اختبار الفصل في مادة الرياضيات

120 دقيقة

التمرين الأول

(I) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_1 = e^{-1}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = \frac{n+1}{en}u_n$

❶ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > 0$.

❷ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(II) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $v_n = \frac{1}{en}u_n$.

❶ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{e}$ ثم احسب حدها الأول.

❷ اكتب v_n بـ لالة n ثم استنتج u_n بدلالة n و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

❹ احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \cdots\cdots + \frac{1}{n}u_n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

(III) نعتبر المتتالية (w_n) ا معرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $w_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

❶ ادرس اتجاه تغير المتتالية (w_n) ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

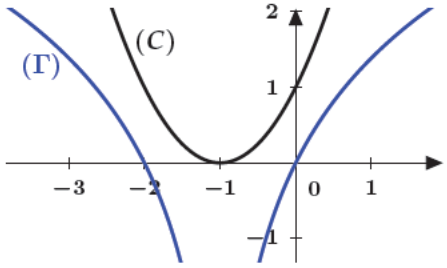
❷ هل المتتاليتان (u_n) و (w_n) متجورتان ؟ برر ذلك.

التمرين الثاني

(I) نعتبر المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

◄ (C) هو التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto (x+1)^2$.

◄ (Γ) هو التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto ln(x+1)^2$.



❶ بقراءة بيانية حدد وضعية (C) بالنسبة الى (Γ) على $\mathbb{R} - \{-1\}$.

❷ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $g(x) = (x+1)^2 - ln(x+1)^2$

◄ استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $g(x) > 0$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2}{x+1} + \frac{ln(x+1)^2}{x+1} + x + 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$. ثم فسر النتيجة بيانيا.

❸ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

❹ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❺ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x+2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

❻ بين أن النقطة $A(-1,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

❼ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-0.7 < \alpha < -0.6$ و $-1.5 < \beta < -1.4$.

❽ بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيين المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

❾ ارسم (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و (C_f).

❿ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

III لتكن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{4}\left[ln(x+1)^2\right]^2 + 2ln|x+1|$

❶ اثبت أن F هي دالة أصلية للدالة f.

❷ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين : $x = 0$ و $x = 2$.