اختبار الثلاثي الثاني في مـــــادة الرياضيات

التمرين الأول: التوقيت (35 دقيقـــــة)

06.5 نقاط

يحتوي صندوق u_1 على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وكرتين حمراوين . لايمكن التمييز بينها باللمس

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من u_1 ولتكن الأحداث :

A " سحب كرتين سوداوين وكرة حمراء " ، B " سحب ثلاث كرات من نفس اللّون " ، C " سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل"

1) بيّن أنّ : $P(A) = \frac{1}{14}$ ثمّ أحسب $P(B)$ و $P(C)$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي تحملها الكرات المسحوبة

أ/ حدّد قيم المتغير العشوائي X

ب/ حدّد قانون الاحتمال للمتغيّر المتغير العشوائي X

جـ/ اللاعب يدفع $50DA$ قبل إجراء السحب، ويكسب $25DA$ لكل لون من الألوان المحصل عليها .هل اللعبة مربحة له ؟

4) نعتبر صندوقا آخر u_2 يحتوي على كرتين بيضاوين وكرة سوداء

نضع الكرات الثلاثة المسحوبة من u_1 في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من u_2

* ما احتمال أنّ الكرتان المسحوبتان من u_2 بيضاوين علما أنّ الكرات الثلاث المسحوبة من u_1 لها نفس اللون

التمرين الثاني التوقيت (35 دقيقـــــة)

المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط $A; B$ و C التي لواحقها على الترتيب:

06.5 نقاط

$z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = -(i)^{2019} z_A$ و $z_C = \overline{z_A}$ ($\overline{z_A}$ مرافق z_A)

1) أكتب z_B, z_A على الشكل الجبري .

2) أكتب العدد $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

3) أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\frac{1+i-z}{-1+i-z} = 2e^{i\pi}$ $(E)....$

ب) استنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بواسطة تشابه مباشر S مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة z_Ω

(حيث z_Ω هي حل المعادلة (E)) يطلب تعيين عناصره المميزة وكتابة عبارته المركبة .

إقلب الصفحة

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا.

5) أ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث: $z = z_C - k\frac{z_A}{z_C}$ ، k يمسح $\mathcal{R}_+^*$

ب) عيّن (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى حيث: $k \in \mathbb{Z}$, $arg\left[\left(\frac{z_A - z}{z_B - z}\right)^2\right] = \pi + 2k\pi$

التمرين الثالث

التوقيت (40 دقيقـــــــة)

06.5 نقاط

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 والعدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.

2- نضع $c = -3, b = 0, a = 1$

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4- أرسم (T) و (C_f).

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6- عيّن (بيانيا) قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$ حلّين سالبين.

تمنح (0.5) نقطة لتنظيـــم وثيقة الإجابـة

*** انتهـــــــــى ***

حكمة: تستطيع أن تنجح في حياتك ولو كان كل الناس يعتقدون انك غير ناجح ولكنك لا تنجح أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك انك غير ناجح.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح....أستاذ المادة: تونسي ن

ثانوية أول نوفمبر 54 بالأغواط	يوم: 2019/03/09	3 ع تجريبية

تصحيح الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التنقيط

التمرين الاول:

0.5 1) تبيين أنّ: $P(A)=\frac{1}{14}$، لدينا $p(A)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{C_9^3}=\frac{6}{84}=\frac{1}{14}$

01 $p(B)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\frac{5}{84}\approx 0.06$،

01 الحدث C: سحب كرة بيضاء على الأقل الحدث $\overline{C}$: عدم سحب كرة بيضاء

ط1: $p(C)=1-p(\overline{C})=1-\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{74}{84}\approx 0.88$ ط2: $p(C)=\frac{C_4^1\times C_5^2+C_4^2\times C_5^1+C_4^3\times C_5^0}{C_9^3}=\frac{74}{84}\approx 0.88$

0.5 2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي: $1\ ;\ 2\ ;\ 3$

0.5 ب/ $X=1$: "سحب 3 كرات بلون واحد" $p(X=1)=p(B)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\frac{5}{84}$

0.5 $X=2$: "سحب 3 كرات بلونين مختلفين"

$(B;B;\overline{B})$ أو $(N;N;\overline{N})$ أو $(R;R;\overline{R})$ $\frac{55}{84}$ $p(X=2)=\frac{C_4^2\times C_5^1+C_3^2\times C_6^1+C_2^2\times C_7^1}{C_9^3}=\frac{55}{84}$

0.5 $X=3$: "سحب 3 كرات بثلاث ألوان مختلفة" $p(X=3)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_9^3}=\frac{24}{84}$

ج) ليكن Y متغير عشوائي يمثل الربح الصافي الذي يحققه اللاعب قيمه: $-25\ ;\ 0\ ;\ +25$.

1.25 $E(Y)=-25\left(\frac{5}{84}\right)+0\left(\frac{55}{84}\right)+25\left(\frac{24}{84}\right)=\frac{475}{84}\approx 5.65$ بما أن: $E(Y)>0$ فإن اللعبة مربحة لهذا اللاعب

3) حساب احتمال ان تكون الكرتان من U_2 بيضاوين علما أن الكرات المسحوبة من لها نفس اللون:

0.75 ليكن الحدث F: سحب كرتان من U_2 بيضاوين ، لدينا: $p_B(F)=\frac{p(B\cap F)}{p(B)}$، $p(B)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\frac{5}{84}$

$p(B\cap F)=\frac{C_4^3}{84}\times\frac{C_5^2}{C_6^2}+\frac{C_3^3}{84}\times\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{41}{1260}$، ومنه: $p_B(F)=\frac{p(B\cap F)}{p(B)}=\frac{\frac{41}{1260}}{\frac{5}{84}}=\frac{41}{75}\approx 0.55$

التمرين الثاني:

0.75 0.75 1) كتابة z_A، z_B على الشكل الجبري: $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}=1+i$، $z_B=-(i)^{2019}z_A=iz_A=-1+i$

01 2) $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=i$ الاستنتاج: بما أن $\left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|=1$ و $arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}$

فإن $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{2}$ و $AB=AC=2$ اذن المثلث ABC قائم في A ومتقايس الضلعين

3) أ) نحل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z:

0.75 (E) يكافئ $\frac{1+i-z}{-1+i-z}=2(-1)$ يكافئ $3z=-1+3i$ ومنه: $z=\frac{-1}{3}+i$ اذن: $S=\left\{\frac{-1}{3}+i\right\}$

ب) استنتاج أن A هي صورة B بواسطة تشابه مباشر S مركزه النقطة Ω لاحقتها $z_\Omega=\frac{-1}{3}+i$: من (E) نستنتج $\frac{z_A-z_\Omega}{z_B-z_\Omega}=2e^{i\pi}$

0.5 ومنه: $z_A-z_\Omega=2e^{i\pi}(z_B-z_\Omega)$ العبارة من الشكل $z_A-z_\Omega=ke^{i\theta}(z_B-z_\Omega)$ معناه $S(B)=A$ حيث S تشابه مباشر

0.5 نسبته $k=2$ وزاويته $\theta=\pi$ ومركزه النقطة الصامدة Ω لاحقتها $z_\Omega=\frac{-1}{3}+i$. عبارته المركبة: $z'=-2z-1+3i$

حالة خاصة: S هو تحاك مركزه النقطة Ω ونسبته $K=-2$

4) تعيّين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا: $\frac{z_A}{z_C}=\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{i\frac{-\pi}{4}}}=e^{i\frac{\pi}{2}}$

0.75 $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\,n\frac{\pi}{2}}$ عدد حقيقي موجب يكافئ $\frac{n\pi}{2}=2k\pi$ ومنه: $n=4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$.

5) أ) تعيّين (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى حيث: $z=z_C-k\frac{z_A}{z_C}$، k يمسح $\mathcal{R}_+^*$:

$z=z_C-k\frac{z_A}{z_C}$ أي $z-z_C=-k\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$ أي $z-z_C=k\left(-e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$ أي $z-z_C=k\left(e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)}\right)=k\left(e^{i\left(\pi+\frac{\pi}{2}\right)}\right)$

0.75 $|z-z_C|=k$ و $arg\,(z-z_C)=\frac{3\pi}{2}$

ومنه: (Γ) هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة C موازي لحامل محور التراتيب شعاع توجيهه لاحقته $e^{i\frac{3\pi}{2}}=-i$. (باستثناء C)

0.75 ب) تعيّن (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى حيث: $arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2k\pi$ ....(1)، $k\in\mathbb{Z}$ (1) يكافئ

$2\,arg\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)=\pi+2k\pi$ يكافئ $arg\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنه: (Γ') هي دائرة قطرها $[AB]$ ماعدا النقطتين $A;B$

التمرين الثالث:

-1 تعيين الأعداد الحقيقية a ،b و c : $f(0)=-3$ و هذا يعني $c=-3$

0.75 و لدينا $f'(x)=(2ax+b)e^{-x}-(ax^2+bx+c)e^{-x}=[-ax^2+(2a-b)x+b-c]e^{-x}$

$f'(0)=3$ يعني أن $b-c=3$; و منه $b=0$ ، $f(\sqrt{3})=0$ يعني ان $f(\sqrt{3})=(3a-3)e^{-\sqrt{3}}=0$ و منه $a=1$

-2 نضع $c=-3, b=0, a=1$ تصبح $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

0.5 حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=0$ لأنه بوضع $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-3)e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=0$ نجد $x=2t$ = $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{4t^2}{e^{2t}}\right]$

0.5 $4\lim\limits_{t\to+\infty}\left(\frac{t}{e^t}\right)^2=0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2)e^{-x}=+\infty$

0.5 دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة: $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $(-x^2+2x+3)$ تنعدم عند العددين

-1 و 3 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$

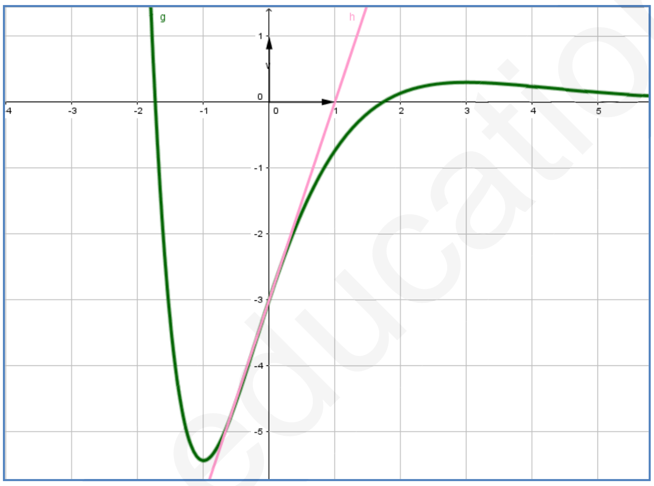
و شكل جدول تغيراتها :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-2e$	↗	$\frac{6}{e^3}$	↘	0

0.5 -3 معادلة المماس (T) هي $y=$

0.5 $3x-3$

0.5 تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل



$f(x)=0$ يكافئ $x^2-3=0$. أي ان $x=\sqrt{3}$ أو

0.25 $x=-\sqrt{3}$ نقطتي التقاطع هما

0.5+ $B(\sqrt{3};0)$ و $C(-\sqrt{3};0)$

-4 رسم (T) و (C_f)

-5 تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن

$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$

$f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

و $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$

$f''(x)=(-2x+2)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}$

أي ان $f''(x)=(x^2-4x-1)e^{-x}$

0.75 و منه $f(x)+2f'(x)+f''(x)=(x^2-3-2x^2+4x+6+x^2-4x-1)e^{-x}=2e^{-x}$

استنتاج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

0.75 $f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ يكافئ $f(x)=-2f'(x)-f''(x)+2e^{-x}$ و منه الدالة الأصلية للدالة f هي الدالة F

حيث $F(x)=-2f(x)-f'(x)-2e^{-x}$ أي $F(x)=-2(x^2-3)e^{-x}-(-x^2+2x+3)e^{-x}-2e^{-x}$ أي

$F(x)=(-2x^2+6)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}-2e^{-x}$ و منه $F(x)=(-x^2-2x+1)e^{-x}$

-6 تعيين قيم العدد الحقيقي m : المعادلة تكافئ $me^x=-(x^2-3)$ أي ان $-m=(x^2-3)e^{-x}$ يكافئ $f(x)=-m$

0.5 لما $-2e < -m < -3$ أي ان $3 < m < 2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين

الأستاذ: تونسي ن يتمنى لكم التوفيق والنجاح