

التحضير الجيد للكالوريا 2021

كل ما يحتاجه تلميذ البكالوريا في الدوال المدمجة

(1) **تذكير:** إشارة ثنائي الحد $(ax + b)$ حيث $a \neq 0$

$$ax + b = 0 \text{ أي : } ax = -b \text{ أي : } x = \frac{-b}{a}$$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
الإشارة	مخالف لإشارة a		موافق لإشارة a

(2) **حلول معادلة من الدرجة الثانية** و تحليلها إلى جداء عاملين

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ حيث } (a \neq 0), \text{ نحسب المميز } \Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$	إذا كان
حليين هما : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	حل مضاعف $x_0 = \frac{-b}{2a}$	لا تقبل حل	حلول المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ في $\mathbb{R}$
$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_0)^2$	لا تقبل تحليل	تحليل $ax^2 + bx + c$

إشارة $ax^2 + bx + c$ حيث $(a \neq 0)$

فإن الإشارة كمايلي				إذا كان										
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td colspan="2">$+\infty$</td></tr><tr><td>الإشارة</td><td colspan="3">موافق لإشارة a</td></tr></table>				x	$-\infty$	$+\infty$		الإشارة	موافق لإشارة a			$\Delta < 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$												
الإشارة	موافق لإشارة a													
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>الإشارة</td><td>موافق لإشارة a</td><td colspan="2">موافق لإشارة a</td></tr></table>				x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	الإشارة	موافق لإشارة a	موافق لإشارة a		$\Delta = 0$		
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$											
الإشارة	موافق لإشارة a	موافق لإشارة a												
$x_1 < x_2$				$\Delta > 0$										
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>الإشارة</td><td>موافق لإشارة a</td><td>مخالف إشارة a</td><td colspan="2">موافق لإشارة a</td></tr></table>				x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	الإشارة	موافق لإشارة a	مخالف إشارة a	موافق لإشارة a		
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$										
الإشارة	موافق لإشارة a	مخالف إشارة a	موافق لإشارة a											

(3) النهايات

نهاية مجموع دالين

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$l \in \mathbb{R}$	$l \in \mathbb{R}$	$l \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$l' \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$	$l + l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح.ع.ت	$-\infty$

نهاية جداء دالين

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$l \in \mathbb{R}$	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	0
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$l' \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)]$	$l \times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح.ع.ت	ح.ع.ت

نهاية حاصل قسمة دالين

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$l \in \mathbb{R}$	l	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$l' \in \mathbb{R}^*$	$+\infty$	$-\infty$	$l' > 0$	$l' < 0$	$l' > 0$	$l' < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]$	$\frac{l}{l'}$	0	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح.ع.ت	ح.ع.ت	ح.ع.ت	ح.ع.ت

تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات "عدم التعيين"

و تتمثل في: $0 \times \infty$ ، $\frac{0}{0}$ ، $\frac{\infty}{\infty}$ ، $-\infty + \infty$

ملاحظة:

- (1) نهاية كثير الحدود لما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ تساوي نهاية الحد ذو الأعلى درجة .
- (2) نهاية كسر ناطق لما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ تساوي نهاية نسبة أعلى درجة في البسط على أعلى درجة في المقام .

(4) المستقيمات المقاربة

التفسير الهندسي	النهاية
المنحنى C_f يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = a$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$
المنحنى C_f يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = b$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$

المنحنى C_f يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = ax + b$	$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
--	---

ملاحظة: إذا كانت الدالة f تكتب من الشكل: $f(x) = ax + b + g(x)$ و كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ فإن المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى C_f بجوار ∞ .

(5) الاشتقاق

الدالة المشتقة	مجالات قابلية الاشتقاق	الدالة
$x \rightarrow 0$	$\mathbb{R}$	$x \rightarrow a / a \in \mathbb{R}$
$x \rightarrow a$	$\mathbb{R}$	$x \rightarrow ax + b$
$x \rightarrow n.x^{n-1}$	$\mathbb{R}$	$x \rightarrow x^n / n \in \mathbb{N}$
$x \rightarrow -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$	$x \rightarrow \frac{1}{x}$
$x \rightarrow -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$	$x \rightarrow \frac{1}{x^n} / (n \in \mathbb{N})$
$x \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^+ =]0; +\infty[$	$x \rightarrow \sqrt{x}$
$x \rightarrow \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \rightarrow \sin x$
$x \rightarrow -\sin x$	$\mathbb{R}$	$x \rightarrow \cos x$
$U' + V'$		$U + V$
$\lambda.U'$		$\lambda.U / (\lambda \in \mathbb{R})$
$U'V + UV'$		$U.V$
$-\frac{U'}{U^2}$		$\frac{1}{U}$
$\frac{U'V - UV'}{V^2}$		$\frac{U}{V}$
$x \rightarrow au'(ax + b)$		$x \rightarrow u(ax + b)$ حيث $a \neq 0$

$$(u^n)' = nu'u^{n-1} \quad , \quad \sqrt{u}' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \quad , \quad (u \circ v)'(x) = v'[u(x)] \times u'(x)$$

(6) الوضع النسبي بين المنحنى و المستقيم المقارب المائل

لدراسة وضعية المنحنى C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x) - (ax + b)$ ونميز الحالات التالية:

إشارة الفرق	الوضع النسبي
$f(x) - (ax + b) < 0$	C_f تحت (Δ)
$f(x) - (ax + b) > 0$	C_f فوق (Δ)
$f(x) - (ax + b) = 0$	C_f يقطع (Δ)

(7) تقاطع المنحنى C_f مع محور الفواصل : نحل المعادلة $f(x) = 0$

(8) تقاطع المنحنى C_f مع محور الترتيب يعني حساب $f(0)$

(9) مركز التناظر

$w(\alpha; \beta)$ مركز تناظر للمنحنى C_f يعني :

$f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$ بشرط $x \in D_f$ و $(2\alpha - x) \in D_f$

أو بالقانون $f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = 2\beta$ بشرط $x \in D_f$ ، $(\alpha - x) \in D_f$ و $(\alpha + x) \in D_f$

✓ المسألة العكسية : يطلب منا مثلاً إثبات أن : $f(-6 - x) + f(x) = 4$

لتفسيرها هندسيا نقوم بالمطابقة : أي $\begin{cases} 2\alpha = -6 \\ 2\beta = 4 \end{cases}$ و منه نقول أن النقطة $A(-3; 2)$ مركز

تناظر للمنحنى C_f .

(10) محور تناظر : المستقيم $x = \alpha$ محور تناظر للمنحنى C_f يعني :

$f(2\alpha - x) = f(x)$ بشرط $x \in D_f$ و $(2\alpha - x) \in D_f$

أو بالقانون : $f(\alpha - x) = f(\alpha + x)$ بشرط $x \in D_f$ ، $(\alpha - x) \in D_f$ و $(\alpha + x) \in D_f$

✓ المسألة العكسية يطلب منا مثلاً إثبات أن : $f(-8 - x) = f(x)$

لتفسيرها هندسيا نقوم بالمطابقة : أي $2\alpha = -8$ و منه $\alpha = -4$

و منه نقول أن المستقيم ذو المعادلة $x = -4$ محور تناظر للمنحنى C_f

(11) الدالة الزوجية و الدالة الفردية

مجال مجموعة التعريف متناظر بالنسبة للصفر أي $x \in D_f$ فإن $(-x) \in D_f$

الدالة الزوجية تحقق $f(-x) = f(x)$ وتمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمحور الترتيب.

الدالة الفردية تحقق $f(-x) = -f(x)$ وتمثيلها البياني متناظر بالنسبة للمبدأ .

(12) نقطة الإنعطاف

نقول أن C_f يقبل النقطة $A(x_0; f(x_0))$ كنقطة إنعطاف إذا تحقق أحد الشروط التالية :

(أ) المشتق الثاني $f''(x)$ ينعدم عند x_0 و يغير إشارته عندها .

(ب) المشتق الأول $f'(x)$ ينعدم عند x_0 و لا يغير إشارته عندها .

(ج) المماس عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ يخترق المنحنى C_f .

(13) مبرهنة القيم المتوسطة (الحالة الخاصة)

إذا كانت f دالة مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[a; b]$

وكان $f(a) \times f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $f(\alpha) = 0$ حيث : $\alpha \in]a; b[$ مبرهنة القيم المتوسطة (الحالة العامة)

إذا كانت f دالة مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[a; b]$

وكان k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $f(\alpha) = k$ حيث : $\alpha \in]a; b[$

(14) (العرو المشتق و تفسيره الهندسي)

التفسير الهندسي	قابلية الاشتقاق	النهاية	
C_f يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ معامل توجيهه l	f قابلة للاشتقاق عند x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \neq 0$	1
C_f يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موازيا لحامل محور الفواصل (أفقي)	f قابلة للاشتقاق عند x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$	2
C_f يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موازيا لحامل محور الترتيب (عمودي) معادلته $x = x_0$	f غير قابلة للاشتقاق عند x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \infty$	3
C_f يقبل نصفي مماسين عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ وتسمى النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نقطة زاوية.	f قابلة للاشتقاق على يمين و على يسار x_0 لكن غير قابلة للاشتقاق عند x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l_1$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l_2$ و $l_1 \neq l_2$	4
C_f يقبل مماسا عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ موازيا لحامل محور الترتيب (عمودي) معادلته $x = x_0$ وتسمى النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نقطة إنعطاف للمنحنى C_f	f غير قابلة للاشتقاق على يمين و على يسار x_0 وغير قابلة للاشتقاق عند x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \infty$ بحيث النهايتين معا $+\infty$ أو $-\infty$	5

C_f يقبل نصفي مماسين عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ لحامل محور الترتيب (عموديان) معادلتيهما $x = x_0$ وتسمى النقطة $A(x_0; f(x_0))$ نقطة C_f رجوع للمنحنى	f غير قابلة للإشتقاق على يمين و على يسار x_0 وغير قابلة للإشتقاق عند	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \infty$ بحيث إحدى النهايتين $-\infty$ و الأخرى $+\infty$	6
---	---	---	---

ملاحظة: صيغة أخرى لقانون قابلية الإشتقاق: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

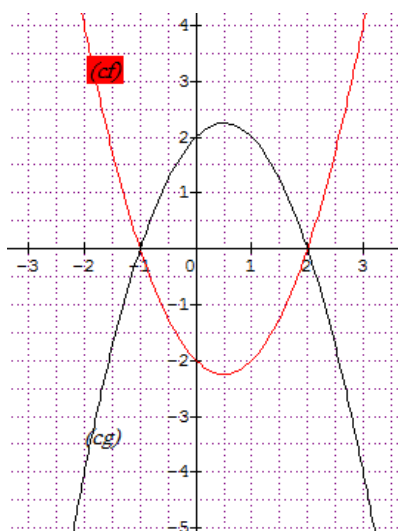
(15) المماس (السؤال و طريقة الإجابة عليه)

السؤال	كيفية البحث عن الفاصلة x بكتابة معادلة المماس
1	أكتب معادلة المماس للمنحنى C_f عند النقطة ذات الفاصلة x_0 نكتب القانون: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ نعوض x بقيمتها المعطاة
2	أكتب معادلة المماس للمنحنى C_f عند النقطة ذات الترتيبية y_0 نحل المعادلة $f(x_0) = y_0$ وعند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
3	بين أنه يوجد مماس للمنحنى C_f ميله أو (معامل توجيهه) يساوي a نحل المعادلة $f'(x_0) = a$ وعند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
4	بين أنه يوجد مماس للمنحنى C_f يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ نحل المعادلة $f'(x_0) = a$ وعند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
5	بين أنه يوجد مماس للمنحنى C_f يعامد المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ نحل المعادلة $f'(x_0) = \frac{-1}{a}$ وعند تعيين x_0 نطبق القانون كما في (1)
6	بين أنه يوجد مماس للمنحنى C_f يشمل النقطة $M(\alpha; \beta)$ نحل المعادلة: $\beta = f'(x_0)(\alpha - x_0) + f(x_0)$ عند إيجاد x_0 نطبق القانون كما في (1).

إستنتاج منحني من منحني بيان آخر

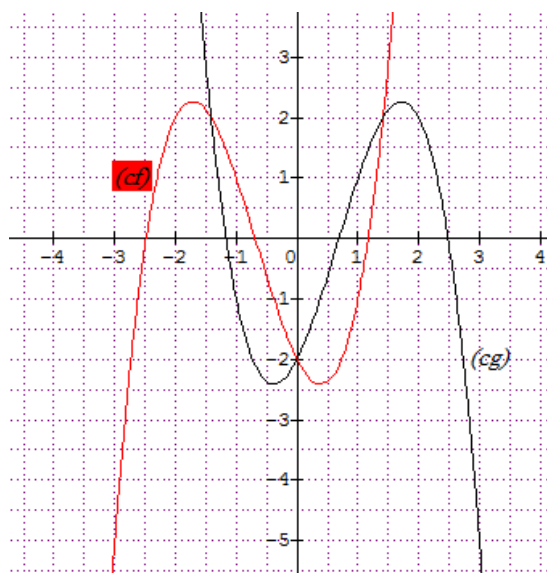
الحالة الأولى $g(x) = -f(x)$

C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل
مثال:



الحالة الثانية $g(x) = f(-x)$

C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الترتيب

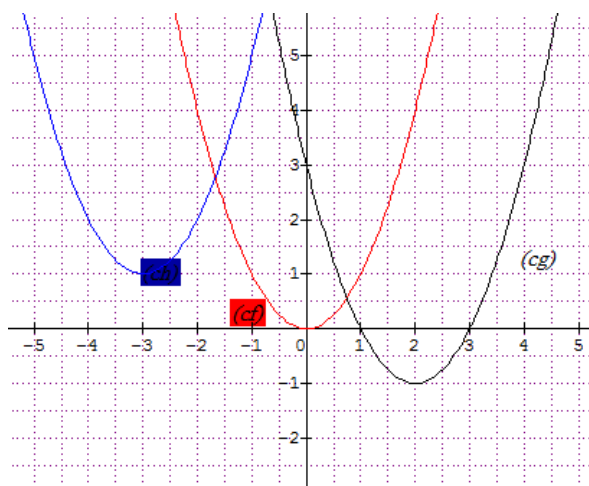


الحالة الثالثة $g(x) = f(x + a) + b$

C_g هو صورة C_f بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u} \begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix}$
مثال: $g(x) = (x - 2)^2 - 1$ ، $f(x) = x^2$ ،

$$h(x) = (x + 3)^2 + 1$$

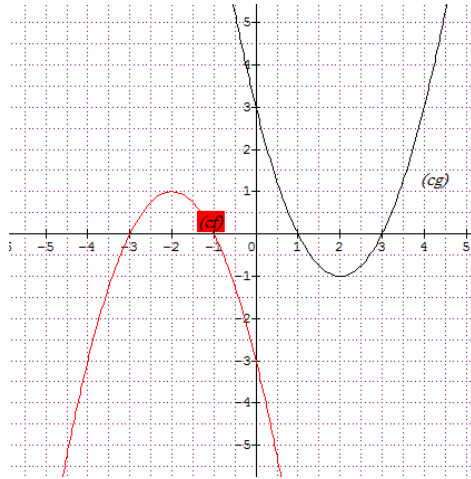
C_g هو صورة C_f بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$



C_h هو صورة C_f بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

الحالة الرابعة $g(x) = -f(-x)$

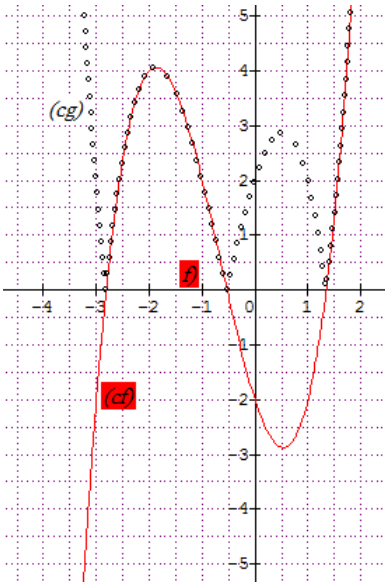
C_g هو نظير C_f بالنسبة للمبدأ
مثال:



الحالة الخامسة $g(x) = |f(x)|$

✓ C_g ينطبق على C_f لما $f(x) \geq 0$ أي " C_f يقع فوق محور الفواصل"

✓ C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \leq 0$ أي " C_f يقع تحت محور الفواصل"
مثال:

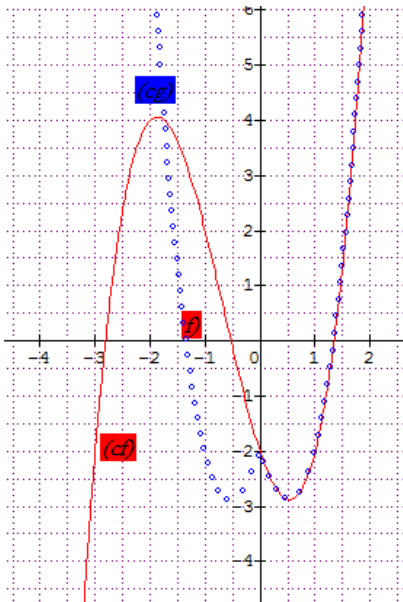


الحالة السادسة $g(x) = f(|x|)$

عادة ما يطلب إثبات أن الدالة g دالة زوجية

لما $x \geq 0$ أي في المجال الموجب يكون: C_g منطبق على C_f

لما $x \leq 0$ أي في المجال السالب يكون: C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الترتيب



التمرين الأول - باك علوم تجريبية 2014 -

❖ لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,7 < \alpha < 0,8$.

(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

❖ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

(ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

(3) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ ، حيث f' مشتقة

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(نأخذ $f(\alpha) \approx -0.1$)

(4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و (C_h) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$

(ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه : ثم أنشئ (C_h)

التمرين الثاني - باك تقني رياضي 2017 -

✓ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + 6x + 12$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]-1,48; -1,47[$

ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

✓✓ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 + 2)^2}$

ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(2) (أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى C_f

(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى والمستقيم (Δ) .

(3) بيّن أن $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصر $f(\alpha)$.

(4) أرسم المنحنى C_f و (Δ)

التمرين الثالث

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g على المجال $]-1; +\infty[$ كمايلي :

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

(1) (أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g و حدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

(ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $0; \frac{1}{2}$ يحقق $g(\alpha) = 0$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

(2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1; +\infty[$ كمايلي :

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x + 1)^2}$$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x + 1)^3}$.

(ب) عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا .

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)]$ وفسر النتيجةين بيانيا .

(د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) نأخذ $\alpha \approx 0,26$ ، عيّن مدور $f(\alpha)$ الى 10^{-2} .

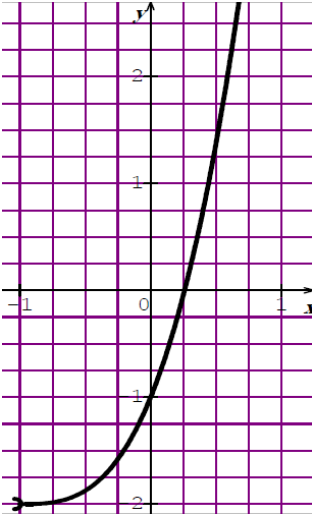
(ب) أرسم (Γ)

التمرين الرابع

الجزء الأول

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$



(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

(3) يبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال: $\left[2; \frac{9}{4}\right]$ ، ثم أعط حصرًا للعدد α بتقريب 10^{-2} . عين

إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} -]-1; 1[$ كمايلي :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايات الدالة f بجوار مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج

(2) يبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} -]-1; 1[$: $f'(x) = \frac{2x.g(x)}{(x^2 - 1)^2}$.

(3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) يبين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ثم عين حصر للعدد $f(\alpha)$.

(5) برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ثم أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

(6) جد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم المقارب (Δ)

(7) أرسم (C_f) و المستقيمات المقاربة.

(8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$

التمرين الخامس

الجزء الأول

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :

المستقيم (D) هو مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1

بقراءة بيانية: (1) عين $g'(0)$ ، $g'(2)$ ، $g'(1)$ ، $g''(1)$

(2) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(3) حدد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ثم استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]3; \frac{7}{2}\right[$

بحيث : $g(\alpha) = 0$. ثم تحقق أن $3,2 < \alpha < 3,1$

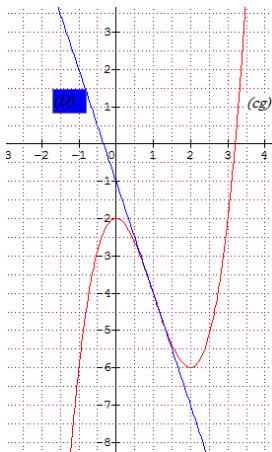
(4) استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - 1$ ب: $f(x) = \frac{x^3 + 1}{(x - 1)^2}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$



(2) **أحسب** $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$. **ماذا تستنتج ؟**

(3) بيّن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - 1$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x + 2)]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته له .

5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \text{ (6) عيّن دون حساب}$$

(7) بيّن أن $f(\alpha) = 3 + \frac{6\alpha}{(\alpha - 1)^2}$ ثم أعط حصر لـ $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2} .

(8) أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{3}$.

(9) جد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

$$(10) \text{ رسم } (C_f), (\Delta), \text{ و } (T).$$

(11) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$

الجزء الثالث

h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - 1$ بـ: $h(x) = |f(x)|$ و (C_h) تمثيلها البياني

(1) أكتب h دون رمز القيمة المطلقة.

(2) بين كيفية رسم (C_h) إنطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه .