 1$. إذن $478 \equiv 32 \pmod{5}$ خاطئة. و نكتب $478 \not\equiv 32 \pmod{5}$.

(4) $58 + 5 = 63$ و $63 = 9 \times 7$. إذن $58 \equiv -5 \pmod{7}$ صحيحة.

(5) $63^2 = 3969$. باقي قسمة 63^2 على 5 هو إذن 4 وبما أن باقي قسمة العدد 14 على 5 هو كذلك 4 فإن

$63^2 \equiv 14 \pmod{5}$ صحيحة.

(6) $144 = 19 \times 7 + 11$ و بما أن العدد 144 يوافق بتريديد 19 باقي قسمته على 19 نستنتج أن $144 \equiv 11 \pmod{19}$ صحيحة.

(7) $131^2 = 1430 \times 12 + 1$ و $25 = 2 \times 12 + 1$ تحصلنا على نفس الباقي في القسمة على 12 إذن $131^2 \equiv 25 \pmod{12}$ صحيحة.

(8) $48^3 = 15799 \times 7 + 6$ و $36 = 5 \times 7 + 1$ لم نحصل على نفس الباقي في القسمة على 7 إذن $48^3 \equiv 36 \pmod{7}$ خاطئة. و نكتب

$48^3 \not\equiv 36 \pmod{7}$

عين في كل حالة من الحالات الآتية ($a \equiv b \pmod{n}$) باقي قسمة a على n وباقي قسمة b على n ، ثم أذكر صحة أو خطأ الموافقة.

- (1) $262 \equiv 927 \pmod{5}$ ؛ (2) $-322 \equiv 78 \pmod{4}$ ؛ (3) $471 \equiv 30 \pmod{8}$ ؛ (4) $158 \equiv 39 \pmod{17}$

الحل:

(3) $471 = 8 \times 58 + 7$ و $30 = 8 \times 3 + 6$ إذن باقي قسمة 471 على 8 هو 7 و باقي قسمة 30 على 8 هو 6 و منه 471 و 30 ليس لهما نفس الباقي في القسمة على 8 إذن $471 \equiv 30 \pmod{8}$ خاطئة. و نكتب $471 \not\equiv 30$.

(4) $158 = 17 \times 9 + 5$ و $39 = 17 \times 2 + 5$ إذن باقي قسمة 158 على 17 هو 5 و باقي قسمة 39 على 17 هو 5 و منه 158 و 39 لهما نفس الباقي في القسمة على 17 إذن $158 \equiv 39 \pmod{17}$ صحيحة.

لتكن الأعداد الصحيحة التالية : $a = 255$ ، $b = 837$ و $c = 3691$.

1. عين باقي قسمة الأعداد a ، b و c على العدد 11 .

2. باستعمال الموافقات عين باقي قسمة كل من $a \times b \times c$, a^2 , $a+b+c$, $a \times c$, $a+b$.

1. باستعمال حاسبة نجد أن بواقي الأعداد a ، b و c على العدد 11 هي 2، 1، 6 على الترتيب.

2. لدينا:
$$\begin{cases} a \equiv 2 \pmod{11} \\ b \equiv 1 \pmod{11} \end{cases}$$
 و بتطبيق خاصية الجمع نجد $a+b \equiv 3 \pmod{11}$ و منه الباقي هو 3.

لدينا $a \equiv 2 \pmod{11}$ و $c \equiv 6 \pmod{11}$. بتطبيق خاصية الضرب نجد $ac \equiv 12 \pmod{11}$ و بما أن $12 \equiv 1 \pmod{11}$

فإنه بالتعدي $ac \equiv 11$ و منه الباقي هو 1.

لدينا:
$$\begin{cases} a \equiv 2 \pmod{11} \\ b \equiv 1 \pmod{11} \\ c \equiv 6 \pmod{11} \end{cases}$$
 و بتطبيق خاصية الجمع نجد $a + b + c \equiv 9 \pmod{11}$ و الباقي هو 9 .

لدينا: $a \equiv 2 \pmod{11}$ و بتطبيق الخاصية 6 نجد $a^2 \equiv 2^2 \pmod{11}$ أي $a^2 \equiv 4 \pmod{11}$ و الباقي هو 4 .

و بتطبيق خاصية الضرب نجد $a \times b \times c \equiv 1 \times 2 \times 6 \pmod{11}$ أي $a \times b \times c \equiv 12 \pmod{11}$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \equiv 2 \pmod{11} \\ b \equiv 1 \pmod{11} \\ c \equiv 6 \pmod{11} \end{array} \right.$$

و $12 \equiv 111$ و بتطبيق خاصية التعدى نجد $a \times b \times c \equiv 111$ و الباقي هو 1.

a و b عددان صحيحان حيث $a \equiv 3 [5]$ و $b \equiv 4 [5]$.

1. بين أن العدد $2a + b$ يقبل القسمة على 5.

2. عين باقي قسمة العدد $2a^2 + b^2$ على 5.

2. تحقق أن $b \equiv -1 [5]$. استنتج باقي قسمة b^{2007} و b^{1428} على 5.

الحل:

1. لدينا $\begin{cases} a \equiv 3 [5] \\ b \equiv 4 [5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2a \equiv 6 [5] \\ b \equiv 4 [5] \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2a \equiv 1 [5] \\ b \equiv 4 [5] \end{cases}$ لأن $6 \equiv 1 [5]$. بتطبيق خاصية الجمع نحصل

على: $2a + b \equiv 5 [5]$ و بما أن $5 \equiv 0 [5]$ فإن $2a + b \equiv 0 [5]$. باقي قسمة $2a + b$ على 5 هو 0. نستنتج هكذا أن العدد $2a + b$ يقبل القسمة على 5.

2. لدينا $\begin{cases} a \equiv 3 [5] \\ b \equiv 4 [5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2a^2 \equiv 2 \times 9 [5] \\ b^2 \equiv 16 [5] \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2a^2 \equiv 3 [5] \\ b^2 \equiv 1 [5] \end{cases}$ لأن $18 \equiv 3 [5]$ و $16 \equiv 1 [5]$.

بتطبيق خاصية الجمع نحصل على: $2a^2 + b^2 \equiv 4 [5]$. باقي قسمة العدد $2a^2 + b^2$ على 5 هو إذن 4.

3. من الواضح أن $4 \equiv -1 [5]$ ومنه باستعمال خاصية التعددي نحصل على $b \equiv -1 [5]$.

بتطبيق الخاصية 6 نحصل على $b^{2007} \equiv (-1)^{2007} [5]$ و $b^{1428} \equiv 1^{1428} [5]$ أي $b^{2007} \equiv -1 [5]$ و $b^{1428} \equiv 1 [5]$.

و بما أن $4 \equiv -1 [5]$ فإن $b^{2007} \equiv 4 [5]$. نستنتج أن باقي قسمة b^{2007} على 5 هو 4 و باقي قسمة b^{1428} على 5 هو 1.

التمارين

1.

a و b عددان طبيعيين حيث $a = 1428$ ، $b = 2006$

أ/1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العددان a و b متوافقان بترديد 9؟ برر إجابتك.

أ/2) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9؟

2.

1-أحسب باقي قسمة كل من 3^2 ، 3^3 ، 3^4 ، 3^5 ، 3^6 على 7.

2-عين باقي قسمة كل من: 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3-بين أن العدد: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

3.

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

أ.1-تحقق أن: $a \equiv 1[3]$

ب-استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج-بين أن: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

أ.2)أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، وباقي قسمة 5^n على 3

ب)عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

4.

a و b عددان طبيعيين حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

أ.1-عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب-استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

ج-تحقق أن: $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أن

$$a^3 + b^3 \equiv 0[7]$$

2.أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$

ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

5.

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$.

(1) بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.

(2) بين أن: $2124 \equiv -1[5]$

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

6.

a و b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1-عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2-أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب)تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

”الحلول“

”حل التمرين الأول:

a و b عدنان طبيعيا حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$

1/أ) تعين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

لدينا: $1428 = 9 \times 158 + 6$ و بالتالي الباقي هو 6.

