

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05,5 نقاط) :

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C التي

لواحقتها على الترتيب: i ، $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و -1 .

1. نعتبر التحويل S المعرّف بـ : $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}z + 1 - i$.

أ / اكتب العبارة المركبة لهذا التحويل بشكل أبسط.

ب / ما طبيعة التحويل S وما عناصره المميّزة؟

2. أ / عيّن لواحق النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C بالتحويل S .

ب / بيّن أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان.

3. عيّن لاحقة النقطة G حيث G مرجح الجملة $\{(A; 3); (B, 1); (C, -2)\}$

أ / عيّن لاحقة النقطة G' مرجح الجملة $\{(A'; 3); (B', 1); (C', -2)\}$.

ب / عيّن $Z_{G'}$ حيث : $G' = S(G)$. ماذا تستنتج؟

4. نعتبر التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$

أ / بيّن أن : $\overrightarrow{GM'} = \overrightarrow{MG}$

ب/ ما طبيعة التحويل T وما عناصره المميّزة؟

ج / عيّن لواحق النقط D ، E و F صور النقط A ، B و C بالتحويل T .

د / بيّن أن المثلثين ABC و EDF متقايسان.

التمرين الثاني (04 نقاط):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(1; 1; 1)$ و $B(3; 2; 0)$ ، المستوي

(P) يمرّ بالنقطة B والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له، المستوي (Q) معادلته الديكارتية $x - y + 2z + 4 = 0$ سطح

الكرة (S) مركزه A ونصف قطره AB .

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

2. حدّد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) .

3. أ / احسب بعد النقطة A عن المستوي (Q) . واستنتج أنّ المستوي (Q) يمسّ سطح الكرة (S)

ب/ هل يمسّ المستوي (P) سطح الكرة (S) ؟

4. بيّن أن المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) هي النقطة $C(0; 2; -1)$.

5. بيّن أن (P) و (Q) متقاطعان وفق المستقيم (D) حيث تمثيله الوسيط هو: $\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} t \in \mathbb{R}$

6. تحقّق من أنّ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) .
7. نسمي (R) المستوي المعرّف بالنقطة A والمستقيم (D) بمعنى: $A \in (R)$ و $(D) \subset (R)$
- هل هذه العبارة خاطئة " المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ "

التمرين الثالث (04 نقاط):

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n}$.

- أ / احسب u_1 ، u_2 و u_3 .
- ب / أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n \leq 3$
- ج / ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا يمكن القول عن تقاربها؟

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

- أ / بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .
- ب / اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
- ج / استنتج نهاية المتتالية (u_n) ماذا يمكن القول عن تقاربها؟

التمرين الرابع (06,5 نقاط):

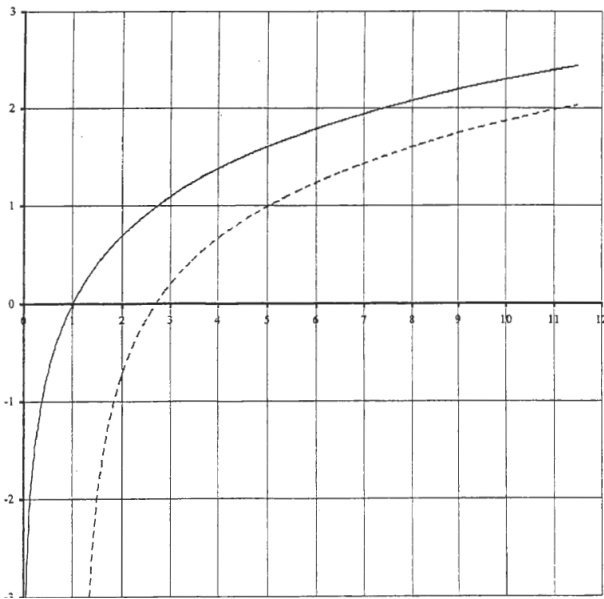
لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$. نسمي (C) التمثيل البياني للدالة f و Γ

المنحني الذي معادلته $y = \ln x$ في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الشكل المقابل

1. ادرس تغيّرات الدالة f وشكل جدول تغيّراتها.
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.
3. نريد البحث عن المماس للمنحني (C) المار من المبدأ O .
- أ / عدد حقيقي أكبر تماماً من 1. بيّن أن المماس T_a للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها a المار بمبدأ المعلم يحقق: $f(a) - af'(a) = 0$

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(x) - xf'(x)$.

