

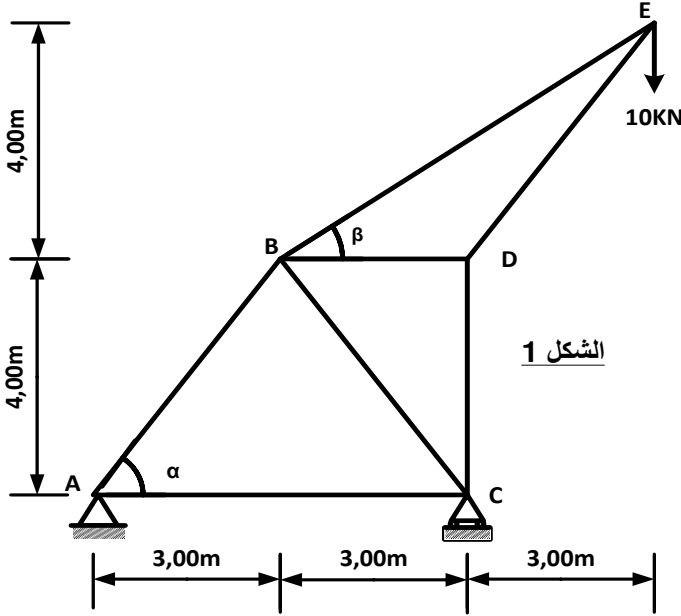
سلسلة رقم 7 تمارين الأنظمة المثلثية

التمرين 93—

ليكن لديك النظام المثلثي المحمل كما هو موضح بالشكل (01). بحيث :

A : مسند مزدوج.

C : مسند بسيط.



الشكل 1

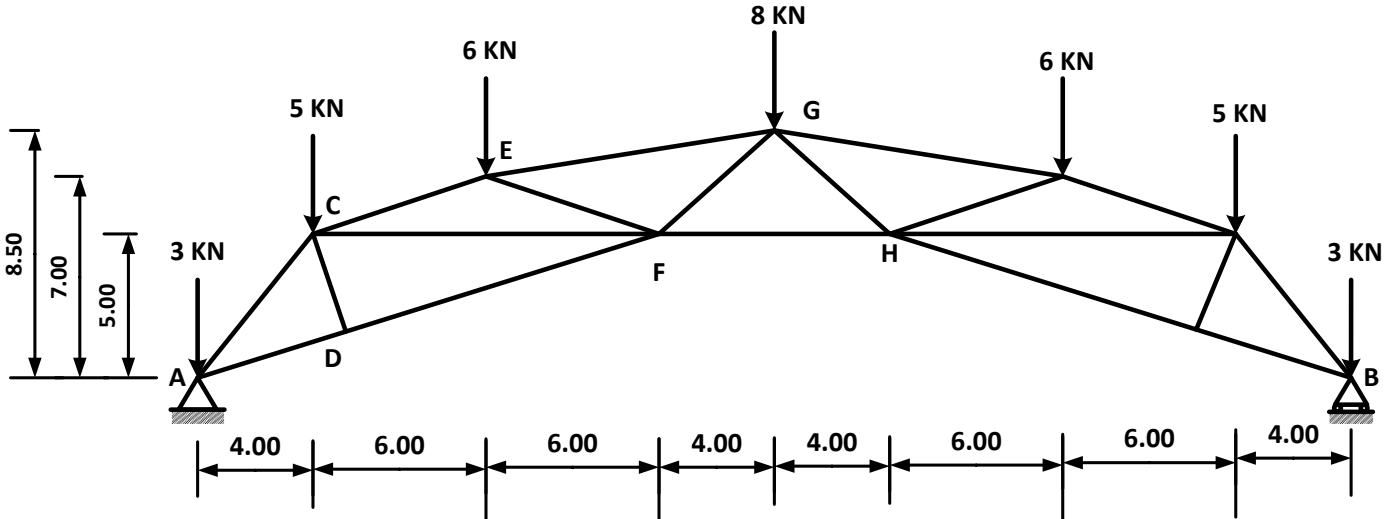
العمل المطلوب

- 1- تحقق من أن النظام محدد سكونيا.
- 2- احسب ردود الأفعال في المسندين A و C .
- 3- باستخدام الطريقة التحليلية (طريقة العقد) احسب الجهود الداخلية في القضبان مع تدوين النتائج في جدول.
- 4- استنتج القضيب الأكثر تحميلا ثم احسب مساحة المقطع اللازم اذا علمت أن الإجهاد الحدي المسموح به هو : $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$.

التمرين 94—

لدينا جملة مثلثية معدنية موضوعة على مسندين احدهما بسيط والثاني مضاعف والمحملة كما هو مبين في الشكل الميكانيكي التالي :

المسند A مضاعف المسند B بسيط.

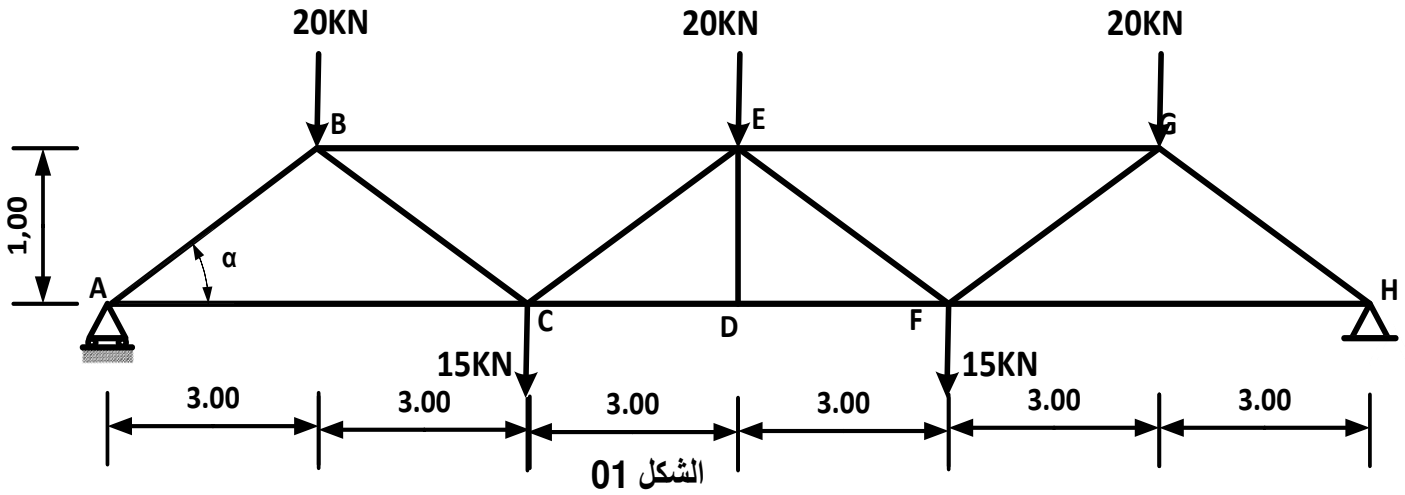


المطلوب:

1. تحقق من شرط الاستقرار الهندسي.
- 2- احسب ردود الأفعال.
3. باستعمال طريقة عزل العقد احسب قيم القوى الداخلية في القضبان المرتبطة بالعقد: A, C, E, وحدد طبيعتها . إذا علمت أن القضيب CD تركيبي.
4. احسب مساحة مقطع القضيب EG الأكثر تحميلا إذا علمت ان الإجهاد المسموح به هو $\bar{\sigma} = 2400 \text{ daN/cm}^2$
- 5- احسب استطالة القضيب الأكثر تحميلا علما ان معامل المرونة الطولي هو: $E = 2 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$

التمرين 95

تريد دراسة الهيكل المعدني المحدد سكونيا والمرتكز على المسندين A و H المبين في الشكل 01:
(لاحظ التناظر)



يعطى:

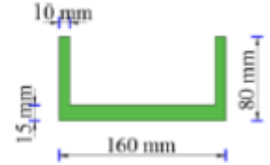
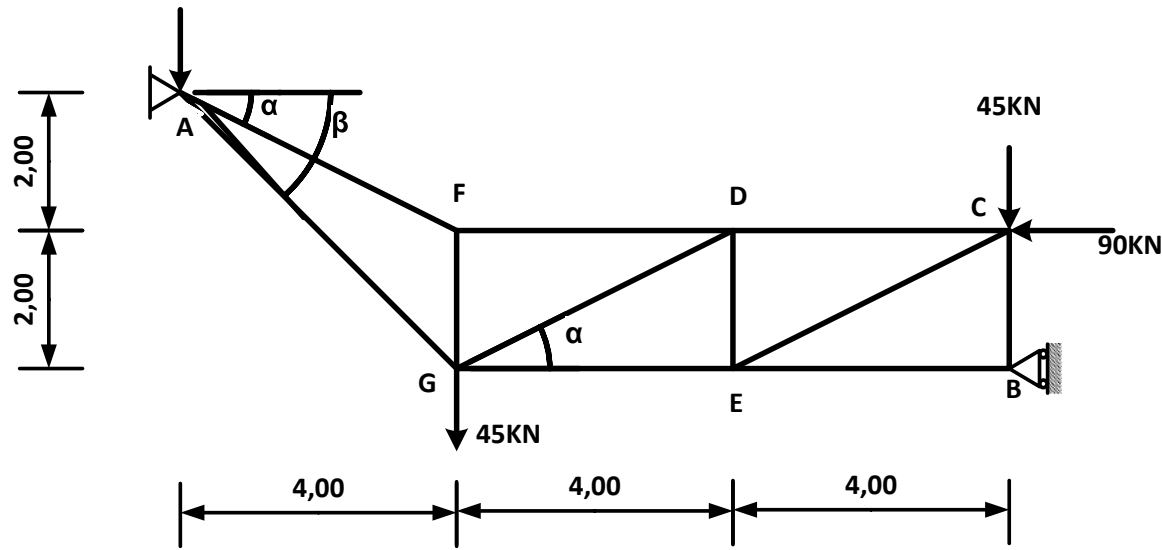
$$\cos \alpha = 0.949 \quad \sin \alpha = 0.316$$

العمل المطلوب:

- 1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و H
 - 2- حدد الجهود الداخلية في القضبان وطبيعتها معتمدا على الطريقة التحليلية مع تدوين النتائج في جدول.
 - 3- إذا علمت أن القضيب (D) متأثر بجهد ناظمي قدرة $N_{CD} = 240.00 \text{ kN}$ ، و الإجهاد المسموح به الفولاذ : $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$
 - 4- استخرج المجنب المناسب من الجدول علما أن مقطعة العرضي عبارة عن مجنب زاوي مضاعف.
 - 5- أحسب مقدار التشوه المطلق ΔL للقضيب (CD) مع ذكر طبيعة التشوه.
- $E = 2 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$

التمرين 96

يكن لديك النظام المثلثي التابع لسطح الجسر في الشكل 1. يمثل الشكل 2 مقطع عرضي في القضبان الفولاذية



الزوايا:

$$\cos \alpha = 0.894$$

$$\sin \alpha = 0.447$$

$$\cos \beta = \sin \beta = 0.707$$

المطلوب:

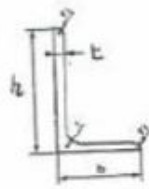
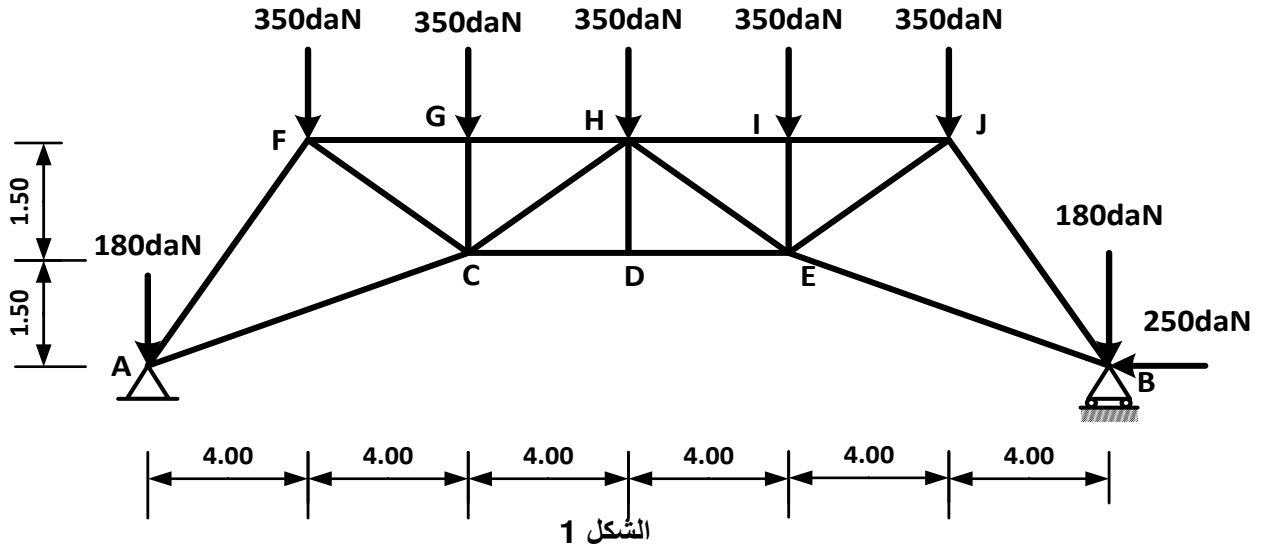
- (1) احسب ردود الأفعال عند المسندين A و B
- (2) احسب الجهود الداخلية في القضبان بطريقة عزل العقد (مع رسم توضيحي لكل عقدة)
- (3) دون الجهود في جدول مع توضيح طبيعة التحريض والشدة.
- (4) احسب الإجهاد الناظمي الأعظمي إذا علمت أن $N_{BE \text{ MAX}} = 225 \text{ kN}$ و $\bar{\sigma} = 90 \text{ MPa}$
- (5) احسب الاستطالة الأعظمية للمجنب إذا علمت أن $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$

التمرين 97

الإنجاز مترو الأنفاق المال من بلدية واد السمار، تقرر انجاز ورشة مؤقتة (Hangar) لوضع العتاد المستعمل في البناء | الغاية انتهاء الأشغال، والتي تتكون من هياكل فولاذية تستقبل عناصر تغطية حديدية بصفتك طالب في الهندسة المدنية قسم 3 تقني رياضي طلب منك تحديد الخصائص الهندسية للقضبان المستعملة في هاته الورشة قدم لك الشكل الميكانيكي لإحدى الروافد في الوثيقة 1 اتبع الخطوات التالية وأعط حلاً مفصلاً

- (1) تأكد أن النظام محدد سكونياً داخلياً.
 - (2) أحسب ردود الأفعال عند المسندين.
 - (3) أحسب الجهود الداخلية في القضبان AF , AC , FC , FG , GC , GH , CH , CD , DH (مع رسم توضيحي لكل عقدة)
 - (4) استنتج الجهود الداخلية في بقية القضبان ثم دونها في جدول مبيناً شدة وطبيعة القوى .
 - (5) علماً أن القضبان المستعملة هي مجنبات مضاعفة غير متساوية الأجنحة (انظر الوثيقة 2)، أحسب مساحة مقطع المجنب
 - (6) بالاعتماد على الجدول في الوثيقة 3 حدد الخصائص الهندسية للقضيب الأكثر تحميلاً
- ملاحظة : تؤخذ 3 أرقام بعد الفاصلة في الزوايا ورقمين بعد الفاصلة في كتابة النتائج
- وحدة الطول هي المتر (m)

تعطي $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$



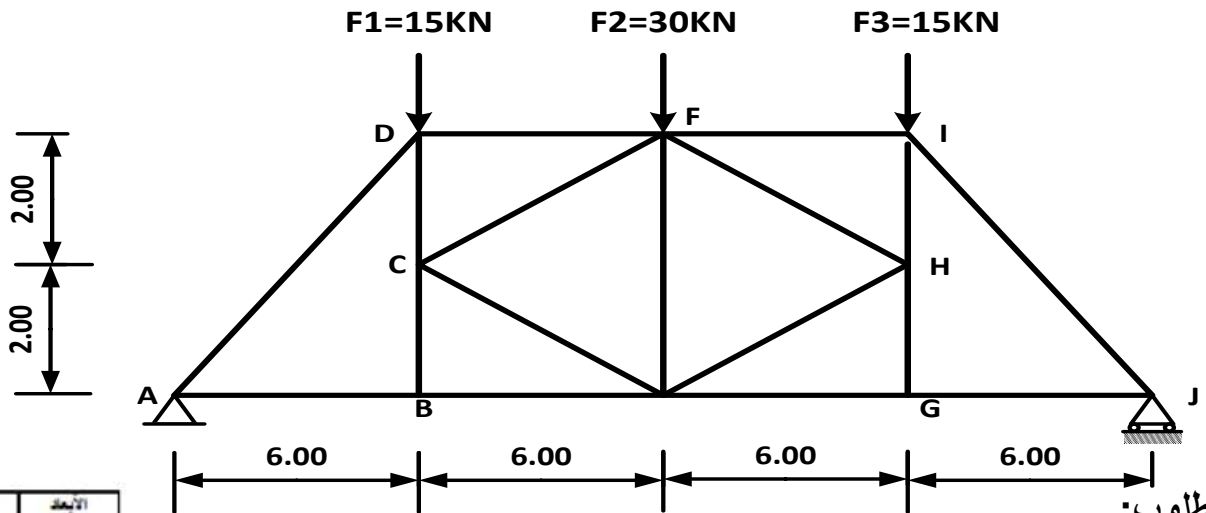
الوثيقة -2-

h (mm)	b (mm)	t (mm)	A (cm ²)
35	20	3.5	1.82
40	20	4	2.26
40	25	5	3.02
45	30	5	3.52
50	30	5	3.78

الوثيقة -3-

التمرين 98

جسر عبارة عن نظام مثلثي حيث القضبان المستعملة فيه هي مجنبات على شكل حرف L مقطعه الجانبي مجنب متساوي الأجنحة مضاعف الممثل بالشكل الميكانيكي (الشكل 01 يستند على مستدين (A) و (J) الأول مضاعف و الثاني بسيط.



الشكل 1

الابعاد L	المقطع cm ²	الكتلة kg/m	الابعاد	
			a	e
30x3	1.74	1.36	30	3
30x4	2.27	1.78	30	4
30x5	2.78	2.18	30	5
35x3	2.04	1.60	35	3
35x4	2.67	2.09	35	4
35x5	3.28	2.57	35	5
40x4	3.08	2.42	40	4
40x5	3.79	2.97	40	5
40x6	4.48	3.52	40	6

1. حدد طبيعة النظام

2. احسب ردود الأفعال في المستدين (A) و (J)

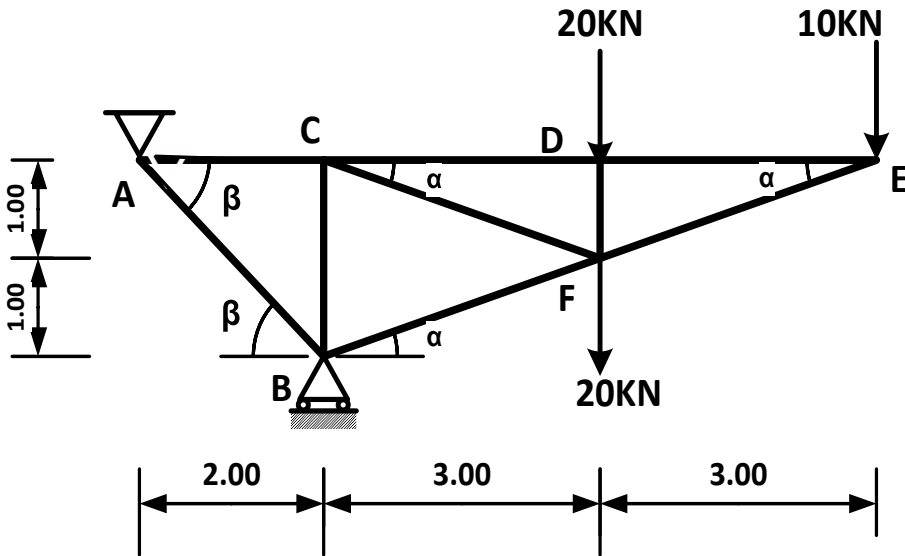
3. أحسب الجهود الداخلية في القضبان باستعمال طريقة عزل العقد

4. أحسب مقطع القضيب الأكثر إجهادا علما أن $N_{AD} = 54.15 \text{ kN}$

مع اختيار المجنب المناسب. $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$

التمرين 99

یہاں شکل رقم 1 نظاما مثلثیا، یرتکز علی مسندین : A مسند مضاعف و B مسند بسیط. تعطی:



المقطع العرضي للفضيان

العمل المطلوب:

- (1) تأكد أن النظام محدد سكونيا ثم احسب ردود الأفعال عند المسندين.
- (2) بالطريقة التحليلية (عزل العقد) احسب الجهود الداخلية للقضبان وبين طبيعتها ملخصا النتائج في جدول.
- (3) يتكون النظام المثلثي من أنابيب معدنية كما هو موضح في المقطع العرضي ، إذا علمت أن:

$$\bar{\sigma} = 2400 \text{ daN/cm}^2 \text{ و } N_{\text{MAX}} = 126.49 \text{ KN}$$

- حدد من الجدول المرفق الأنبوب الذي يحقق المقاومة.

التعيين	الأبعاد (mm)		الكتلة الخطية (Kg/m)	المساحة (cm ²)	W _{xx'} (cm ³)
	D	t			
48.3×2.5	48.3	2.5	2.82	3.60	3.92
48.3×3	48.3	3.0	3.35	4.27	4.55
60.3×2.5	60.3	2.5	3.56	4.54	6.3
60.3×3	60.3	3.0	4.24	5.40	7.37
76.1×2.5	76.1	2.5	4.54	5.78	10.3
76.1×3	76.1	3.0	5.41	6.89	12.1

الجدول المرفق

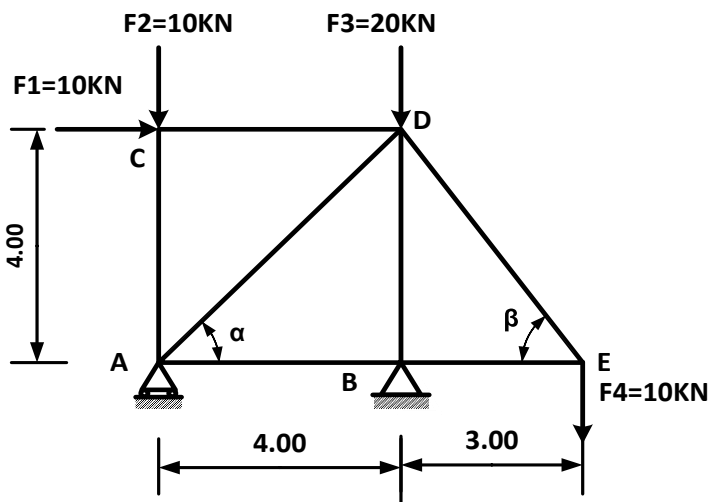
التمرين 100

ليكن الشكل 02 عبارة عن نظام مثلي كما هو موضح

المطلوب:

- 1- تأكد من طبيعة النظام
- 2- احسب ردود الأفعال في المستدين A و B
- 3- احسب الجهود الداخلية التي تؤثر على كل القضبان.
- 4- لخص النتائج في جدول
- 5- احسب مساحة مقطع القضيب الأكثر تحميلا علما أن

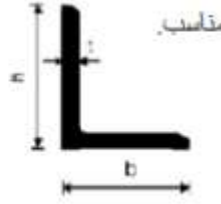
$$\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2 \text{ و } N_{\max} = 48 \text{ KN}$$



الشكل رقم 2

6- اختر من الجدول المجنب المناسب

رقم المجنب	المنطق cm ²	الكتلة kg/cm ²	الأبعاد (mm)		
			b = h	t	Ys = zS
30x4	2.27	1.78	30	4	8.78
35x4	2.67	2.09	35	4	10.00
40x4	3.08	2.42	40	4	11.20
40x5	3.79	2.97	40	5	11.80



التمرين 101

يمثل الشكل نظاما مثلاثيا محدد سكونيا تحت تأثير مجموعة من القوى يرتكز على مسندين A و B.

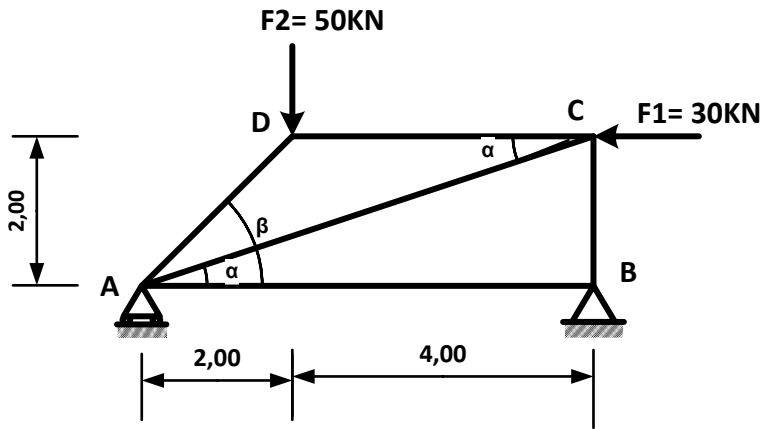
حيث : A : مسند بسيط

B : مسند مزدوج .

$\cos \alpha = 0,9487$

$\sin \alpha = 0,3162$

$\cos \beta = \sin \beta = 0,707$



المطلوب :

1. أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B.

2. أحسب الجهود الداخلية في القضبان باستعمال الطريقة التحليلية (عزل العقد) مبينا طبيعتها ثم دون النتائج في جدول.

3. تحقق من مقاومة القضبان إذا علمت أن: $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$ و $N_{\max} = 70.71 \text{ kN}$

القضبان عبارة عن دعامة زاوية ذات مقطع مساحته : $S = 4 \cdot 44 \text{ cm}^2$.

