ثانوية العلامة المختار بن بلعمش

المستوى : 03علوم تجريبية **الموسم الدراسي : 2017 / 2018**

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات **المدة : 03 ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

✎ التمرين الأول :☺☺☺ --- (04 نقاط)

$\frac{3}{4}$من مترشحي قسم 03 ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$

نقول عن مترشح أنه مفاجأة إذا عمل بجد و لم ينجح أو نجح ولم يعمل بجد

-نعتبر الحوادث التالية :

Tالمترشح يعمل بجد، A المترشح ناجح و S المترشح مفاجأة

نختار عشوائيا مترشح من هذا القسم

1)- انقل و أكمل شجرة الإحتمالات المقابلة

2)- أحسب احتمال الحوادث : $T \cap A$، $T \cap \overline{A}$، $\overline{T} \cap A$. 3)- ما هو إحتمال أن يكون المترشح ناجحا ؟

4)- علما أن المترشح ناجحا ما احتمال أن يكون عمل بجد . 5)- بين أن احتمال S هو 0.125 .

التمرين الثاني:☺☺☺ --- (05 نقاط)

1)- ليكن في ℂ كثير حدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 8z - 6$

أ)- تحقق ان$z_0 = 3$ جدر لـ $P(z)$. ب)- حل في ℂ المعادلة : $P(z) = 0$.

2)- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{u}, \vec{v}\right)$ ، الوحدة : $\left\|\vec{u}\right\| = 2cm$

3)- لتكن النقط : A ، B ، C و I لواحقها على الترتيب : $z_A = 1 + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2z_B$ ، $z_I = 3$

أ)- أحسب $|z_A - z_I|$ ، $|z_B - z_I|$ و $|z_C - z_I|$ ، ثم إستنتج أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

ب)- أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_I}{z_A - z_I}$ على الشكل المثلثي، ثم إستنتج طبيعة المثلث IAC .

جـ)- أكتب z_A على الشكل الأسي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $L = \left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا تخيليا صرفا

التمرين الثالث :☺☺☺ --(05 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=3-\frac{9}{4x}$. (C_f) هو تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة .

1)- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $U_0=3$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ)- مثل الحدود U_0 ، U_1 و U_2 على محور الفواصل مستعينا بالمنحنى (C_f) و المنصف الأول في الوثيقة المرفقة

ب)- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

جـ)- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2}\prec U_n\leq 3$.

د)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

3)- نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (V_n) بـ : $V_n=\frac{2}{2U_n-3}$.

ا)- بين ان (V_n)متتالية حسابية أساسها $r=\frac{2}{3}$ ، ثم عين حدها الأول .

ب)- عبر عن V_n بدلالة n ، ثم U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

التمرين الرابع :☺☺☺ --(06 نقاط)

الجزء الأول: g دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+2}$.

1)- أدرس تغيرات الدالة g .

2)- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\geq 0$.

الجزء الثاني : f دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+xe^{-x+2}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)- أ)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب)- بين من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$. **جـ)-** شكل جدول تغيرات الدالة f

2)- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا . – أدرس وضعية (C_f)بالنسبة للمستقيم (Δ)الذي معادلته : $y=x-1$

3)- بين أن النقطة $I(2,3)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f)

4)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T)يوازي المستقيم (Δ)، يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

5)- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $0\prec\alpha\prec 0.2$.

6)- انشئ : (T)، (Δ) و(Δ) .

انتـــهى المـــوضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :☺☺☺ --(04 نقاط)

- **يحتوي كيس على 4 كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و 4 كرات بيضاء مرقمة من 5 إلى 8 و كرتين سوداويتين تحملان الرقمين 9 و 10**
- **نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع** ، أحسب احتمال الحوادث التالية :

1)- الحادثة A ≪الحصول على كرتان تحملان رقمين فرديين≫

2)- الحادثة B ≪ الحصول على كرتان من نفس اللون ≫

3)- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل إجابتك ؟

4)- الحادثة C ≪ الحصول على كرتان من لونين مختلفين ≫

5)- الحادثة D ≪الحصول على كرتان من لونين مختلفين و تحملان رقمين فرديين ≫.