ب / بيّن أنّه على المجال $]1; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ و المعادلة: $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.



ج / بعد دراسة تغيّرات الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

- $u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$ بيّن أنّ u تنعدم مرة واحدة على $\mathbb{R}$.
- د / استنتج وجود مماس وحيد للمنحني (C) مار من مبدأ المعلم O . المنحنيان (C) و Γ ممثلان أسفل الصفحة، انقل الشكلين بدقة على ورقة الإجابة ثم انشئ المماس T_a بعناية مع تحديد المنحنيين على هذه الوثيقة

هـ / عدد حقيقي m ، نعتبر المعادلة $f(x) = mx$. بقراءة بيانية أوجد حلول المعادلة السابقة والتي تنتمي إلى المجال $]1; 10]$



البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

لكل سؤال أربعة اقتراحات واحدة منها صحيحة ، اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل.
في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، t و t' وسيطان حقيقيان.

• المستوى (P) معادلته $x - 2y + 3z + 5 = 0$

• المستوى (S) تمثيله الوسيطى: $\begin{cases} x = -2 + t + 2t' \\ y = -t - 2t' \\ z = -1 - t + 3t' \end{cases}$ والمستقيم (D) تمثيله الوسيطى $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \\ z = -1 - t \end{cases}$

• نعتبر النقطتين $M(-1; 2; 3)$ و $N(1; -2; 9)$.

1. التمثيل الوسيطى للمستوى (P) هو:

أ	$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$	ب	$\begin{cases} x = t + 2t' \\ y = 1 - t + t' \\ z = -1 - t \end{cases}$	ج	$\begin{cases} x = t + t' \\ y = 1 - t - 2t' \\ z = -1 - t - 3t' \end{cases}$	د	$\begin{cases} x = 1 + 2t + t' \\ y = 1 - 2t + 2t' \\ z = -1 - t' \end{cases}$
---	--	---	---	---	---	---	--

2.

أ	المستقيم (D) والمستوى (P) متقاطعان في $A(-8; 3; 2)$	ب	المستقيم (D) والمستوى (P) متعامدان
ج	المستقيم (D) محتوئى في المستوى (P)	د	المستقيم (D) والمستوى (P) متوازيان تماما

3.

أ	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متعامدان	ب	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متوازيان
ج	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متقاطعان	د	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متطابقان

4.

أ	المستوى (P) والمستوى (S) متعامدان	ب	المستوى (P) والمستوى (S) متوازيان
ج	المستقيم (Δ) الممثل وسيطيا بـ: $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = -3 - t \end{cases}$ هو مستقيم تقاطع المستوى (P) والمستوى (S)	د	النقطة M تنتمي الى تقاطع المستوى (P) والمستوى (S)

التمرين الثاني (05,5 نقاط): نعتبر في المجال $I = [0; 1]$ الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$.

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجال I ثم استنتج أنه من أجل كل x من I $f(x)$ تنتمي الى I .

2. نعتبر المتتالية (u_n) بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبعى n : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبعى n ، u_n تنتمي الى I .

لدراسة المتتالية (u_n) نعلم طريقتين مختلفتين.

الطريقة الأولى: 3. أ / مثل بيانيا المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ والتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس وحدة الرسم $10cm$ يمكن استعمال جدول القيم لرسم التمثيل البياني للدالة f .

ب / باستعمال التمثيل البياني السابق مثل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 . ثم ضع تخمينا حول اتجاه المتتالية (u_n) وتقاربها.