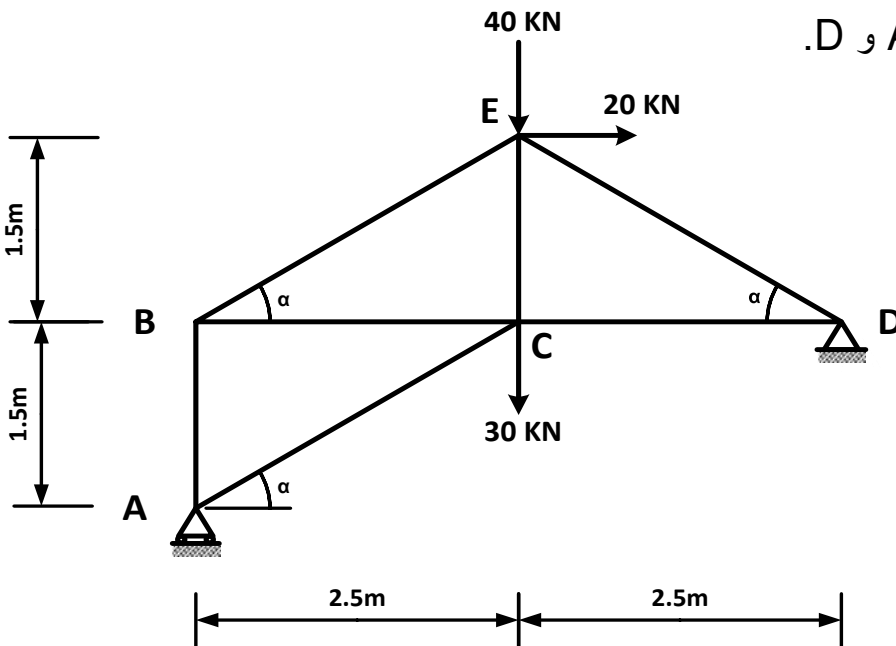
التمرين 102

مجموعة من القوى يرتكز على مسندين A و D.

يمثل الشكل نظاما مثلاثيا تحت تأثير

حيث : A : مسند بسيط

D : مسند مزدوج .



$\cos \alpha = 0.857$

$\sin \alpha = 0.514$

المطلوب :

- (1) تأكد أن النظام محدد سكونيا.
- (2) احسب ردود الأفعال في المسندين .
- (3) حدد الجهود الداخلية في القضبان ثم دون النتائج في جدول مبينا شدة وطبيعة الجهود .
- (4) إذا كانت القضبان المستعملة في النظام المثلثي على شكل مجنب IPE والقضيب الأكثر تحملا هو DE استخرج من الجدول المعطى المجنب المناسب، إذا علمت أن الإجهاد $N_{DE} = 79.69 \text{ KN}$.

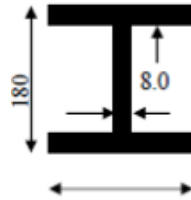
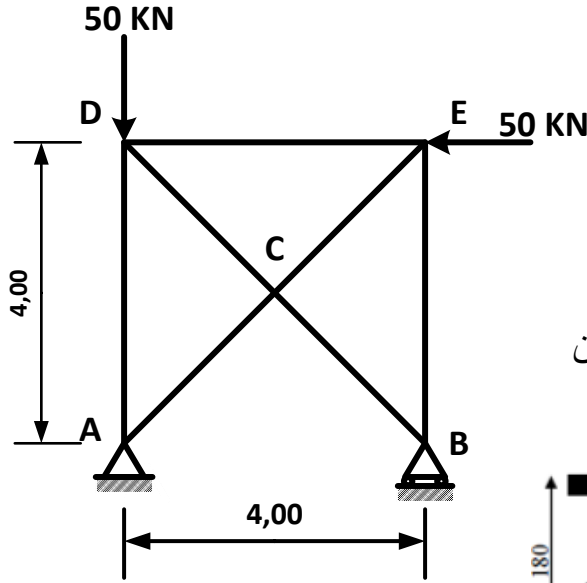
و المسموح به $\sigma = 1420 \text{ daN / cm}^2$

S (cm ²)	$W_{xx} = \frac{I_{xx}}{V}$	e (mm)	a (mm)	b (mm)	h (mm)	IPE
7.64	20	5.2	3.8	46	80	80
10.3	34.2	5.7	4.1	55	100	100
13.2	53	6.3	4.4	64	120	120

التمرين 103

نريد دراسة النظام المثلثي على شكل (1) كما يوضح الرسم الميكانيكي التالي:

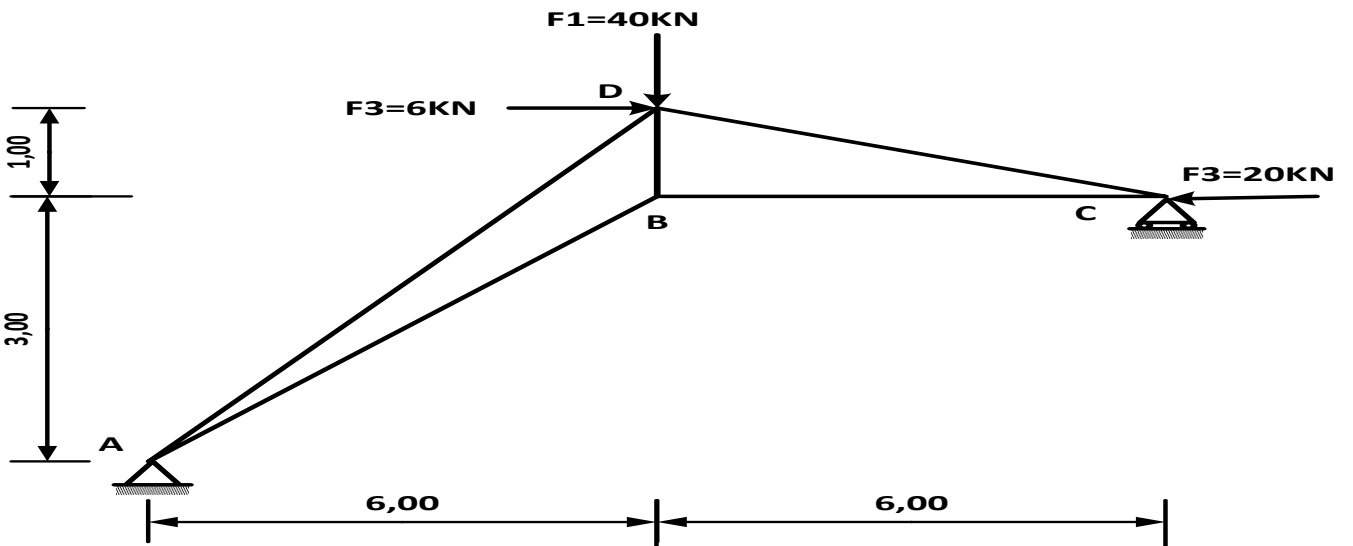
العمل المطلوب:



- (1) تأكد من هيئة النظام المثلثي .
 - (2) أوجد قيم ردود الأفعال عند المسندين A و B .
 - (3) أحسب قيم الجهود وطبيعة الداخلية المتماثلة في القضبان
 - (4) باستعمال الطريقة التحليلية (طريقة العقد)
 - (5) تحقق من مقاومة مقطع القضيب المعدني الأكثر تحملا علما أن $\bar{\sigma}_a = 1600 \text{ Kg/cm}^2$ $N_{max} = N_{AC} = 55.9 \text{ Kn}$
- ملاحظة: أبعاد المجنب بالمليمتر

تمرين 104

دراسة النظام المثلثي الموضح في الشكل 3.



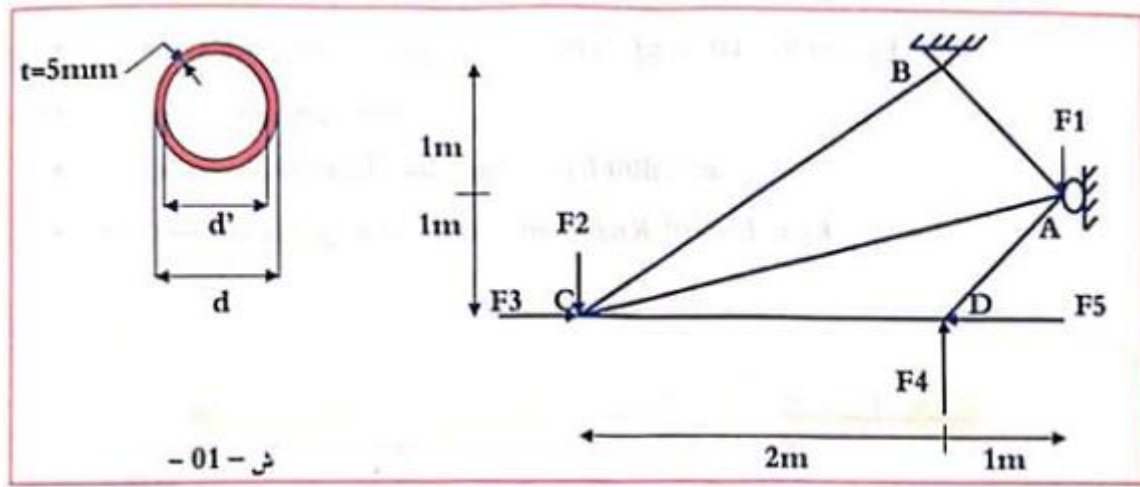
المطلوب

1. احسب ردود الأفعال عند المساند A و C .
- 2- حدد الجهود الداخلية في كل القضبان (باستعمال الطريقة التحليلية) طريقة عزل العقد.
3. دون النتائج في جدول مبينا شدة وطبيعة الجهود .
- 4- إذا كانت القضبان المستعملة في النظام المثلثي على شكل داعمة زاوية مزدوجة  استخرج من الجدول المجنب المناسب، إذا علمت أن الإجهاد المسموح به $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$

تمرين 105

ليكن النظام المالي الموضح في الشكل أدناه، حيث (A) مسند بسيط و (B) مسند مضاعف كما يوضحه الشكل التالي، حيث:

$$F_1 = 75 \text{ KN} , F_2 = 100 \text{ KN} , F_3 = 130 \text{ KN} , F_4 = 150 \text{ KN} , F_5 = 200 \text{ KN}$$



1. تأكد أن النظام المثلثي محدد سكونيا.
2. احسب قيم ردود الأفعال في المسندين (A) , (B) .
3. احسب قيم الجهود الداخلية في القضبان مع تحديد طبيعتها، ثم دون النتائج في جدول.
4. إذا علمت أن جميع قضبان النظام المثلثي متشابهة المقطع دائرية مفرغة بقطر خارجي d و قطر داخلي d' و سمك t = 5mm حيث: $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ daN / cm}^2 \text{ و } N_{\max} = 350 \text{ KN}$$

$$A/ \text{ بين أن مساحة مقطع القضيب الأكثر تحميلا: } S = \pi/4(1 - 2d) \text{ cm}^2$$

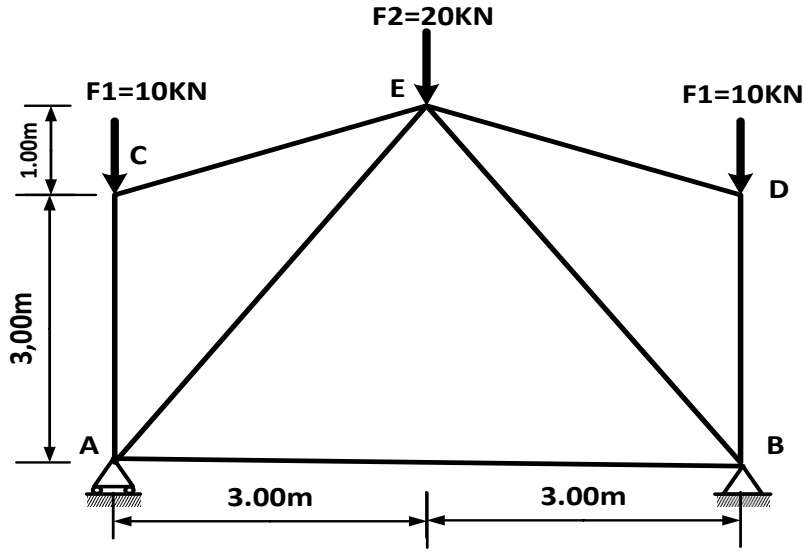
ب/ أحسب القطر الخارجي d و القطر الداخلي d'

ج/ أستنتج مساحة مقطع القضيب S.

د / أحسب الاستطالة ΔL للقضيب الأكثر تحميلا، بين نوعها، ثم أستنتج الاستطالة النسبية.

تمرين 106

- ليكن النظام المثلثي المحدد سكونيا و المبين في الشكل (2) .
- (A) : المسند بسيط و (B) المسند مضاعف .



المطلوب :

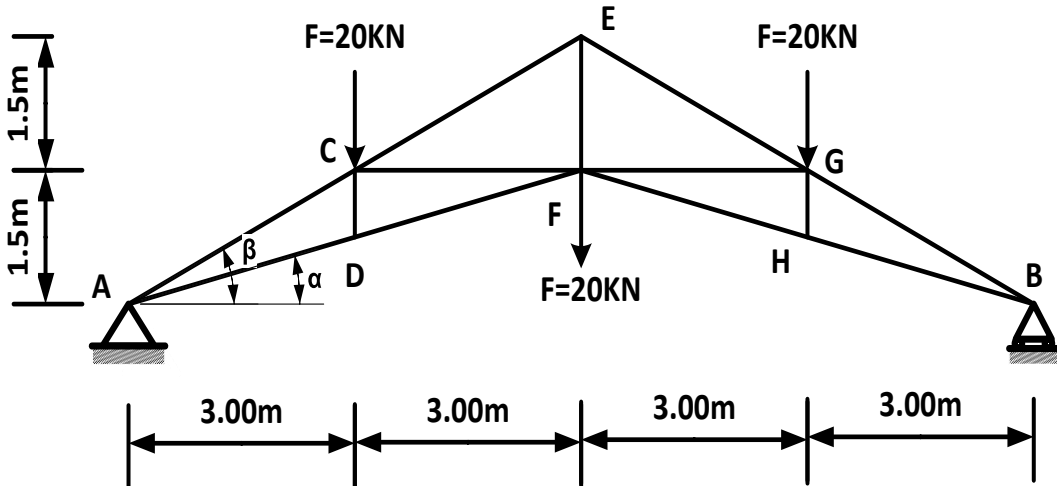
- (1) أحسب ردود الفعل عند المساند.
- (2) احسب الجهود الداخلية في القضبان مع تحديد طبيعة الجهد وتدوين النتائج على جدول .
- (3) تحقق من مقاومة القضيب AE علما أن الجهد الداخلي : $N_{AE}=12.5 \text{ KN}$ و $\bar{\sigma}=1000 \text{ daN/cm}^2$ و مقطعه العرضي عبارة عن مجتب (L50*50*5) مساحته $S_{AE}=4.8 \text{ cm}^2$.
- (4) احسب قيمة التقلص المطلق عماد للقضيب AE علما أن معامل المرونة الطولي $E=2.1 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$

تمرين 106

بين الشكل (03) نظاما متالتيا متناظرا محددا سكونيا ، قضبانه مجنبات زاوية مزدوجة (الم و يرتكز على مستدين : A مسند مزدوج و B مسند بسيط

العمل المطلوب :

1. أحسب ردود الأفعال عند المسندين A و B .
2. باستعمال الطريقة التحليلية (عزل العقد)، أحسب الجهود الداخلية في قضبان الهيكل و عين طبيعتها . (تدون النتائج المحصل عليها في جدول)
3. إذا علمت أن $N_{\max}=134.51 \text{ KN}$ و الإجهاد المسموح به $\bar{\sigma}=1600 \text{ daN/cm}^2$ و حدد من الجدول المرفق مقطع المجنب الزاوي اللازم و الكافي لتحقيق شرط المقاومة.



$$\text{Co} \alpha = 0.970$$

$$\text{Sin } \alpha = 0.243$$

$$\text{Cos} \beta = 0.894$$

$$\text{Sin} \beta = 0.447$$

التعيين	الأبعاد		المقطع	بالنسبة لـ 'xx'	
L	a (mm)	e (mm)	S (cm ²)	I _{xx} (cm ⁴)	W _{xx} (cm ³)
30×30×3	30	3	1,74	1,4	0,65
35×35×3,5	35	3,5	2,39	2,66	1,06
40×40×4	40	4	3,08	4,47	1,55
45×45×4,5	45	4,5	3,9	7,15	2,2
50×50×5	50	5	4,5	10,96	3,05
60×60×6	60	6	6,91	22,79	5,29
70×70×7	70	7	9,4	42,3	8,41
80×80×8	80	8	12,27	72,25	12,58

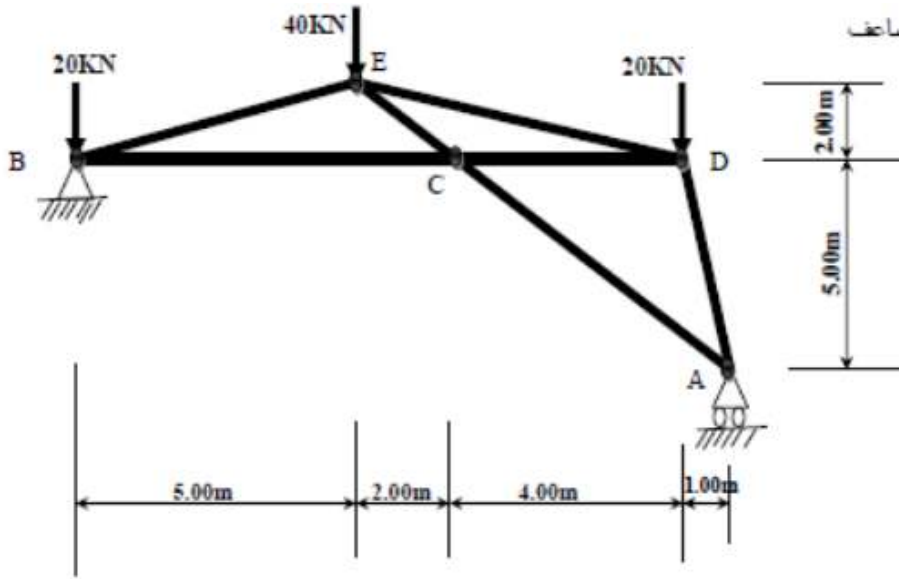


الجدول المرفق

تمرين 107

تريد دراسة هيكل معدني على شكل نظام ملتي تحت تأثير قوى مركزة والذي يرتكز على مسندين (A) و (B) حيث:

(A) مسند بسيط (B) مسند مضاعف (الشكل 1-)



العمل المطلوب:

- 1- تأكد من أن الهيكل محدد سكونيا.
- 2- أحسب ردود الأفعال عند المسندين (A) و (B)
- 3- أحسب الجهود الداخلية في القضبان معين طبيعتها باستخدام طريقة عزل العقد.
- 4- دون النتائج في جدول.
- 5- حدد المجنب المناسب لتحقيق شرط المقاومة علما أن: $N_{ED} = 75,10 \text{ kN}$ و $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$ من الجدول المرفق.
- 6- أحسب قيمة التقلص المطلق للقضيب AC، علما أن معامل المرونة الطولي $E = 200000 \text{ N/mm}^2$

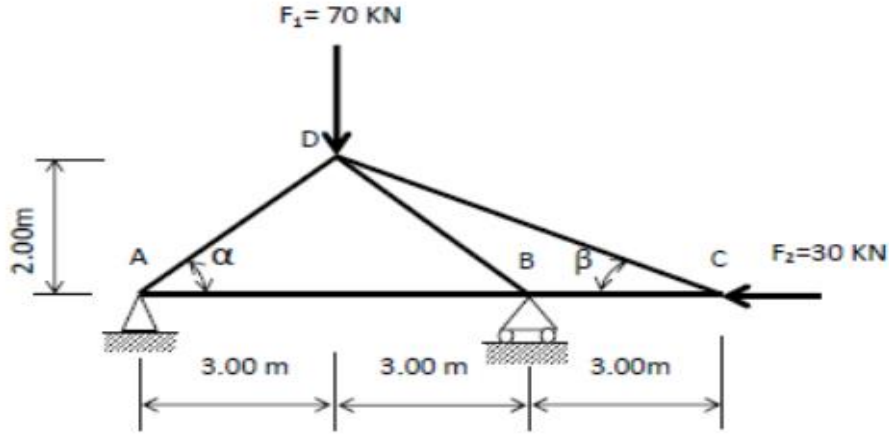
تمرين 108

دينا نظام مثلثي تحت تأثير قوى مركزة والذي يرتكز على مسندين حيث: (A) مضاعف و (B) بسيط أنظر الشكل (3)

العمل المطلوب:

- 1) أحسب قيم ردود الأفعال عند المسندين (A) و (B).
- 2) أحسب الجهود الداخلية للقضبان التالية: AB، CD، AD و BC و حدد طبيعتها بطريقة عزل العقد
- 3) دون النتائج في جدول.

4) إذا كانت جميع القضبان متشابهة المقطع حيث: $S_{AE}=4.48\text{cm}^2$ تحقق من مقاومة القضيب AD .
 علماً أن: $N_{AD}=63.10\text{ KN}$ و $\bar{\sigma}=1600\text{daN/cm}^2$



الشكل (3)

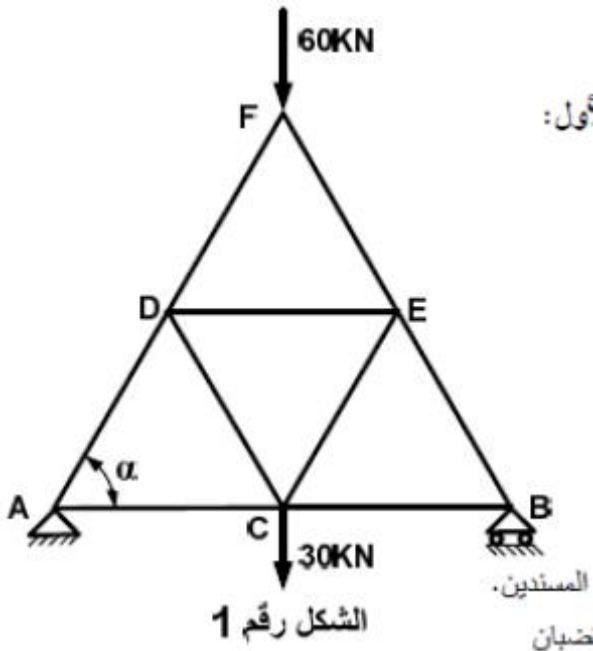
يعطى:

$$\alpha=33.69^\circ \quad \begin{cases} \cos \alpha=0.8320 \\ \sin \alpha=0.5547 \end{cases}$$

$$\beta=18.43^\circ \quad \begin{cases} \cos \beta=0.9487 \\ \sin \beta=0.3161 \end{cases}$$

تمرين 109

يبين الشكل رقم 1 نظاماً مثلثياً مشكلاً من قضبان متساوية الطول ($L=3\text{m}$).
 يرتكز على مسندين: A مسند مضاعف و B مسند بسيط



أول:

تعطى:

$$\cos \alpha=0.5$$

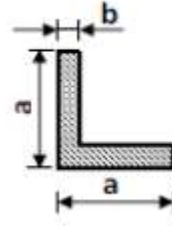
$$\sin \alpha=0.866$$

العمل المطلوب:

- 1) تأكد أن النظام محدد سكونياً ثم احسب ردود الأفعال عند المسندين.
- 2) بالطريقة التحليلية (عزل العقد) احسب الجهود الداخلية للقضبان وبين طبيعتها ملخصاً النتائج في جدول.

3) يتكون النظام المثلثي من مجنبات زاوية متساوية الجناحين مزدوجة

إذا علمت أن: $N_{\max} = 51,96 \text{ KN}$ و $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$
 - حدد من الجدول المرفق المجنب الذي يحقق المقاومة. الجدول المرفق

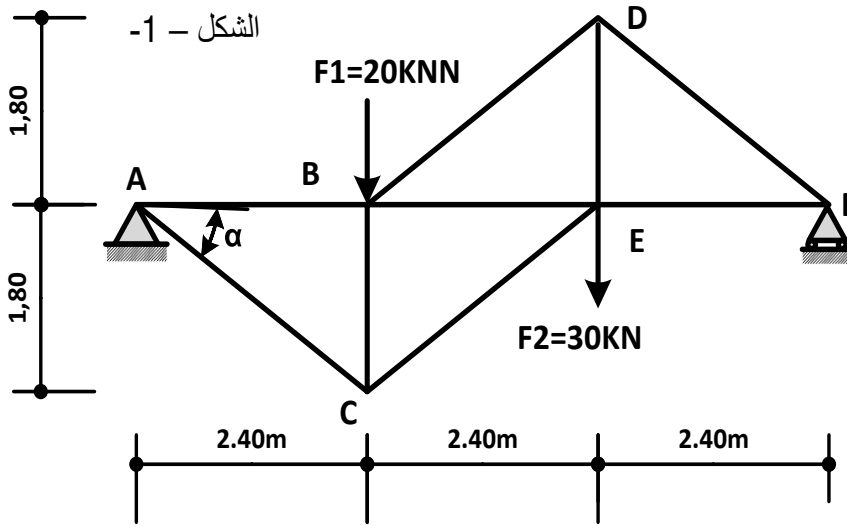


المقطع (cm ²)	الكتلة الخطية (Kg/m)	الأبعاد (mm)		التعين
		b	a	
1.13	0.88	3	20	3×20×20
1.43	1.12	3	25	3×25×25
1.74	1.36	3	30	3×30×30
2.35	1.84	3.5	35	3.5×35×35
3.08	2.42	4	40	4×40×40

(4) أحسب التشوه الحاصل في القضيب الأكثر تحميلا علما أن $E = 2 \times 10^6 \text{ daN/cm}^2$
 (ملاحظة: نأخذ مساحة مقطع المجنب المختار)

تمرين 110

ليكن النظام المثلي المحدد سكونيا والمرتكز على المسندين A و F كما هو مبين في الشكل 01:



$$\cos \alpha = 0.800$$

$$\sin \alpha = 0.600$$

المطلوب

- 1- أحسب ردود الأفعال عند المسندين A و F .
- 2- أحسب الجهود الداخلية في القضبان و بين طبيعتها اعتمادا على الطريقة التحليلية دون النتائج في جدول.
- 3- إذا علمت أن القضيب الأكثر تحميلا هو القضيب (ED) حيث: $N_{ED} = 53,4 \text{ KN}$ وقطره 4 cm .
 - احسب استطالة القضيب علما أن: $E = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$
 - تحقق من شرط المقاومة علما أن الإجهاد المسموح به: $\bar{\sigma} = 1600 \text{ daN/cm}^2$