

الاشتقاقية

1- العدد المشتق لدالة f عند x_0

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

$$\text{أو} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

2- مشتقات دوال مألوفة

ميدان الاشتقاق	$f'(x) =$	$f(x) =$
$\mathbb{R}$	0	k عدد ثابت
$\mathbb{R}$	1	x
$\mathbb{R}$	$2x$	x^2
$\mathbb{R}$	nx^{n-1}	x^n ($n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$)
$\mathbb{R}$	a	$ax + b$ ($a \neq 0$)
$]0; +\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$ ($x \geq 0$)
$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$ ($x \neq 0$)
$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$	$\cos(x)$
$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\tan(x)$

3- معادلة المماس

معادلة (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي:

$$(\Delta) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

4- العمليات على الدوال المشتقة

الدالة	مشتقتها
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u' \times v + v' \times u$
ku (k عدد ثابت)	ku'
$\frac{u}{v}$ ($v \neq 0$)	$\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$
$\frac{k}{v}$ (k عدد ثابت) ($v \neq 0$)	$\frac{-kv'}{v^2}$
$v \circ u$	$u' \times (v' \circ u)$

5- مشتقات دوال مركبة مألوفة

الدالة	مشتقتها
$u(ax + b)$	$au'(ax + b)$
u^n ($n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$)	$nu' \cdot u^{n-1}$
$\sqrt{u}$ ($u \geq 0$)	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ($u > 0$)
$\frac{1}{x^n}$ ($x \neq 0$) ($n \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\frac{1}{u^n}$ ($u \neq 0$) ($n \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$

6- التقريب التآلفي

أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند القيمة x_0 هو:

$$f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

باعتبار $h = x - x_0$ قريب جدا من الصفر، يمكن كتابة التقريب على الشكل التالي:

$$f(x_0 + h) \approx f'(x_0).h + f(x_0)$$

7- اتجاه تغير دالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

■ إذا كان $f'(x) > 0$ من أجل كل x من I فإن:

f متزايدة تماما على I

■ إذا كان $f'(x) < 0$ من أجل كل x من I فإن:

f متناقصة تماما على I

■ إذا كان $f'(x) = 0$ من أجل كل x من I فإن:

f ثابتة على I

8- القيم الحدية المحلية لدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

إذا كانت f' تنعدم عند قيمة x_0 من I أي $f'(x_0) = 0$ مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f على I في حالتين:

أ- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية صغرى كما في هذا الجدول

x	x_0
$f'(x)$	- 0 +
$f(x)$	$f(x_0)$

ب- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية كبرى كما في هذا الجدول

x	x_0
$f'(x)$	+ 0 -
$f(x)$	$f(x_0)$

9- نقطة الانعطاف

f'' المشتقة الثانية للدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$ و x_0 قيمة منه.

إذا كانت f'' تنعدم عند x_0 أي $f''(x_0) = 0$ مغيرة إشارتها

فإن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\Omega(x_0; f(x_0))$