ج / تحقق من أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

د / أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أثبت أن نهايتها l تحقق $f(l) = l$ ثم احسب l .

الطريقة الثانية: تعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

3. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n .

4. استنتج نهاية المتتالية (u_n) وتقاربها.

التمرين الثالث (05,5 نقاط):

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 8z + 20 = 0$

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقاط A, B, C و D التي

لواحقها على الترتيب: $-2i, 4-2i, 4+2i$ و 1

2. مثل هذه النقاط في المعلم ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

من أجل نقطة M تختلف عن A ذات اللاحقة z نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث $z' = \frac{z - 4 - 2i}{z + 2i}$

3. عين مجموعة النقاط M بحيث z' حقيقي .

4. عين مجموعة النقاط M بحيث $|z'| = 1$

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي z يختلف عن $-2i$: $z' - 1 = \frac{-4 - 4i}{z + 2i}$

6. احسب $|-4 - 4i|$ ثم استنتج أن: $DM' \cdot AM = 4\sqrt{2}$

7. بين أنه إذا كانت M نقطة من الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2 فإن M' تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع (05 نقاط):

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \ln\left(\frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2}\right)$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن: $f(x) = x + \ln 2 + \ln\left(\frac{1 + \frac{1}{2}e^{-2x}}{1 + 2e^{-x}}\right)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس حيث $\|\vec{i}\| = 3$

بين أن المستقيم $y = x + \ln 2$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

4. بين أن نقطة تقاطع مقاربي المنحنى (C_f) تنتمي إلى (C_f)

5. أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) ومقاربيه.

6. اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

7. أنشئ المنحنى (C_f)



التصحيح النموذجي المفصل

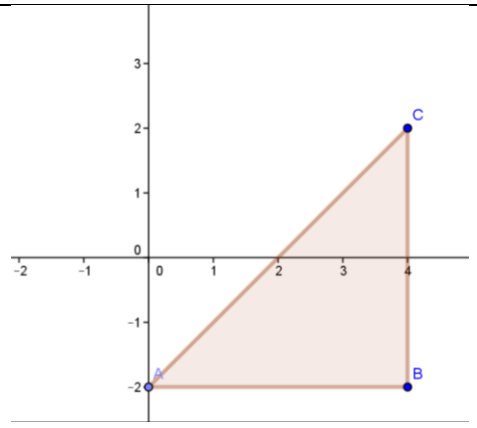
الموضوع الأول		20 نقطة	
التمرين الأول		05,5 نقاط	
0,25	1/ أ / تبسيط العبارة: $z' = (1+i\sqrt{3})z + 1-i$	تعيين لاحقة النقطة G' مرجح الجملة $\{(A'; 3); (B', 1); (C', -2)\}$ $z_{G'} = \frac{3z_{A'} + z_{B'} - 2z_{C'}}{2} = \frac{5 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}i}{2}$	
0,75	ب / التحويل S تشابه مباشر نسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$. ومركزه النقطة التي لاحقتها $\frac{\sqrt{3}}{3}(1+i)$	تعيين $z_{G'}$ حيث: $G' = S(G)$ $z_{G'} = (1+i\sqrt{3})z_G + 1-i = \frac{5 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}i}{2}$	
0,5	2/ أ / لواحق النقط A', B' و C' صور النقط A, B و C بالتحويل S $z_{C'} = (1+\sqrt{3})i$ ، $z_{A'} = 1-\sqrt{3}$ $z_{B'} = 2+\sqrt{3} + (\sqrt{3}-2)i$	الاستنتاج: التشابه يحافظ على المرجح $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ $= 2\overrightarrow{MG}$ $\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MG}$ $\overrightarrow{GM'} = \overrightarrow{MG}$	
0,5	ب / التبيين أن المثلثين $A'B'C'$ و ABC متشابهان. بما أن المثلث $A'B'C'$ صورة ABC بتشابه S فإن المثلثين $A'B'C'$ و ABC متشابهان.	التحويل T تحاك نسبته 1- مركزه G أو يمكن القول إنه تناظر مركزي مركزه G	
0,75	<u>طريقة أخرى:</u> الاثبات أن $A'B' = 2AB$ ، $B'C' = 2BC$ و $A'C' = 2AC$ $A'B' = 2AB$ $ z_{B'} - z_{A'} = 1 + 2\sqrt{3} + i(\sqrt{3}-2) = 2\sqrt{5}$ $ z_B - z_A = 1-2i = \sqrt{5}$ $C'A' = 2CA$ $ z_{A'} - z_{C'} = 1 - \sqrt{3} + i(\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{2}$ $ z_A - z_C = 1+i = \sqrt{2}$ $C'B' = 2CB$ $ z_{B'} - z_{C'} = 2 + \sqrt{3} + i(2\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{5}$ $ z_B - z_C = 2-i = \sqrt{5}$	نعين لواحق النقط D, E و F صور النقط A, B و C بالتحويل T . $z_F = 4+2i$ و $z_E = 2+3i$ ، $z_D = 3+i$	
0,5	3/ تعيين لاحقة النقطة G حيث مرجح الجملة $\{(A; 3); (B, 1); (C, -2)\}$ $z_G = \frac{3z_A + z_B - 2z_C}{2} = \frac{3+2i}{2}$	التبيين أن المثلثين EDF و ABC متقايسان بما أن المثلث EDF صورة ABC بالتحويل T فإن المثلثين EDF و ABC متقايسان. لأن T التحاكي الذي نسبته 1- هو تقايس <u>طريقة أخرى:</u> $ED = AB$ $ z_D - z_E = 1-2i = \sqrt{5}$ $ z_B - z_A = 1-2i = \sqrt{5}$ $FD = CA$ $ z_D - z_F = -1-i = \sqrt{2}$ $ z_A - z_C = 1+i = \sqrt{2}$ $FE = CB$ $ z_E - z_F = -2+i = \sqrt{5}$ $ z_B - z_C = 2-i = \sqrt{5}$	