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

لدينا: $2006 = 9 \times 222 + 8$ أي: $b \equiv 8[9]$ و منه حسب خاصية التعدي نجد: $b \equiv -1[9]$

ج) هل العدنان a و b متوافقان بترديد 9؟

a و b غير متوافقان بترديد 9 لأن باقيهما على 9 غير متساوي

2/أ) باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9.

$$a \equiv 6[9]$$

$$b \equiv -1[9]$$

لدينا: $b^2 \equiv 1[9]$ إذن الباقي هو 7.

$$a + b^2 \equiv 6 + 1[9]$$

$$a + b^2 \equiv 7[9]$$

”حل التمرين الثاني:

1- أحسب باقي قسمة كل من 3^2 ، 3^3 ، 3^4 ، 3^5 ، 3^6 على 7.

العدد	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6
الباقي على 7	2	6	4	5	1

2- من الجدول باقي قسمة: 3^{6n} على 7 هو 1.

باقي قسمة: 3^{6n+4} على 7 هو: 4

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

نلاحظ أن: $2008 = 6 \times 334 + 4$ بالاستعانة بالجدول نجد الباقي هو 4.

2.أ)، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 5^n على 3.

نلخص بواقي قسمة 5^n على 3 في الجدول التالي:

n	$2k$	$2k + 1$	$k \in \mathbb{N}$
$5^n \equiv$	1	2	[3]

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0 [3]$

$$5^n + a^2 \equiv 0 [3]$$

لدينا:

$$a^2 \equiv 1 [3]$$

$$5^n + 1 \equiv 0 [3]$$

$$5^n \equiv -1 [3]$$

$$5^n \equiv 2 [3]$$

$$5^{2k+1} \equiv 2 [3]$$

ولدينا من السؤال السابق:

بالمطابقة نجد: $n = 2k + 1$

”حل التمرين الرابع:

أو b عدنان طبيعيا حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1.أ- باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 1. نكتب: $a \equiv 1 [7]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 3. نكتب $b \equiv 3 [7]$

ب- باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

$$a \equiv 1 [7]$$

لدينا:

$$b \equiv 3 [7]$$

ولدينا:

$$2b \equiv 2 \times 3 [7]$$

$$2b \equiv 6 [7]$$

ومنه:

$$a + 2b \equiv 1 + 6 [7]$$

$$a + 2b \equiv 7 [7]$$

$$7 \equiv 0 [7]$$

$$a + 2b \equiv 0 [7]$$

فإن (حسب خاصية التعدي):

و بالتالي الباقي هو 0.

ج-تحقق أن: $a^3 \equiv 1 [7]$

$$a^3 \equiv 1^3 [7]$$

لدينا:

$$a^3 \equiv 1 [7]$$

$$b^3 \equiv 3^3 [7]$$

$$b^3 \equiv 3 [7]$$

$$b^3 \equiv 6 [7]$$

اذن بالجمع نجد: $a^3 + b^3 \equiv 0 [7]$.

2.أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431 [7]$

لدينا: $2124 \equiv -1 [5]$
 حسب خواص الموافقات: $2124^{720} \equiv (-1)^{720} [5]$
 بما أن 720 عدد زوجي فإن: $(-1)^{720} = 1$
 ومنه: $2124^{720} \equiv 1 [5]$
 إذن باقي قسمة 2124^{720} على 5 هو: 1
 $619 \equiv 4 [5]$
 $619 \equiv -1 [5]$
 $619^{721} \equiv (-1)^{721} [5]$
 بما أن 721 عدد فردي فإن: $(-1)^{721} = -1$
 أي: $619^{721} \equiv -1 [5]$
 ومنه: $619^{721} \equiv 4 [5]$
 إذن باقي قسمة 619^{721} على 5 هو: 4

(ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2124^{2n} \equiv 1 [5]$.

لدينا: $2124 \equiv -1 [5]$
 $2124^{2n} \equiv (-1)^{2n} [5]$
 $(-1)^{2n} = 1$
 ومنه: $2124^{2n} \equiv 1 [5]$

(د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0 [5]$.

$2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0 [5]$
 $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0 [5]$
 $2124^{4n} + 619 \times 619^{4n} + n \equiv 0 [5]$
 $2124^{2(2n)} + 619 \times 619^{2(2n)} + n \equiv 0 [5]$
 $(2124^{2n})^2 + 619 \times (619^{2n})^2 + n \equiv 0 [5]$
 $(1)^2 + 4 \times (1)^2 + n \equiv 0 [5]$
 $1 + 4 + n \equiv 0 [5]$
 $n + 5 \equiv 0 [5]$
 $n \equiv 0 [5]$
 $n = 5k$
 أي:
 ومنه:

حيث k عدد طبيعي.

”حل التمرين السادس:

a و b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1- تعين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

لدينا: $a \equiv 3 [7]$
 ولدينا: $b \equiv 4 [7]$
 $a \times b \equiv 12 [7]$
 $12 \equiv 5 [7]$
 $a \times b \equiv 5 [7]$ فإن (حسب خاصية التعددي):
 إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a \times b$ على 7 هو: 5
 $a \equiv 3 [7]$
 $a^2 \equiv 3^2 [7]$ حسب خواص الموافقات:
 $3^2 \equiv 2 [7]$
 $a^2 \equiv 2 [7]$
 $b \equiv 4 [7]$ ولدينا:
 $b^2 \equiv 4^2 [7]$ حسب خواص الموافقات:
 $4^2 \equiv 2 [7]$ وبما أن:
 $b^2 \equiv 2 [7]$
 $a^2 - b^2 \equiv 0 [7]$
 0 باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 7 هو:

2-أ) اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1 [7]$.

لدينا: $c \equiv 6 [7]$
 وبما أن: $6 \equiv -1 [7]$
 $c \equiv -1 [7]$
 حسب خواص الموافقات: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n} [7]$
 $(-1)^{2n} = 1$
 $c^{2n} \equiv 1 [7]$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:

ب) تحقق أن $48 \equiv 6 [7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010}

بما أن 2010 عدد زوجي فإن: $(-1)^{2010} = 1$
 $48^{2010} \equiv 1 [7]$ ومنه:
 إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد 48^{2010} على 7 هو: 1

48^{2011} على 7.

بما أن 2011 عدد فردي فإن: $(-1)^{2011} = -1$
 $48^{2011} \equiv -1 [7]$ أي:
 $48^{2011} \equiv 6 [7]$ ومنه:
 إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد 48^{2011} على 7 هو: 6

(1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

(2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $(2008^{1430} + 1429^{2009})$ على 9.

(3) بين أن العدد A حيث: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

بكالوريا

2010

الموضوع الأول: (06 نقط)

a و b عدنان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1. عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

ج- تحقق أن: $[7]a^3 \equiv [7]b^3$ واستنتج أن $[7]a^3 + b^3 \equiv 0$.

2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $[7]n + 2010^3 \equiv [7]1431$.
ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

الموضوع الثاني: (03 نقط)

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:

أ) -3 ب) 2 ج) 3

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على 7 هو:

أ) 0 ب) 1 ج) 2.

بكالوريا

2011

الموضوع الأول: (06 نقط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$.

1. بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2. أ) بين أن: $[5]2124 \equiv -1$

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $[5]2124^{2n} \equiv 1$.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون:

$$[5]2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0$$

القسمة الإقليدية و المتوافقات في

2

بكالوريا 2008-2020

بكالوريا

2008

الموضوع الأول: (06 نقط)

a و b عدنان طبيعيان حيث $a = 1428$ ، $b = 2006$

أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العدنان a و b متوافقان بترديد 9؟ برر إجابتك.

أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3.

الموضوع الثاني: (04 نقط)

1- أحسب باقي قسمة كل من 3^2 ، 3^3 ، 3^4 ، 3^5 ، 3^6 على 7.

2- عين باقي قسمة كل من: 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3- بين أن العدد: $4 + 2 \times 3^{6n} - 3 \times 3^{6n+4}$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

بكالوريا

2009

الموضوع الأول: (05 نقط)

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1. أ- تحقق أن: $a \equiv 1[3]$

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج- بين أن: $[3]2 \equiv a^{360} - 5$

2. أ) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 5^n على 3

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $[3]0 \equiv 5^n + a^2$

(05 نقط)

الموضوع الثاني:

a و b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1- عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

(ب) تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

بكالوريا

2012

الموضوع الأول:

(03نقط)

اذكري كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1. n و n' عدنان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2(2012) = 3 \times 670 + 2$).

3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.

الموضوع الثاني:

(06نقط)

a و b عدنان طبيعيان بحيث: $a + b \equiv 7[11]$ و $a - b \equiv 5[11]$.

1. (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11.

(ب) بين أن: $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أن: $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$.

2. (أ) أثبت أن: $a^5 \equiv -1[11]$.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$.

3. (أ) تحقق أن: $2012 = 10 \times 201 + 2$.

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

بكالوريا

2013

الموضوع الأول: (06نقط)

1- هل العدنان 2013 و 718 متوافقان بترديد ؟

2- (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

(ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3- (أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

(ب) بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد

$$2013 + 3 \times 718^{6n} \text{ يقبل القسمة على } 7.$$

4- (أ) تحقق أن: $1434 \equiv -1[7]$.

(ب) عين الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25 ، بحيث:

$$1434^{2n} + n \equiv 0[7]$$

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.

2- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3- (أ) تحقق أن: $b \equiv -1[7]$.

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n + n \equiv 0[7]$.

بكالوريا

2014

الموضوع الأول:

(05نقط)

1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$

3) استنتج أن: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$

4) (أ) تحقق أن: $2^3 \equiv -1[9]$

(ب) عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

الموضوع الأول: (05نقط)

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0$ على العدد 5.

2. أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $2^{4n} \equiv 1 [5]$

ب-استنتج باقي القسمة الاقليدية لعدد 2^{2016} على العدد 5.

3. عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون: $2^{2016} + 2 + n \equiv 0 [5]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

1. أ- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 4^3 على 9.

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1 [9]$

ج-أدرس حسب قيم العدد طبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 9.

د- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 2015^{2016} على 9.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1 [9]$

ب-عين الأعداد الطبيعية بحيث يكون العدد مضاعفا للعدد 9.

$$8^{2n} + 4^n + 1$$

الموضوع الأول: (06نقط)

نعتبر الأعداد الطبيعية a, b, c حيث:

$$c = 1954 \text{ و } b = 1437, a = 2016$$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 5.

2. استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $a+b+c$ و $a \times b \times c$ على 5.

3. أ-تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $b^{4n} \equiv 1 [5]$

ب-استنتج أن العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5.

4. أ-تحقق أن: $c \equiv -1 [5]$

ب-بين أن: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0 [5]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

a, b, c ثلاثة أعداد طبيعية حيث:

$$c = 2017 \text{ و } b = 1966, a = -5 [7]$$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 7.

2. تحقق أن: $b = -1 [7]$

3. أثبت أن العدد: $b^{2017} + 3c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7.

الاقتراح أ	الاقتراح ب	الاقتراح ج	
8	5	2	1 عدد قواسم العدد 1435 هو:
-1	7	6	2 إذا كان $a \equiv -1 [8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:
2	4	3	3 العددان 1435 و 2014 متوافقان بتردد:
$x^9 + y^9 \equiv 3 [5]$	$x^9 + y^9 \equiv 2 [5]$	$x^9 + y^9 \equiv 4 [5]$	4 إذا كان $x \equiv 2 [5]$ و $y \equiv 2 [5]$ فإن:
$9 \equiv 7 [6]$	$9 \equiv 7 [2]$	$9 \equiv 7 [3]$	5 لدينا $27 \equiv 21 [6]$ إذن:

الموضوع الأول: (05نقط)

عين الاقتراح الوحيد الصحيح مع التعليل. من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربعة التالية:

1. إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1 [5]$ فإن:

أ- $a \equiv 2 [5]$ ب- $a \equiv 6 [5]$ ج- $a \equiv 99 [5]$

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ- 1 ب- 6 ج- 1

3. من أجل كل عدد طبيعي n . العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ- 3 ب- 5 ج- 2

4. مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:

أ-عدد زوجي ب- مضاعف للعدد 3 ج- مضاعف للعدد 4

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عددان صحيحان يحققان: $a \equiv 13 [7]$ و $b \equiv -6 [7]$

1. عين باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من a و b

2. بين أن العددين $a^3 + 1$ و $b^3 + 1$ يقبلان القسمة على 7

3. أ-تحقق أن: $a \equiv 2015 [7]$ و $a \equiv 1436 [7]$

ب-عين باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد: $2015^3 + 1436^3$.

الموضوع الأول: (06نقط)

a و b عدداً طبيعياً حيث : $a=2019$ و $b=2969$

1 (أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

(ب) إستنتج أن العددين a و $3b$ متوافقان بترديد 7.

2 (ب) بين أن : $9a + b \equiv 0[7]$.

3 (أ) تحقق أن : $2a \equiv -1[7]$ ثم إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2969} \times b^{2969}$ على 7.

4 (أ) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث : $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b العدداً الطبيعياً حيث $a=2019$ ، $b=1441$

1 (أ) تخفّق أن : $a \equiv 13[17]$

2 (ب) بين أن : a و b متوافقان بترديد 17 ، ثم إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17.

3 (ب) بين أن : $a \times b \equiv -1[17]$ ، ثم إستنتج أن $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$

4 (أ) أدرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17.

5 (ب) بين أن : $2019^{1934} + 169^{271} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$

6 (أ) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تخفّق : $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$

الموضوع الأول: (06نقط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث : $a=2020$ ، $b=2970$ و $c=1441$

1 (أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 9.

2 (ب) تخفّق أن العددين b و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9.

3 (أ) تخفّق أن : $2a \equiv -1[9]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9.

4 (ب) بين أن العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9.

الموضوع الثاني: (06نقط)

4. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $2^{3k} = 1[7]$ ثم استنتج أن : $2^{3k+1} = 2[7]$ و $2^{3k+2} = 4[7]$

5. عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $2^n + 3$ قابلاً للقسمة على 7.

بكالوريا 2017 الدورة الاستثنائية

الموضوع الأول: (06نقط)

1. أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $4^3, 4^2, 4$ على 9.

ب- بين أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n} = 1[9]$

ج- استنتج أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n+1} = 4[9]$.
2. تحقق أن : $2020^{1438} = 4[9]$

3. بين أن العدد $(2020^{1438} - 2017^2 + 1995)$ يقبل القسمة على 9.

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عدداً صحيحاً حيث : $a \equiv 14[13]$ و $b \equiv -1[13]$

1. أ- بين أن باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a-b, a+b$ و $2a+b^2$ على 13.

2. بين أن العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3. عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $2017 + n + 1438 \equiv 0[13]$

الموضوع الأول: (06نقط)

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.

2. عيّن قيم العدد الطبيعي a حتى يكون : $2018 = 4a + 2$

3. بين أن العدد : $2017^8 - 5 + 2^{2018}$ يقبل القسمة على 5.

4. أ- تحقق بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n[5]$ و $[-3]^n \equiv 2^n[5]$

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عدداً طبيعياً غير معدومين حيث : $a = 4b + 6$

1. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4.

2. بين أن a و b متوافقان بترديد 3.

3. نضع : $b = 489$

أ- تحقق أن : $a \equiv -1[13]$

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13.

ج- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $a^{2n} + n + 3$ قابلاً للقسمة على 13.

a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ ، $b = 2020$.

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .

(2) بيّن أنّ: $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ ثم استنتج أنّ العدد $(a^2 + b^2)^{1962} - 8$ يقبل القسمة على 7

(3) أ . عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7 .

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$ ثم استنتج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.

ج. بيّن أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$.

بالتوفيق في بكالوريا 2021

أ. شعبان أسامة



هذا العمل من طرف انسان و احتمال السهو فيه وارد فارجوا من القراء التبليغ
والتنبيه عبر البريد الالكتروني الخاص بالأستاذ شعبان أسامة

Chbnoussama@gmail.com

**تجدون هذا الملف عبر مختلف منصات التواصل الاجتماعي
للصفحة**

5min  Maths 