6)- علما ان الكرتين من لونين مختلفين ، ما احتمال أن يحملان رقمين فرديين ؟

التمرين الثاني :☺☺☺ --(05 نقاط)

1.(u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على ℕ بحدها الأول u_0 وأساسها r .

أ.عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=210 \end{cases}$

ب.اكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S'_n=u_0+u_1+\cdots\cdots u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n=e^{14-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النبيري

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$. ماذا تستنتج ؟

ب. احسب المجموع: $S_n=v_0+v_1+\cdots\cdot v_n$ ثم احسب الجداء $p_n=v_0\times v_1\times\cdots\cdots v_n$

جـ. احسب u_{2018} ثم $\lim_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim_{n\to+\infty} p_n$

التمرين الثالث:☺☺☺ --(05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة ℂ المعادلة $(z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2})(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$..........(1)

1) حل في ℂ المعادلة (1) .

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ نعتبر النقط A ;B ; C لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; $z_B=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$; $z_C=\sqrt{2}-7\sqrt{2}i$.

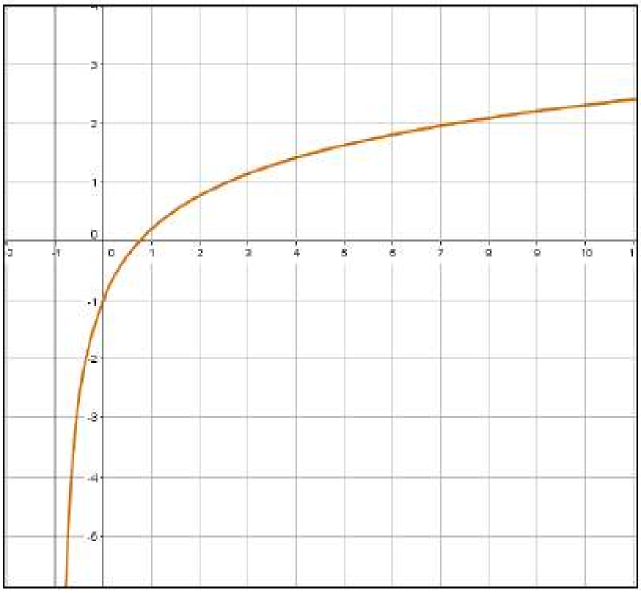
أ)- أكتب العدد المركب z_A على الشكل الاسي ، ثم استنتج الشكل الجبري للعدد المركب : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}+\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}$

3)- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ **، ماذا نستنتج ؟**

4)- أوجد z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OADB$ مربع .

التمرين الرابع :☺☺☺ --(04 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-\frac{1}{1+x}+\ln(1+x)$



و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.(الشكل المقابل)،

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0,7;0,8[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي

$$f(x)=1-x+x.\ln(1+x)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسيا . أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

3) أ-أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب-أثبت أن $f(\alpha)=1-\frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ؛ أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ).

4) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة $1+x.\ln(1+x)-m=0$.

بالتوفيق في شهادة بكالوريا 2018

المستوى : الثالثة عـلوم تجريبية **التصحيح النموذجي للإختبار الثاني في مادة الرياضيات**

المــوضوع الأول

رقم التمرين	عناصر الإجابة	العلامة
التمرين الأول **04 ن**	1)- الشجرة .... 2)- $P(T\cap A)=\frac{3}{4}\times\frac{9}{10}=\frac{27}{40}=0.675$ $P(T\cap\overline{A})=\frac{3}{4}\times\frac{1}{10}=\frac{3}{40}=0.075$ $P(\overline{T}\cap A)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{10}=\frac{2}{40}=0.05$ 3)- $P(A)=P(T\cap A)+P(\overline{T}\cap A)=\frac{27}{40}+\frac{2}{40}=\frac{29}{40}=0.725$ 4)- $P_A(T)=\frac{P(T\cap A)}{P(A)}=\frac{27/40}{29/40}=\frac{27}{29}=0.931$ 5)- $P(S)=P(\overline{T}\cap A)+P(T\cap\overline{A})=\frac{3}{40}+\frac{2}{40}=\frac{1}{8}=0.125$	(05 ن) (0.5ن) (0.5ن) (0.5ن) (0.5ن) (01 ن) (0.5ن)
التمرين الثاني **05 ن**	1)- أ)- $P(3)=0$ .... ب)- $P(z)=(z-3)(z^2-2z+2)$ .... $P(z)=0$ يكافئ : $z-3=0$ أو $z^2-2z+2=0$ $(\Delta=-4)$ $S=\{3,1-i,1+i\}$ .... 2)- $\lvert z_A-z_I\rvert=\lvert 1+i-3\rvert=\lvert -2+i\rvert=\sqrt{5}$ $\lvert z_B-z_I\rvert=\lvert 1-i-3\rvert=\lvert -2-i\rvert=\sqrt{5}$ .... $\lvert z_C-z_I\rvert=\lvert 2-2i-3\rvert=\lvert -1-2i\rvert=\sqrt{5}$	(0.25) (0.75) (0.5) (0.75) (0.5ن)

ومنه النقاط : A ، B ، C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها: $r=\sqrt{5}$ .... (0.5ن)

بـ)- $\dfrac{z_C - z_I}{z_A - z_I} = i = \cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}$ .... (0.75)

ومنه المثلث IAC قائم في I و متساوي الساقين ($i=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $IC=IA$ ، $\overrightarrow{IC}\perp\overrightarrow{IA}$)..... (0.5ن)

جـ)- $z_A=\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ .... (0.5ن)

$L=\left(\dfrac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n = e^{i\frac{\pi n}{4}}$ ، Lتخيليا صرفا يكافئ : $(k\in □)$ $\dfrac{\pi n}{4}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ ، ومنه :

$n=2+4k \quad (k\in □)$

التمرين الثالث 05 ن

1)- أ) ـتمثيل الحدود .... (0.5ن)

بـ)- (U_n)متناقصة على □ ، و (U_n) متقاربة .... (0.5ن)

جـ)- البرهان بالتراجع.. (0.5ن)

د)- من أجل كل nمن □ : $U_{n+1}-U_n=\dfrac{-(2U_n-3)^2}{4U_n}$ (0.5ن)

و منه (U_n)متناقصة على □.. (0.5ن)

– بما أن (U_n)متناقصة على □، وحدودة من الأسفل بـ فهي متقاربة .... (0.5ن)

2)- أ)- من أجل كل n من □ : $V_{n+1}=\dfrac{4U_n}{6U_n-9}$

$$V_{n+1}-V_n=\frac{4U_n}{6U_n-9}-\frac{2}{2U_n-3}=\frac{4U_n-6}{6U_n-9}=\frac{2(2U_n-3)}{3(2U_n-3)}=\frac{2}{3}$$ (0.5ن)

و منه (V_n)متتالية حسابية أساسها $r=\dfrac{2}{3}$ و حدها الأول $V_0=\dfrac{2}{3}$.......................... (01ن)

بـ)- من أجل كل n من □ : $V_n=\dfrac{2}{3}n+\dfrac{2}{3}$ ، $U_n=\dfrac{3n+6}{2n+2}$ (0.5ن)

$$\lim_{n\to+\infty}U_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{3n}{2n}=\frac{3}{2}$$

التمرين الرابع 06 ن

الجزء الأول 1)- $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ .... (0.5ن)

- قابلة للإشتقاق على □ : $g'(x)=(x-2)e^{-x+2}$ .... (0.5ن)

gمتزايدة على المجال $[2,+\infty[$ ، g متناقصة على المجال $]-\infty,2]$ (0.5ن)

$g(2)=0$ (قيمة حدية صغرى) و منه من أجل كل x من □: $g(x)\geq 0$ .... (0.25)

الجزء الثاني :

1)- أ)- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .... (0.5ن)

بـ)- f قابلة للإشتقاق على □ : $f'(x)=g(x)$ ومنه : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ (0.75)