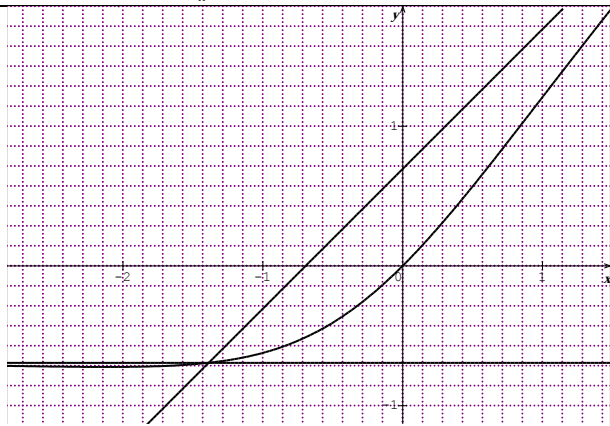
0,25	6 / التحقق من أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) نجد أن : $A \notin (D)$	04 نقاط		التمرين الثاني
		0,5	1 / المعادلة الديكارتية للمستوي (P): $(P): 2x + y - z - 8 = 0$	
0,75	7 / إذا كان $A \in (R)$ و $(D) \subset (R)$ فإن المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة [BC] المستوي (R) معرف بمستقيم ونقطة لا تنتمي إليه. نختار نقطتين من (D) هما $F(0;12;4)$ و $E(2;2;-2)$ $\overrightarrow{AE}(1;1;-3)$ و $\overrightarrow{BC}(-3;0;-1)$ $\overrightarrow{AF}(-1;11;3)$ $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AF} = 0$ و $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AE} = 0$ ومنه $\overrightarrow{BC}$ ناظمي للمستوي (R) I منتصف [BC] ، $F\left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{1}{2}\right)$ $I \notin (R)$ و $(R): 3x - z - 4 = 0$ ومنه فإن المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة [BC]	0,5	2 / تحديد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها $A(1;1;1)$ ونصف قطرها AB حيث: $AB = \sqrt{6}$ $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6$ $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 3 = 0$	
		0,5	3 / أ $d(A; (P)) = \sqrt{6}$ يمسّ (S)	
		0,5	ب $d(A; (Q)) = \sqrt{6}$ يمسّ (S)	
		0,5	4 / التبيين أن المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) هي النقطة $C(0;2;-1)$. النقطة C تنتمي الى المستوي (Q) والشعاع $\overrightarrow{AC}$ مرتبط خطيا مع الشعاع الناظمي للمستوي (Q) تعويض احداثيات النقطة C في المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) نجدها تنتمي، و $\overrightarrow{AC} = -\vec{n}$	
0,5	5 / التبيين أن (P) و (Q) متقاطعان وفق المستقيم (D) نعوض احداثيات التمثيل الوسيطى للمستقيم (D) في المعادلتين الديكارتيتين للمستويين (P) و (Q) نجد في كلتا الحالتين $0 = 0$			
0,75	بقية السؤال ب/ ومنه $0 \leq u_{n+1} \leq 3$ والخاصية صحيحة من أجل $n+1$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n \leq 3$	04 نقاط		التمرين الثالث
		0,75	1 / أ $u_1 = \frac{1}{2}$ ، $u_2 = \frac{4}{3}$ و $u_3 = \frac{6}{7}$	
			ب / الاستدلال بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n \leq 3$. نعتبر الخاصية $P(n): 0 \leq u_n \leq 3$ نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n = 0$ $0 \leq u_0 \leq 3$ الخاصية محققة من أجل $n = 0$ أي $P(0)$ ولنفرض أنها صحيحة من أجل n أي: $P(n)$ ولنثبت صحتها من أجل $n+1$ $0 \leq u_n \leq 3$ $1 \leq 1+u_n \leq 4$ $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{1+u_n} \leq 1$ $\frac{1}{2} \leq \frac{2}{1+u_n} \leq 2$ $0 \leq \frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq 2 \leq 3$ لدينا من فرضية التراجع أن:	
0,5	ج/ دراس اتجاه تغير المتتالية (u_n) $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - u_n + 2}{1+u_n}$ $= \frac{-(u_n - 1)(u_n - 2)}{1+u_n}$			
0,25	بما أن $0 \leq u_n \leq 3$ فإن المتتالية (u_n) غير رتيبة ، وبما أنها كذلك فلا يمكن استنتاج تقاربها.			
0,5	2 / أ / يبين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 نجد أن: $v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n$			
0,25	(v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{2}$ و $v_0 = \frac{2}{5}$			

0,25	$u_n = \frac{2 \frac{2}{5} \left(-\frac{1}{2}\right)^n + 1}{1 - \frac{2}{5} \left(-\frac{1}{2}\right)^n}$																		
0,25	$u_n = \frac{2v_n + 1}{1 - v_n} \text{ ثم } v_n = \frac{2}{5} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \text{ ب / 2 بالتعويض نجد:}$																		
0,5	ج / $\lim u_n = 1$ لأن $\lim \frac{2}{5} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0$ المتتالية (u_n) متقاربة																		
$\frac{(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0$ $\begin{cases} (\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0 \\ (\ln x)^2 \neq 0 \end{cases} / x \in]1; +\infty[$		التمرين الرابع 06,5 نقاط																	
0,5	$f(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$; دراسة تغيرات الدالة f : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$																		
0,5	3/ج/ دراسة تغيرات الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$ $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = +\infty$ و $\lim_{t \rightarrow -\infty} u(t) = -\infty$ u دالة تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و : $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1$																		
0,25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$w(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>			x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	$w(t)$	+	0	-	0	+					
x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$															
$w(t)$	+	0	-	0	+														
0,25	u متزايدة تماماً على $]-\infty; -\frac{1}{3}]$ وعلى $[1; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $[-\frac{1}{3}; 1]$																		
0,5	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>			x	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$							
x	1	$+\infty$																	
$f'(x)$	+																		
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$																	
0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x] = 0$ (C) و Γ متقاربان بجوار $+\infty$																		
0,5	3 / أ / a عدد حقيقي أكبر تماماً من 1. المماس T_a للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها a المار بمبدأ المعلم معادلته: $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ $y = f'(a)x - af'(a) + f(a)$ بما أن T_a يمر من المبدأ فأن: $f(a) - af'(a) = 0$																		
0,5	$g(x) = f(x) - xf'(x)$ $g(x) = \ln x - \frac{1}{(\ln x)^2} - \frac{1}{\ln x} - 1$ ب / 3 $g(x) = \frac{(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1}{(\ln x)^2}$ بيّن أنه على المجال $[1; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ المعادلة: $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول لدينا: $g(x) = 0$ يكافئ أنه:																		
0,5	<table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$w(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$u(t)$</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{22}{27}$</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>			t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	$w(t)$	+	0	-	0	+	$u(t)$	$-\infty$	$-\frac{22}{27}$	-2	$+\infty$
t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$															
$w(t)$	+	0	-	0	+														
$u(t)$	$-\infty$	$-\frac{22}{27}$	-2	$+\infty$															
0,5	حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $u(t) = 0$ تقبل حلاً وحيداً t_0 على المجال $[1; +\infty[$ وبوضع $t = \ln x$ د / فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً a على المجال $[e; +\infty[$ المماس T_a موجود																		
تقديم للمناقشة البيانية: المستقيم الذي يمر من المبدأ ويقطع (C) في نقطة فاصلتها 10 (تنتمي الى المجال $[1; 10]$) وترتيبها $m = \frac{1}{10} \left(\ln 10 - \frac{1}{\ln 10} \right)$ ومعادلته: $y = mx$ ميله يساوي $\ln 10 - \frac{1}{\ln 10}$																			

0,75		0,5	هـ / المناقشة البيانية: حلول المعادلة $f(x) = mx$ على المجال $[1; 10]$ هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C) مع المستقيم الذي معادلته $y = mx$. • إذا كان $m < \frac{1}{10} \left(\ln 10 - \frac{1}{\ln 10} \right)$ للمعادلة حل وحيد • إذا كان $\frac{1}{10} \left(\ln 10 - \frac{1}{\ln 10} \right) \leq m \leq f'(a)$ للمعادلة حلان متميزان. • إذا كان $m = f'(a)$ للمعادلة حل مضاعف a . • إذا كان $m > f'(a)$ ليس للمعادلة حل
------	--	-----	---

الموضوع الثاني			
20 نقطة			
01	3 / الإجابة الصحيحة هي أ لأن: $\vec{MN} \cdot \vec{n} = 0$ و $\vec{n}(1; -1; -1)$ $\vec{MN} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$	04 نقاط	التمرين الأول 1 / الإجابة الصحيحة هي ب $\vec{u}_1(1; -1; -1)$ $\vec{u}_2(2; 1; 0)$ $\vec{n}(1; -3; 3)$ $\vec{u}_2 \cdot \vec{n} = 0$ ، $\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0$ $\begin{cases} x = t + 2t' \\ y = 1 - t + t' \\ z = -1 - t \end{cases}$
01	4 / الإجابة الصحيحة هي ج : $(S): x + y + 2 = 0$ $(\Delta) \subset (S)$ $(\Delta) \subset (P)$	01	2 / الإجابة الصحيحة هي ج وذلك بتعويض أحداثيات التمثيل الوسيط للمستقيم (D) في المعادلة الديكارتية للمستوي (P).
0,75	بقية الاستدلال بالتراجع: أي: $P(n)$ ولنثبت صحتها من أجل $n+1$ لدينا من فرضية التراجع أن: $0 \leq u_n \leq 1$ وبما أنه من أجل كل x من I فإن: $f(x)$ تنتمي إلى I وبما أن $u_n \in I$ فإن: $u_{n+1} = f(u_n)$ مع $f(u_n) \in I$ الخاصية محققة من أجل $n+1$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n \leq 1$	05,5 نقاط	التمرين الثاني 1 / دراسة تغيرات الدالة f على المجال $I = [0; 1]$ f دالة تقبل الاشتقاق على I ومن أجل كل x من I فإن: $f'(x) = \frac{10}{(x+4)^2}$ متزايدة تماماً على I الاستنتاج أنه من أجل كل x من I فإن: $f(x)$ تنتمي إلى I بما أن الدالة f متزايدة تماماً على I فإن: $1 \geq x \geq 0$ فإن: $f(1) \geq f(x) \geq f(0)$ أي: $1 \geq f(x) \geq 0$ ومنه: $1 \geq f(x) \geq \frac{1}{2} > 0$
0,75	3 / أ / تمثيل الحدود: 		2 / الاستدلال بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n \leq 1$. نعتبر الخاصية $P(n): 0 \leq u_n \leq 1$ نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n = 0$ $0 \leq u_0 \leq 1$ الخاصية محققة من أجل $n = 0$ أي $P(0)$ ولنفرض أنها صحيحة من أجل n

0,5	بقية السؤال 4 / $v_{n+1} = \frac{3u_n + 2 - u_n - 4}{3u_n + 2 + 2u_n + 8} = \frac{2u_n - 2}{5u_n + 10}$ $= \frac{2}{5 \left(\frac{u_n - 1}{u_n + 2} \right)} = \frac{2}{5} v_n$ متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ (v_n)	0,5	3 / ب / المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة.
0,25	$v_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} \right)^n, v_0 = -\frac{1}{2}$	0,75	ج / التحقق من أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$ بما أن: $u_n + 2 > 0$ و $u_n + 4 > 0$ فإن إشارة $u_{n+1} - u_n$ من إشارة $1 - u_n$ لدينا : $0 \leq u_n \leq 1$ $-1 \leq -u_n \leq 0$ $0 \leq 1 - u_n \leq 1$ $0 \leq u_{n+1} - u_n \leq 1$
0,25	$u_n = \frac{-2v_n - 1}{v_n - 1} = \frac{-2 \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{5} \right)^n - 1}{\left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{5} \right)^n - 1}$	0,25	د / بما أن المتتالية محدودة من الأعلى ومتزايدة فهي متقاربة
0,25	$\lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} \right)^n = 0 \text{ لأن } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-1}{-1} \right) = 1$	0,25	وبما أنها متقاربة فإن: $\lim u_n = \lim u_{n+1} = l$ $l = 1$ ومنه $l = \frac{3l+2}{l+4}; f(l) = l$
0,25		0,25	4 / الإثبات أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$: $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 2} = \frac{\frac{u_n - 1}{u_n + 2} - 1}{\frac{u_n - 1}{u_n + 2} + 2}; v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$
0,5	0,5 / 3 $z' = \frac{z - 4 - 2i}{z + 2i}$ النقط M بحيث z' حقيقي $\frac{z - z_C}{z - z_A} = k; k \in \mathbb{R}$ المستقيم (AC) ما عدا النقط A	01	التمرين الثالث 1 / حل المعادلة: $z^2 - 8z + 20 = 0$ $z_1 = 4 + 2i, z_2 = 4 - 2i, \Delta = -4 = 4i^2$
0,5	4 / تعيين مجموعة النقط M بحيث $ z' = 1$ المجموعة هي محور القطعة $[AC]$	0,5	
0,5	5 / 5 $z' - 1 = \frac{-4 - 4i}{z + 2i}$	0,5	المثلث ABC قائم في B التبرير: $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = i, (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}$
0,5	6 / 6 $ -4 - 4i = 4\sqrt{2}$	0,5	أساذ المادة : أبو القاسم بن محمد علواني البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr
0,5	7 / 7 $z' - 1 = \frac{-4 - 4i}{z + 2i}; z' - z_D = \frac{-4 - 4i}{z - z_A}$ $ z' - z_D = \frac{ -4 - 4i }{ z - z_A }; DM' = \frac{4\sqrt{2}}{AM}$ $DM' \cdot AM = 4\sqrt{2}$	0,25	نقطة M من الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2 معناه: $AM = 2$
0,75	8 / 8 $2\sqrt{2}$ ونصف قطرها D ونصف قطرها $DM' = 2\sqrt{2}$ هي الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها $2\sqrt{2}$	0,75	بالتعويض نجد $DM' = 2\sqrt{2}$ هي الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها $2\sqrt{2}$

0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x + \ln 2)) / 3$ المستقيم $y = x + \ln 2$: Δ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.	التمرين الرابع 05 نقاط $f(x) = \ln\left(\frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2}\right)$													
0,25	4 / الإثبات أن نقطة تقاطع مقاربي المنحنى (C_f) تنتمي إلى (C_f) : ولتكن هذه النقطة هي النقطة $A(-2\ln 2; -\ln 2)$ نبين أن : $f(-2\ln 2) = -\ln 2$	0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\ln 2$												
0,5	5 / دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم الذي معادلته : $y = -\ln 2$ $f(x) + \ln 2 = \ln\left(\frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2}\right) + \ln 2$ $= \ln\left(\frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2} \times 2\right) = \ln\left(\frac{4e^{2x} + 2}{e^x + 2}\right)$ $\frac{4e^{2x} + 2}{e^x + 2} \geq 1$ أي $\ln\left(\frac{4e^{2x} + 2}{e^x + 2}\right) \geq 0$ ومنه : $e^x(4e^x - 1) \geq 0$ أي : $e^x \geq \frac{1}{4}$ أي : $x \geq -\ln 4$ ومنه من أجل كل x ; $x \geq -\ln 4$ فإن (C_f) فوق المستقيم المقارب وتحت في المجال الآخر. دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم الذي معادلته (Δ) :	0,25	الإثبات أن : $f(x) = x + \ln 2 + \ln\left(\frac{1 + \frac{1}{2}e^{-2x}}{1 + 2e^{-x}}\right)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$												
		0,75	اتجاه التغير : f دالة تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{e^x(2e^{2x} - 8e^x - 1)}{(e^x + 2)(2e^{2x} + 1)}$												
		0,5	$y_1 = \frac{-4 + 3\sqrt{2}}{2} / e^x = y ; \Delta = 72$ $y_2 = \frac{-4 - 3\sqrt{2}}{2}$ مرفوض $x_1 = \ln y_1 = \ln\left(\frac{-4 + 3\sqrt{2}}{2}\right) \approx -2,1$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\ln\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\right)$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\ln\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\right)$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+				
x	$-\infty$	$\ln\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\right)$	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
	$\ln\left(\frac{1 + \frac{1}{2}e^{-2x}}{1 + 2e^{-x}}\right) \geq 0$ أي $f(x) - (x + \ln 2) \geq 0$ $\frac{1 + \frac{1}{2}e^{-2x}}{1 + 2e^{-x}} \geq 1$ أي : $x \geq -\ln 4$ ومنه : من أجل كل x ; $x \geq -\ln 4$ فإن (C_f) فوق (Δ) وتحت في المجال الآخر.	0,5	f متناقصة تماما على المجال $]-\infty, x_1]$ ومتزايدة تماما على $[x_1; +\infty[$ تابع للسؤال 2 / جدول التغيرات : <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(x_1)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	x_1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$f(x_1)$	$+\infty$
x	$-\infty$	x_1	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_1)$	$+\infty$												
0,5	6 / معادلة ديكراتية للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0 : $y = x$														
0,5	أستاذ المادة : أبو القاسم محمد علواني البريد الإلكتروني الجديد : aboumedalou@yahoo.fr  التمثيل البياني :														

