

**التمرين الأول: ( 04 نقاط )**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(1;0;1)$ ،  $B(2;-1;1)$  و  $C(0;1;1)$

(1) تحقق أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  لا تعين مستويا وحيدا.

(2)  $(P_m)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء التي تحقق:  $0 = m + 4 + (2 - m)z + x - y + m$ ،  $m$  عدد حقيقي

(أ) بين أن  $(P_m)$  مستو من أجل كل عدد حقيقي  $m$ .

(ب) بين ان جميع المستويات  $(P_m)$  تتقاطع في نفس المستقيم  $(\Delta)$  الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

(3) (أ) أحسب إحداثيات النقطة  $H$  المعرفة بـ  $\vec{0} = \vec{e} \cdot \vec{HC} + \vec{HB} - 2\vec{HA}$  (أساس اللوغاريتم النيبييري)

(ب) أحسب المسافة بين النقطة  $H$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

(4) (أ) أوجد  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء التي تحقق:  $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + e\vec{MC}\| = \sqrt{5} \cdot (1+e)$

(ب) أوجد المستويات  $(P_m)$  التي تمس المجموعة  $(S)$ .

**التمرين الثاني: ( 04 نقاط )**

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\square$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $0 = z^2 - 2\sqrt{3}z + 4$  (I)

ثم اكتب الحلول على الشكل المثلي.

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  التي

لواحقها على الترتيب:  $z_A = 2i$ ،  $z_B = \sqrt{3} + i$ ،  $z_C = \overline{z_B}$ ، وليكن العدد المركب  $L$  حيث:  $L = \frac{(1-i)z_B}{z_C}$

أ\* اكتب العدد  $L$  على الشكل الأسّي. ثم أحسب  $L^{2016}$

ب\* عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $L^n$  تخيلي صرف.

(3) أ\* بين أنه يوجد دوران  $r$  مركزه  $B$  و يحول  $A$  الى  $C$ ، يطلب تعيين زاويته.

ب\* استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  واحسب مساحته .

(4) أ\* عين  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون العدد  $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$  حقيقي موجب.

ب\* عين  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون  $z = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$  عندما  $\theta$  يسمح  $\square$ .

## التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) بين أن العدد 2017 أولي.
- (2) نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  :  $14119x - 10085y = 22187$  ..... (E)  
 أ\* / أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد :  $14119; 10085 ; 22187$  .
- ب\* / بين أن الثنائية  $(3; 2)$  حلا خاصا للمعادلة (E) ثم عين مجموعة حلولها .
- ج\* / عين الثنائيات  $(x; y)$  حلول المعادلة (E) بحيث يكون  $\gcd(x; y) = 11$  .
- (3) أ\* / أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية لكل من العددين  $5^n$  و  $7^n$  على 11.  
 ب\* / عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $5^n + 7^{2017}$  قابلا للقسمة على 11 .
- (4) ليكن  $a$  و  $b$  عدداً طبيعيين غير معدومين كلا منهما أصغر من 8 ، نعتبر العدد  $N = \overline{a01b}$  مكتوب في النظام العشري .  
 أ\* / تحقق أن :  $10^3 \equiv -1[11]$  .  
 ب\* / عين قيم العدد الطبيعي  $N$  حيث باقي قسمته على 11 هو 4 ،  
 ج\* / ثم أكتب هذه القيم في النظام ذي الأساس 11 .

## التمرين الرابع: (07 نقط)

- نعتبر الدالة  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1; 0\}$  بـ :  $f(x) = x + 1 + 2 \ln \left| \frac{x+1}{x} \right|$
- (C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .
- (1) أدرس تغيرات الدالة  $f$  .
- (2) أ\* / بين أن المنحنى (C<sub>f</sub>) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
- ب\* /  $x$  عدد حقيقي من  $D_f$  : أحسب  $f(x) + f(-1-x)$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
- (3) أ\* / برهن انه يوجد مماس ( $\Delta$ ) للمنحنى (C<sub>f</sub>) يعامد المستقيم ذو المعادلة  $x + 9y = 0$  ، يطلب كتابة معادلته المماس ( $\Delta$ ) .
- ب\* / بين أن المعادلة :  $\frac{1}{e^{x+1}} = \left( \frac{x+1}{x} \right)^2$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $]-0.6; -0.5[$  ، ثم فسر النتيجة .
- (4) أ\* / أدرس وضعية المنحنى (C<sub>f</sub>) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (D) ذو المعادلة :  $y = x + 1$   
 ب\* / ارسم ( $\Delta$ ) ، (D) ، و (C<sub>f</sub>) .
- (5) ليكن المستقيم (D<sub>m</sub>) ذو المعادلة  $y = m \left( x + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}$  ، و  $m$  وسيط حقيقي .  
 \*\* بين أنه عندما يتغير  $m$  في  $\mathbb{R}$  جميع المستقيمت (D<sub>m</sub>) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

إذا أنت لم تزرع وأبصرت حاصداً ندمت على التفريط في زمن البذر

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

$A(1;0;1)$  ،  $B(2;-1;1)$  و  $C(0;1;1)$

**(1) التحقق أن النقط  $A, B$  و  $C$  لا تعين مستويا وحيدا:**

$\overline{AC}(-1;1;0)$  ،  $\overline{AB}(1;-1;0)$

بما أن:  $\overline{AB} = -\overline{AC}$  فإن الشعاعين  $\overline{AC}$  ،  $\overline{AB}$  مرتبطان خطيا وبالتالي النقط  $A, B$  و  $C$  على استقامة واحدة ومنه النقط  $A, B$  و  $C$  تعين ما لا نهاية من المستويات. وهي حزمة المستويات المنقاطعة وفق المستقيم المار بالنقط الثلاث.

**(2)  $(P_m)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء التي تحقق:**

$$m \cdot x - y + (2-m) \cdot z + m + 4 = 0 \text{ عدد حقيقي}$$

**(أ) نبين أن  $(P_m)$  مستوي من أجل كل عدد حقيقي  $m$ :**

لدينا: من أجل كل  $m$  من  $\square$  الثلاثية  $(0;0;0) \neq (m;-1;2-m)$  ومنه:  $(P_m)$  مستوي من أجل كل عدد حقيقي  $m$ .

**(ب) نبين ان جميع المستويات  $(P_m)$  تتقاطع في نفس**

**المستقيم  $(\Delta)$  الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له :**

$$m \cdot x - y + (2-m) \cdot z + m + 4 = 0 \text{ يكافئ}$$

$$(-y + 2z + 4) + m(x - z + 1) = 0 \text{ يكافئ}$$

$$(x - z + 1 = 0) \text{ و } (-y + 2z + 4 = 0)$$

$$\text{ومنه: } (\Delta) \text{ معرف بالجملة: } \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y - 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{أي أن } \begin{cases} x = -1 + z \\ y = 4 + 2z \end{cases} \text{ بوضع: } z = t, \text{ عدد حقيقي}$$

$$\text{ومنه: التمثيل الوسيط لـ } (\Delta) \text{ هو: } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = t \end{cases} ; t \in \square$$

**(3) حساب إحداثيات النقط  $H$  حيث  $2\overline{HA} - \overline{HB} + e\overline{HC} = \vec{0}$**

بما أن:  $2-1+e \neq 0$  فإن النقطه  $H$  موجودة و وحيدة هي

مرجح الجملة  $\{(A;2), (B;-1), (C;e)\}$

$$\text{ومنه: } H = C(0,1,1) \begin{cases} x_H = \frac{2x_A - 1x_B + ex_C}{2-1+e} = 0 \\ y_H = \frac{2y_A - 1y_B + ey_C}{2-1+e} = 1 \\ z_H = \frac{2z_A - 1z_B + ez_C}{2-1+e} = 1 \end{cases}$$

**(ب) المسافة بين النقطه  $H$  و المستقيم  $(\Delta)$ : لتكن النقطه**

$H'$  المسقط العمودي لـ  $H$  على المستقيم  $(\Delta)$  ،  $\vec{u}(1,2,1)$

شعاع

توجيهه ،  $\overline{HH'}(x_{H'}, y_{H'} - 1, z_{H'} - 1)$

$$\text{معناه } \begin{cases} x_{H'} + 2y_{H'} + z_{H'} - 3 = 0 \\ x_{H'} = -1 + t \\ y_{H'} = 4 + 2t \\ z_{H'} = t \end{cases} , t \in \square \text{ معناه } \begin{cases} \overline{HH'} \cdot \vec{u} = 0 \\ H' \in (\Delta) \end{cases}$$

$$\text{ومنه } t = \frac{-2}{3} \text{ معناه } (-1+t) + 2(4+2t) + t - 3 = 0$$

$$H' \left( \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{-2}{3} \right)$$

$$d(H; (\Delta)) = \overline{HH'} = \sqrt{\left(\frac{-5}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{-2}{3} - 1\right)^2} = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

**(4) (أ) إيجاد  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء التي**

$$\text{تحقق } \|2\overline{MA} - \overline{MB} + e\overline{MC}\| = \sqrt{5} \cdot (1+e)$$

$$\|2\overline{MA} - \overline{MB} + e\overline{MC}\| = \sqrt{5} \cdot (1+e) \text{ معناه } M \in (S)$$

$$\|2\overline{MA} - \overline{MB} + e\overline{MC}\| = \sqrt{5} \cdot (1+e) \text{ معناه } \|2\overline{MA} - \overline{MB} + e\overline{MC}\| = \sqrt{5} \cdot (1+e)$$

ومنه  $(S)$  سطح كرة مركزها النقطه  $H$  ونصف قطرها  $\sqrt{5}$

**(ب) إيجاد المستويات  $(P_m)$  التي تمس المجموعة  $(S)$ :**

المستويات  $(P_m)$  تمس المجموعة  $(S)$  معناه  $d(H; (P_m)) = \sqrt{5}$

$$d(H; (P_m)) = \frac{|m \cdot x_H - y_H + (2-m) \cdot z_H + m + 4|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2 + (2-m)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2m^2 - 4m + 5}}$$

$$\sqrt{5} \sqrt{2m^2 - 4m + 5} = 5 \text{ معناه } \frac{5}{\sqrt{2m^2 - 4m + 5}} = \sqrt{5}$$

$$\text{معناه } m^2 - 2m = 0 \text{ معناه } m = 0 \text{ أو } m = 2 \text{ ومنه:}$$

$$(p_0): -y + 2z + 4 = 0 \text{ أو } (p_2): 2x - y + 6 = 0$$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

**(1) نحل في  $\square$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$**

$\Delta = -4$  ، بما أن  $\Delta < 0$  فإن المعادلة تقبل حلين متمايزين

$$S = \{\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i\} \text{ ومنه: } z_2 = \sqrt{3} + i \text{ أو } z_1 = \sqrt{3} - i$$

**كتابة الحلول على الشكل المثلي:**

$$z_2 = 2 \left( \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right), z_1 = 2 \left( \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)$$

**(2) (أ) كتابة العدد  $L$  على الشكل الأسّي ثم حساب  $L^{2016}$ :**

$$\text{لدينا: } L = \frac{(1-i)z_B}{z_C}, z_C = \overline{z_B}, z_B = \sqrt{3} + i, z_A = 2i$$

$$1-i = \sqrt{2} e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}, z_C = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}, z_B = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$\text{ومنه: } L = \frac{\sqrt{2} e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)} 2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}} = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{12}}$$

$$L^{2016} = \sqrt{2}^{2016} e^{i \cdot 2016 \cdot \frac{\pi}{12}} = \sqrt{2}^{2016} e^{i \cdot 168\pi}$$

$$L^{2016} = \sqrt{2}^{2016} [\cos(186\pi) + i \sin(186\pi)] = \sqrt{2}^{2016}$$

(ب) تعيين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $L^n$  تخيلي صرف:

$$\text{لدينا: } L = \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{12}}, L^n = \sqrt{2}^n e^{i \left( n \frac{\pi}{12} \right)}, \text{ أي أن}$$

$$L^n = \sqrt{2}^n \left[ \cos \left( n \frac{\pi}{12} \right) + i \cdot \sin \left( n \frac{\pi}{12} \right) \right]$$

$$L^n \text{ عدد تخيلي صرف معناه } \cos \left( n \frac{\pi}{12} \right) = 0$$

$$\text{معناه } n \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi, n = 12k + 6, k \in \mathbb{Z}$$

(3) أ) نبين أنه يوجد دوران  $r$  مركزه النقطة  $B$  ويحول  $A$

إلى  $C$ ، يطلب تعيين زاويته: ليكن  $r$  تحويل عبارته

المركبة من الشكل  $z' = az + b$  حيث  $a, b$  عدداً مركبان

$$\text{لدينا: } \begin{cases} r(A) = C \\ r(B) = B \end{cases} \text{ معناه } \begin{cases} z_C = a z_A + b \dots (1) \\ z_B = a z_B + b \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{ب طرح (2) من (1) نجد: } a = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{-1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{من (2) نجد: } b = z_B - a z_B = z_B (1 - a) = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ومنه: } |a| = \left| \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right| = 1 \text{ بما أن } z' = \left( \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) z + 2\sqrt{3}$$

$$\text{فإن } r \text{ هو دوران مركزه } B \text{ وزاويته } \arg(a) = \frac{2\pi}{3}$$

(ب) استنتاج طبيعة المثلث  $ABC$  وحساب مساحته:

$$\text{لدينا: } AB = BC \text{ و } \arg \left( \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} \right) = (\overline{BA}, \overline{BC}) = \frac{2\pi}{3}$$

اذن المثلث  $ABC$  متقايس الضلعين

$$\text{لتكن } z_{B'} = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i, [AC] \text{ لائحة منتصف}$$

$$[BB'] \text{ ارتفاع و عمود و متوسط و محور متعلق بـ } [AC]$$

$$\text{في المثلث } ABC \text{ المتقايس الضلعين مساحته } S = \frac{BB' \times AC}{2}$$

$$S = \sqrt{3} u a \text{ ومنه: } BB' = |z_{B'} - z_B| = 1, AC = |z_C - z_A| = 2\sqrt{3}$$

(4) أ) تعيين ( $E_1$ ) مجموعة النقط  $M$  ذات اللائحة  $z$  بحيث يكون

$$\text{العدد } \frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i} \text{ حقيقي موجب: لدينا: } \frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i} = \frac{z - z_C}{z - z_A}$$

$$\arg \left( \frac{z - z_C}{z - z_A} \right) = 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \text{ حقيقي موجب معناه}$$

$$\arg \left( \frac{z - z_C}{z - z_A} \right) = (\overline{MA}, \overline{MC}) = 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

ومنه: ( $E_1$ ) هي المستقيم ( $AC$ ) باستثناء القطعة  $[AC]$

(ب) تعيين ( $E_2$ ) مجموعة النقط  $M$  ذات اللائحة  $z$  بحيث يكون

$$\text{عندما } \theta \text{ يسمح } \square: i z = -1 + i\sqrt{3} + 2i e^{i\theta}$$

$$\text{لدينا: } i z = -1 + i\sqrt{3} + 2i e^{i\theta} = i(i + \sqrt{3} + 2e^{i\theta})$$

$$\text{أي أن: } z = \sqrt{3} + i + 2e^{i\theta} = z_B + 2e^{i\theta}$$

ومنه: ( $E_2$ ) هي دائرة مركزها النقطة  $B$  و نصف قطرها 2

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نبين أن العدد 2017 أولي:  $\sqrt{2017} \approx 44.91$

بما أن 2017 لا يقبل القسمة على الأعداد الأولية الأصغر من  $\sqrt{2017}$  فإن 2017 عدد أولي.

(2) أ) إيجاد القاسم المشترك الأكبر للأعداد:

$$14119; 10085; 22187 \text{ لدينا: } 14119 = 7 \times 2017, 14119$$

$$10085 = 5 \times 2017, 22187 = 11 \times 2017 \text{ ومنه:}$$

$$\text{gcd}(14119; 10085; 22187) = 2017$$

$$\text{تصبح المعادلة (E): } 7x - 5y = 11$$

(ب) نبين أن الثانية (3;2) حلاً خاصاً للمعادلة (E):

بالتعويض في المعادلة (E) نجد:  $7(3) - 5(2) = 11$  محققة .

$$\text{تعيين حلول المعادلة (E): } \begin{cases} 7x - 5y = 11 \dots (1) \\ 7(3) - 5(2) = 11 \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{ب طرح (2) من (1) نجد: } 7(x - 3) = 5(y - 2)$$

بما أن: 7 يقسم  $5(y - 2)$  والعددين 5, 7 أوليان فيما بينهما

فإن حسب مبرهنة غوص نجد: 7 يقسم  $y - 2$

ومنه:  $y = 7k + 2, k \in \mathbb{Z}$  وتعويضها في المعادلة (1)

$$\text{نجد: } y = 5k + 3, k \in \mathbb{Z} \text{ ومنه:}$$

$$S = \{ (5k + 3; 7k + 2); k \in \mathbb{Z} \}$$

(ج) تعيين الثنائيات  $(x; y)$  حلول المعادلة (E) بحيث يكون

$$\text{gcd}(x; y) = 11$$

$$\text{معناه: } \text{gcd}(x; y) = 11 \text{ أي } \begin{cases} x = 0 [11] \\ y = 0 [11] \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} 5k + 3 \equiv 0 [11] \\ 7k + 2 \equiv 0 [11] \end{cases}$$

بالجمع نجد:  $12k + 5 \equiv [11]$  أي  $k = 11k' + 6; k' \in \mathbb{Z}$

ومنه الثنائيات  $(x; y)$  المطلوبة هي:

$$(55k' + 33; 77k' + 44) \text{ حيث } (k' \in \mathbb{Z})$$

(3) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة

الأقليدية لكل من العددين  $5^n$  و  $7^n$  على 11:

$$5^0 \equiv 1 [11], 5^1 \equiv 5 [11], 5^2 \equiv 4 [11], 5^3 \equiv 9 [11], 5^4 \equiv 1 [11]$$

ومنه بواقي قسمة  $5^n$  على 11 متتالية دورية ودورها 4.

من أجل كل عدد صحيح  $k$ :

قيم $n$	$n = 4k$	$n = 4k + 1$	$n = 4k + 2$	$n = 4k + 3$	[4]
$5^n \equiv$	1	5	4	9	[11]

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$x^2+x-2$	+	0	-	-	-	0	+
$x(x+1)$	+		+	-	+		+
$f'(x)$	+	0	-	+	-	0	+

الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $[-2; -1] \cup [0; 1]$

### جدول التغيرات:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-1-\ln 4$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$2+\ln 4$	$+\infty$

(2) أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها:

الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $D_f$  مرتين:  $f''(x) = \frac{4x+2}{[x(x+1)]^2}$

$x$	$-\infty$	$-1$	$-1/2$	$0$	$+\infty$
$4x+2$	-	-	0	+	+
$f''(x)$	-	-	0	+	+

بما ان:  $f''(x)$  تنعدم عند  $x = -\frac{1}{2}$  مغيرة إشارتها فإن المنحنى

$(C_f)$  يقبل  $\omega\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$  نقطة انعطاف له

ب)  $x$  عدد حقيقي من  $D_f$ : حساب  $f(-1-x) + f(x)$

$f(-1-x) + f(x) = 1$  من  $D_f$ ،  $D_f$  من  $(-1-x)$  : تفسير النتيجة بيانيا : لدينا:  $f(-1-x) + f(x) = 1$  أي أن

$$f\left(2\left(\frac{-1}{2}\right) - x\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) - f(x)$$

ومنه: النقطة  $\omega\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$  مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$

(3) أ) نبرهن انه يوجد مماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  يعامد

المستقيم ذو المعادلة  $x + 9y = 0$ ، يطلب كتابة معادلة المماس  $(\Delta)$

$x + 9y = 0$  معناه  $y = -\frac{1}{9}x$  معناه معامل توجيه هذا المستقيم

$$4x^2 + 4x + 1 = 0 \text{ معناه } \frac{x^2+x-2}{x(x+1)} \left(\frac{-1}{9}\right) = -1 \text{ معناه } f'(x) \cdot \frac{-1}{9} = -1$$

ومنه:  $x = -\frac{1}{2}$  انن يوجد مماس  $(\Delta)$  وحيد للمنحنى  $(C_f)$  في

النقطة  $\omega\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$  معادلته:  $y = 9x + 5$

بين أن المعادلة:  $\frac{(x+1)^2}{e^{x+1}} = 1$  تقبل حلا وحيدا في

بواقى قسمة  $7^n$  على 11:

$$7^0 \equiv 1[11], 7^1 \equiv 7[11], 7^2 \equiv 5[11], 7^3 \equiv 2[11], 7^4 \equiv 3[11]$$

$$7^5 \equiv 10[11], 7^6 \equiv 4[11], 7^7 \equiv 6[11], 7^8 \equiv 9[11], 7^9 \equiv 8[11], 7^{10} \equiv 1[11]$$

ومنه بواقى قسمة  $7^n$  على 11 متتالية دورية ودورها 10

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	[10]
$7^n \equiv$	1	7	5	2	3	10	4	6	9	8	[11]

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $5^n + 7^{2017}$  قابلا للقسمة على 11: لدينا:  $10(201) + 7 = 2017$  أي ان

$$7^{2017} \equiv 6[11] \text{ أي ان } 5^n + 6 \equiv 0[11] \text{ ومنه: } 5^n \equiv 5[11]$$

إذن:  $n = 4k + 1$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$

(4) أ) التحقق أن  $10^3 \equiv -1[11]$

لدينا  $10 \equiv -1[11]$  أي  $10^3 \equiv (-1)^3 [11] \equiv -1[11]$  ومنه  $10^3 \equiv -1[11]$

ب) تعيين قيم  $N$  حيث  $N \equiv 4[11]$

لدينا  $N = a01b^{10} = a \cdot 10^3 + 10 + b$  أي  $N \equiv 4[11]$

ومنه:  $b - a \equiv 5[11]$  وبما أن  $a, b$  عدنان طبيعيين أصغر من 8

فإن:  $a = 1, b = 6$  و  $N = 1016$  أو  $a = 2, b = 7$  و  $N = 2017$

أو  $a = 7, b = 1$  و  $N = 7011$  ومنه قيم  $N$  هي:  $7011; 2017; 1016$

ج) كتابة قيم العدد الطبيعي  $N$  في نظام التعداد ذي الأساس

$$11 \text{ حيث } 7011 = \overline{52\alpha 4}^{11}, 1016 = \overline{844}^{11}, 2017 = \overline{1574}^{11}$$

التمرين الرابع: (07 نقط)

المعرفة على  $D_f = \mathbb{R} - \{-1; 0\}$ :  $f(x) = x + 1 + 2 \ln \left| \frac{x+1}{x} \right|$

1) دراسة تغيرات الدالة  $f$ :

النهايات:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x + 1 + 2 \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| \right) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( x + 1 + 2 \ln \left| 1 + \frac{1}{x} \right| \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left( x + 1 + 2 \ln \left| 1 + \frac{1}{x} \right| \right) = -\infty$$

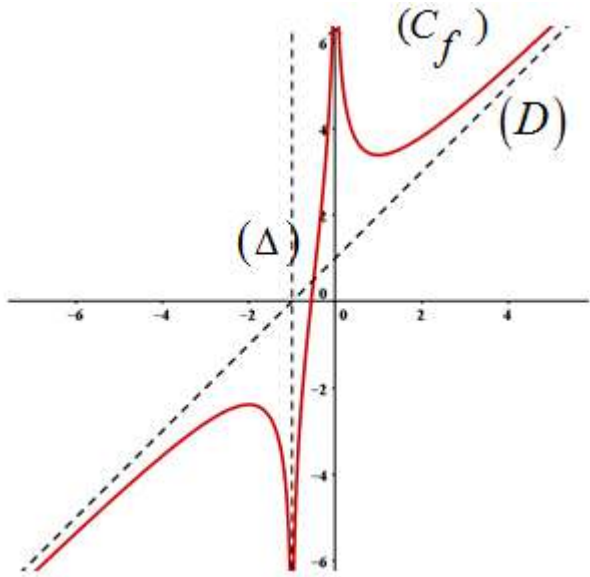
اتجاه التغير:

$f$  قابلة للاشتقاق على  $D_f$  دالتها المشتقة  $f'(x) = \frac{x^2+x-2}{x(x+1)}$

$f'(x) = 0$  معناه  $x^2 + x - 2 = 0$  معناه  $x = 1$  أو  $x = -2$

، ثم تفسير النتيجة:  $]-0.6; -0.5[$

(ب) رسم  $(\Delta)$ ،  $(D)$ ، و  $(C_f)$ :



(5) ليكن المستقيم  $(D_m)$  ذو المعادلة  $y = m\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$

**\*\*نبين أنه عندما يتغير  $m$  في جميع المستقيمات**

$(D_m)$

**تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها:  $m$  وسيط حقيقي**

$$m\left(x + \frac{1}{2}\right) + \left(-y + \frac{1}{2}\right) = 0 \text{ معناه } y = m\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$$

معناه  $x + \frac{1}{2} = 0$  و  $-y + \frac{1}{2} = 0$  معناه  $x = -\frac{1}{2}$  و  $y = \frac{1}{2}$  ومنه:

جميع المستقيمات  $(D_m)$  تمر من النقطة الثابتة  $\omega\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$$\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \ln\left(\frac{1}{e^{x+1}}\right) \text{ يكافئ } \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \frac{1}{e^{x+1}}$$

$$f(x) = 0 \text{ يكافئ } x + 1 + 2\ln\left|\frac{x+1}{x}\right| = 0 \text{ يكافئ } 2\ln\left|\frac{x+1}{x}\right| = -x - 1$$

$$f(-0.6) = -0.41 \text{ ، } f(-0.5) = 0.5$$

بما ان الدالة  $f$  مستمرة متزايدة تماما على  $]-0.6; -0.5]$ ،  
و  $f(-0.6)f(-0.5) < 0$  فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة

$$\text{المعادلة } \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \frac{1}{e^{x+1}} \text{ تقبل حل وحيد } \alpha \text{ في } ]-0.6; -0.5]$$

المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها

$$\alpha \text{ حيث } -0.6 < \alpha < -0.5$$

(4) **أدراسة وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم**

**المقارب المائل  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  ندرس اشارة**

الفرق

$$f(x) - y = 2\ln\left|\frac{x+1}{x}\right| = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)^2$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$+\infty$
$f(x) - y$	-	-	0	+	+
وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(D)$		تحت $(C_f)$	$(C_f)$ يقطع في $\omega\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$	فوق $(C_f)$	
		تحت $(C_f)$			فوق $(C_f)$