جدول تغيرات الدالة f : .... (0.5ن)

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

(0.5ن)

2)- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$ ، ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته :

$y=x-1$ بجوار $+\infty$ .... (0.5ن)

- من أجل كل x من ℝ: $f(x)-y=xe^{-x+2}$

- وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) : $(C_f)\cap(\Delta)=\{A(0,-1)\}$ .... (0.5ن)

لما : $x\in]-\infty,2[$ (C_f) تحت (Δ) ، لما : $x\in]2,+\infty[$ (C_f) فوق (Δ) (0.75)

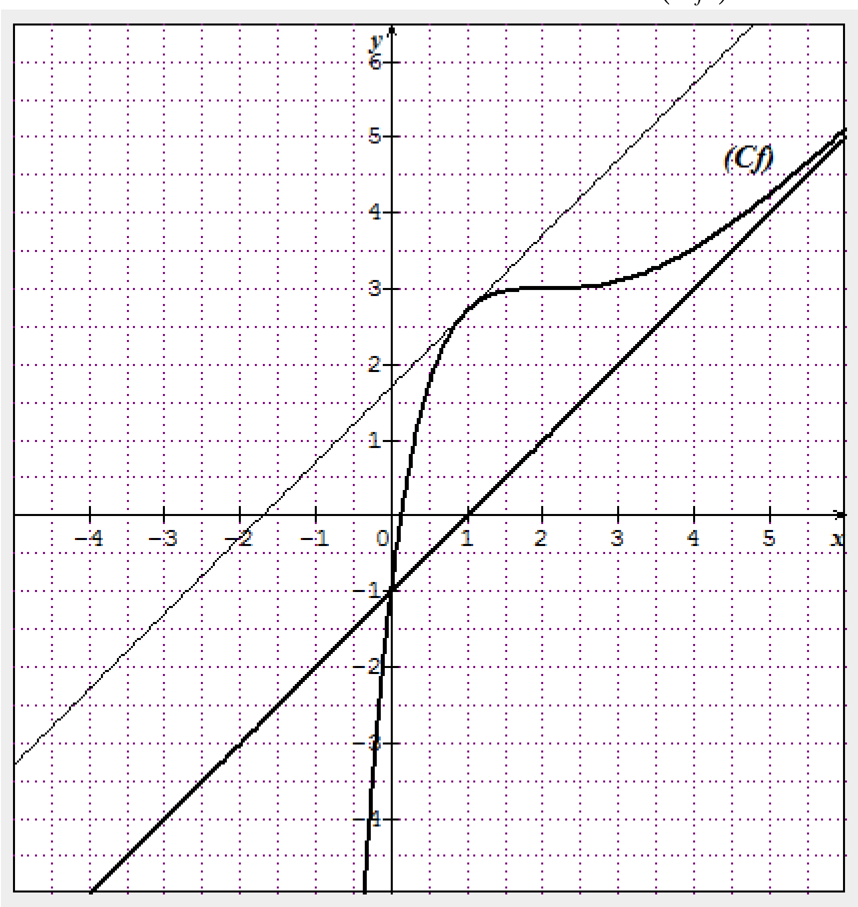
3)- من أجل كل x من ℝ: $f''(x)=g'(x)$ ، $f''(x)=0$ يكافئ : $x=2$ (0.25)

- f'' انعدمت عند $x=2$ و غيرت إشارتها : و منه النقطة : I هي نقطة إنعطاف...........

4)- $f'(x)=1$ و منه : $x=1$ ، $(T): y=x+e-1$ .... (0.5ن)

5)- مبرهنة القيم المتوسطة ....

6)- إنشاء (C_f): ....



الـــموضوع الثـــاني

التمرين		
	1)- $=\dfrac{20}{90}=P(A)$	(0.5ن)

ن الأول 04 ن	$P(B)=\frac{A_4^2+A_4^2+A_2^2}{90}=\frac{26}{90}$ .... $P(A\cap B)=\frac{A_2^2+A_2^2}{90}=\frac{4}{90}$ ، $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$ .... $P(C)=1-P(B)=1-\frac{26}{90}=\frac{64}{90}$ .... $P\left(D\right)=P\left(C\cap A\right)=\frac{2\left(A_2^1\times A_2^1+A_2^1\times A_1^1+A_2^1\times A_1^1\right)}{90}=\frac{16}{90}$ .... $P_C\left(A\right)=\frac{P\left(C\cap A\right)}{P\left(A\right)}=\frac{16/90}{64/90}=\frac{16}{64}$	(0.5ن) (01ن) (0.5ن) (0.5ن) (0.5ن)
التمرين الثاني 05 ن	1)- أ)- باستعمال المعادلة الأولى نتحصل على : $U_2=8$ (الوسط الحسابي) بتعويض U_2 بما تساويه في المعادلة الثانية نجد: $(8-r)^2+8^2+(8+r)^2=210$ و منه : $r=-3$ أو $r=3$ (مرفوضة) و $U_0=14$ بـ)- من أجل كل n من ℕ : $U_n=14-3n$ - من أجل كل n من ℕ : $S'_n=\frac{(n+1)}{2}(14+14-3n)=\frac{-3n^2+25n+28}{2}$ 2)- أ)- من أجل كل n من ℕ : $V_{n+1}=e^{14-3n-3}=e^{-3}V_n$ و منه : م هـ أساسها : $q=e^{-3}$ و حدها الأول : $V_0=e^{14}$ .... $\lim\limits_{n\to+\infty}V_n=0$ نستنتج أن المتتالية $\left(V_n\right)$ متقاربة .... بـ)- من أجل كل n من ℕ : $S_n=\frac{e^{14}}{e^{-3}-1}\left(e^{-3n-3}-1\right)$ .... $P_n=e^{U_0}\times e^{U_1}\times.......\times e^{U_n}=e^{U_0+U_1+......+U_n}=e^{S'_n}$ .... جـ)- $U_{2018}=14-3(2018)=-6040$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\frac{e^{14}}{1-e^{-3}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n=0$	(01ن) (0.5ن) (0.5ن) (0.25) (0.5ن) (0.5ن) (0.5ن) (0.5ن) (0.75)
التمرين الثالث 05 ن	1)- (1) يكافئ : $z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2}=0$ أو $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$ $(\Delta=-8)$ و منه : $S=\left\{\sqrt{2}-7i\sqrt{2},\sqrt{2}-i\sqrt{2},\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right\}$ .... 2)- أ)- $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}=e^{i\frac{2018\pi}{4}}=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$ .... $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}=e^{-i\frac{2018\pi}{4}}=e^{-i\frac{\pi}{2}}=-i$ و منه : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}+\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}=i-i=0$ 3)- $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=-3\in\mathfrak{R}$ و منه : النقاط A ، B ، C على استقامة واحدة .... 4)- لدينا $\frac{z_B}{z_A}=i$ ومنه المثلث : قائم في O ومتساوي الساقين . $OADB$ مربع معناه : $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BD}$ ، $z_A=z_D-z_B$ ومنه : $z_D=2\sqrt{2}$	(1.5ن) (0.5ن) (01ن) (01ن) (01ن)
التمرين الرابع 06 ن	I)- 1)- جدول تغيرات الدالة g :	(0.5ن)

- الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (03 نقاط)

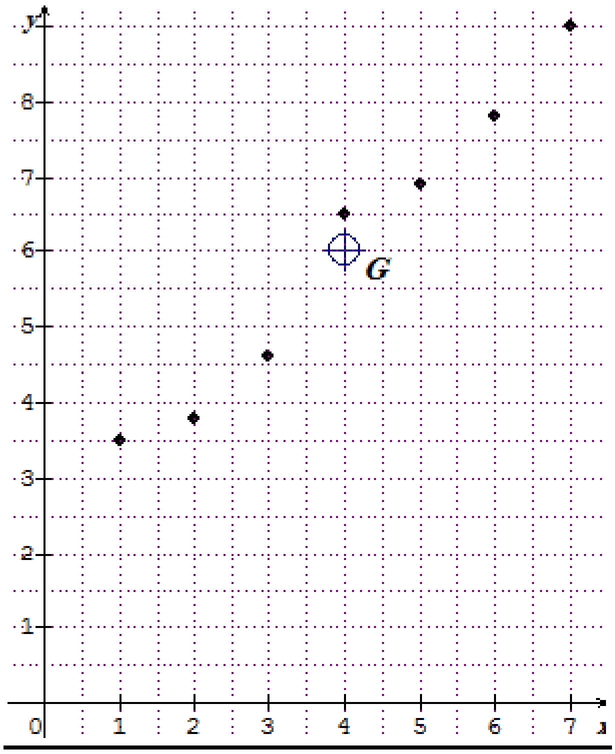
1)- $\Delta = 121$ ، $S = \{-7,4\}$ ....(01)

2)- $D =]0,+\infty[$ ، نضع : $t = \ln x$ ، و منه : $S = \{e^4, e^{-7}\}$ ....(01)

3)- $D =]0,+\infty[$ ، نضع : $t = \log x$ ، و منه : $S = \{10^4, 10^{-7}\}$ ....(01)

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1)- تمثيل سحابة النقط : $M_i(x_i, y_i)$ ....(01)



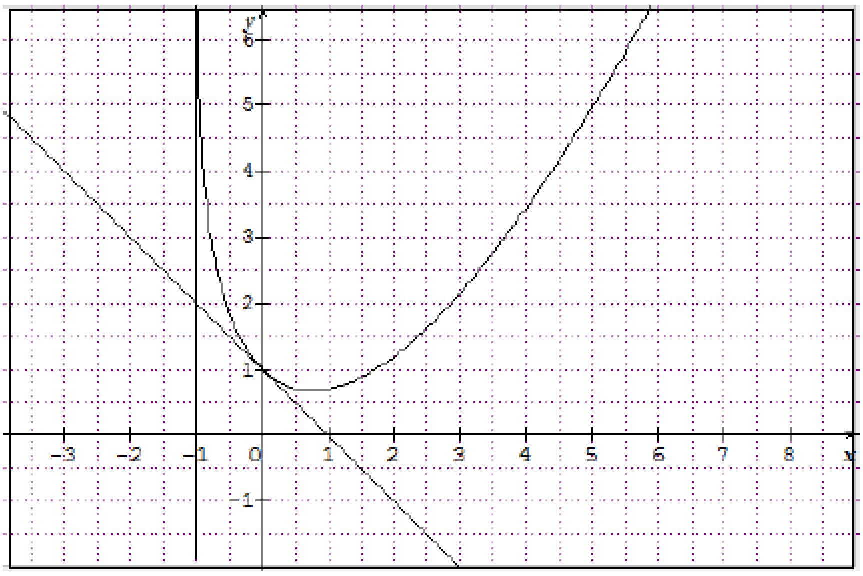
x_i	y_i	$x_i.y_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	
1	3.5	3.5	9	$\bar{x} = \frac{28}{7} = 4$ $\bar{y} = \frac{42.1}{7} = 6.014$
2	3.8	7.6	4	
3	4.6	13.8	1	
4	6.5	26	0	
5	6.9	34.5	1	
6	7.8	46.8	4	
7	9	63	9	
28	42.1	195.2	28	المجموع :

2)- $G(4;6.014)$ ....(0.5)

3)- $\text{cov}(x,y) = 3.830$ ، $V(x) = 4$ ، $a = 0.958$ ، $b = \bar{y} - a\bar{x} = 2.182$

- معادة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $y = 0.958x + 2.182$ ....(02)

4)- رتبة السنة 2010 هي : 11 و منه: $y = 12.72$ ....(01)



4)-

لدينا : $1 + x\ln(1+x) = m$ معناه $1 - x + x\ln(1+x) = -x + m$ أي $f(x) = -x + m$.

- $m \in]-\infty, 1[$: المعادلة لا تقبل حلولا . ...

$m = 1$: للمعادلة حلا وحيدا معدوما .

$m \in]1, +\infty[$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة