الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2021

شعبة: العلوم التجريبية — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 4 - \dfrac{4}{u_n + 1}$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;3]$ بـ: $f(x) = 4 - \dfrac{4}{x+1}$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le 3$.
   ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \le 3 - u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}(3 - u_n)$.
   ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \le 3 - u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n (3 - u_0)$ ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على خمس كريات لا نفرق بينها باللمس منها ثلاث كريات بيضاء و كريتين خضراوين. نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع و نعتبر الحادثتين A و B حيث A: سحب كريتين من نفس اللون و B: سحب كرية بيضاء على الأقل.

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب.
2. أحسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$.
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المتبقية في الكيس.
   - ✓ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثالث: 05 نقاط

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$.

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ ، $z_C=\overline{z_B}$ و $z_D=\sqrt{3}$.

1. بين أن النقطة A صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$ ثم استنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
2. أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.ثم بين أن $\left(\dfrac{z_A}{2}\right)^{2021}\times\left(z_B\right)^{1441}\times\left(z_C\right)^{1962}=1$.
3. ليكن f التحويل النقطي الذي يحول النقطة $M\left(z\right)$ إلى النقطة $M'\left(z'\right)$ حيث: $z'=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)z-i$.

أ) عين طبيعة التحويل النقطي f محددا عناصره المميزة.

ب) بين أن النقطة B صورة النقطة D بالتحويل النقطي f ثم استنتج طبيعة كلا من المثلث BCD و الرباعي $ABCD$.

4. عين طبيعة المجموعة $\left(E\right)$ مجموعة النقط من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق

$Arg\left(z-z_B\right)=Arg\left(\overline{z}-z_C\right)+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

<u>التمرين الرابع:07 نقاط</u>

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ بالعبارة: $g\left(x\right)=x-3+4\ln\left(x+1\right)$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. أ) بين أن المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-1;+\infty\right[$ ثم تحقق أن $0,74<\alpha<0,76$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g\left(x\right)$.

II. f الدالة المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)-\dfrac{4\ln\left(x+1\right)}{x+1}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f\left(x\right)=+\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$.

ب) بين أنه من أجل $x\in\left]-1;+\infty\right[$: $f'\left(x\right)=\dfrac{g\left(x\right)}{\left(x+1\right)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. أ) بين أن $f\left(\alpha\right)=-\dfrac{\left(\alpha-3\right)^2}{4\left(\alpha+1\right)}$.

ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(\alpha\right)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ بـ: $h\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-h\left(x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و $\left(C_h\right)$.

4. أ) عين احداثيات نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع حاملي محوري الاحداثيات.

ب) أرسم $\left(C_f\right)$ ثم أرسم $\left(C'\right)$ التمثيل البياني للدالة $|f|$، نأخذ $f\left(\alpha\right)=-0,72$.

انتهـــــــــــى الموضوع الأول

الموضـــوع الثانـــي

التمرين الأول: 04 نقاط

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2 و ثلاث كريات سوداء مرقمة بـ: 1، 2، 3 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الكيس.

1. أحسب احتمال كلا من الحوادث التالية:
   - ✓ A : سحب ثلاث كريات من نفس اللون.
   - ✓ B : سحب ثلاث كريات مجموع أرقامها عدد فردي.
   - ✓ C : سحب ثلاث كريات جداء أرقامها عدد زوجي.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة.
   - ➢ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E\left(X\right)$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

$\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}eu_n + \frac{2}{3}e^{n+1} \end{cases}$ و $v_n = u_n - e^n$.

1. أ) بين أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}e$ يطلب حساب حدها الأول.

   ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

   ج) أحسب بدلالة n المجموع T_n حيث $T_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.
2. نعتبر المتتالية العددية $\left(w_n\right)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $w_n = \ln\left(u_n - v_n\right)$.

   أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $w_n = n$.

   ب) بين أن $\left(w_n\right)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

   ج) ليكن المجموع S_n حيث $S_n = w_0^2 + w_1^2 + ... + w_n^2$.
   - ✓ برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = \frac{n\left(n+1\right)\left(2n+1\right)}{6}$.

التمرين الثالث: 05 نقاط

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A = 2i$، $z_B = \sqrt{3} + i$ و $z_C = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

1. أ) أكتب كلا من z_A، z_B و z_C على الشكل المثلثي ثم استنتج أن النقط A، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

   ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z_B^n حقيقي سالب تماما.

2. أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي.

ب) استنتج القيم المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3. f التحويل النقطي الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = 2iz + 4 + 2i$.

✓ بين أن f تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة.

4. عين طبيعة المجموعة (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\left|\overline{z} - \sqrt{3} + i\right| = |iz + 2|$.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x) = e^{2x} - 4x - 1$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث $0,62 < \alpha < 0,64$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \left(2x + \frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-2x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. بين أن النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f).

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

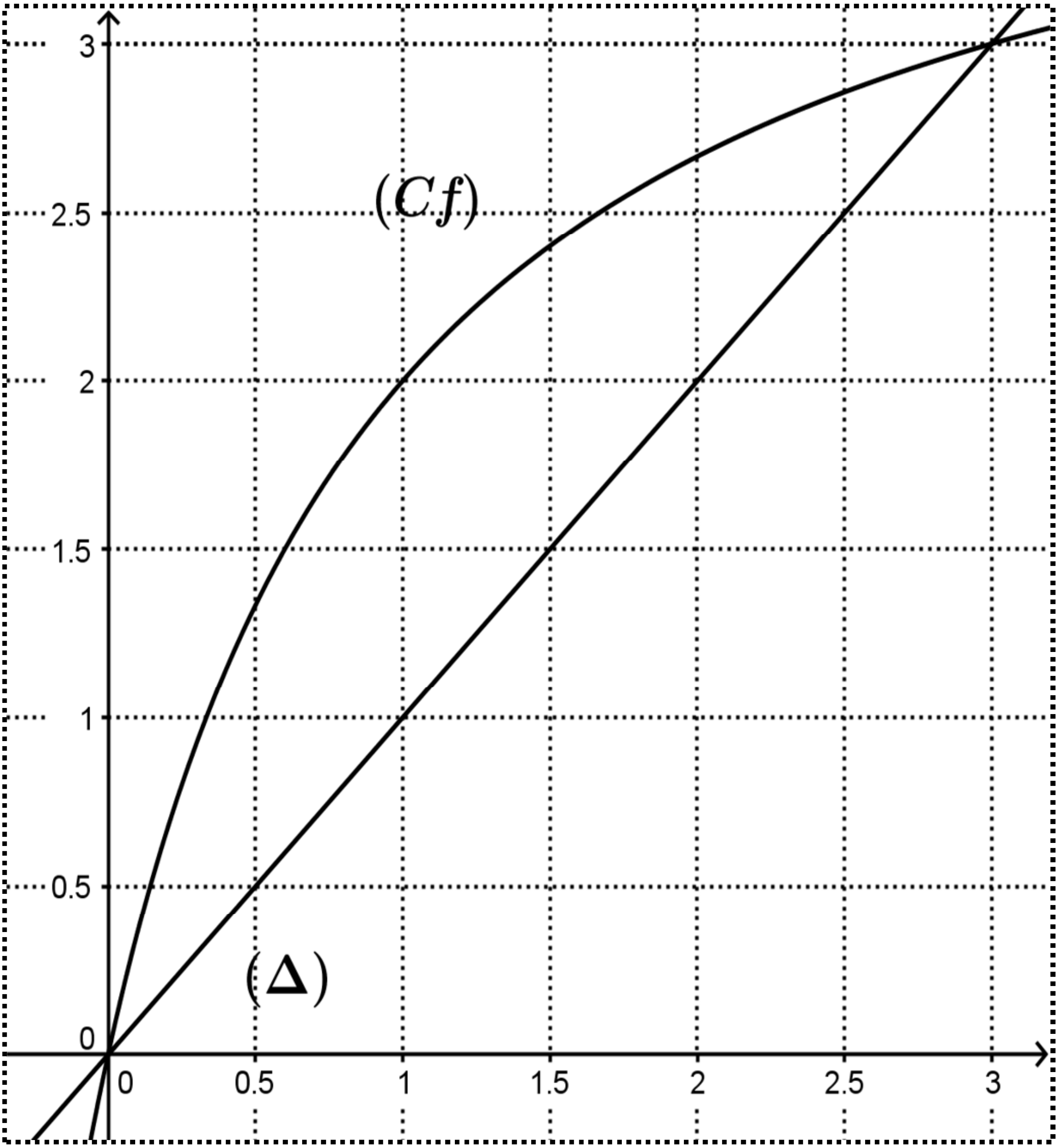
4. أ) أرسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f). نقبل أن $\begin{cases} (C_f) \cap (xx') = \{(-0,5;0)\} \\ f(\alpha) = 0,4 \end{cases}$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين في الإشارة.

انتهـــــــى الموضـــــوع الثاني

الوثيقة المرفقة

الاسم: 　　　　 اللقب:



التصحيح النموذجي لاختبار البكالوريا التجريبي في مادة

الرياضيات

الشعبة: علوم تجريبية

الموضوع الأول

0,5 1) تمثيل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 على حامل محور الفواصل:

0,25 إعطاء تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها:

من البيان نلاحظ أن: $U_0 < U_1 < U_2 < U_3$ وعليه (U_n) متزايدة على $\mathbb{N}$

ونلاحظ أيضا أن (U_n) متقاربة نحو فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x$ $(x=3)$

0,75 2) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq U_n \leq 3$

نرمز بـ $P(n)$ للخاصية $1 \leq U_n \leq 3$

- لدينا $U_0 = 1$ ولدينا أن $1 \leq 1 \leq 3$ فإن $P(0)$ صحيحة

- نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل $n \in \mathbb{N}$ أي $1 \leq U_n \leq 3$ ونبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي نبرهن أن $1 \leq U_{n+1} \leq 3$

لدينا $1 \leq U_n \leq 3$ ومنه $2 \leq U_n + 1 \leq 4$ ومنه $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{U_n+1} \leq \frac{1}{2}$

ومنه $-2 \leq \frac{-4}{U_n+1} \leq -1$ ومنه $1 \leq 2 \leq 4 - \frac{4}{U_n+1} \leq 3$

وبالتالي $1 \leq U_{n+1} \leq 3$ وعليه $P(n+1)$ صحيحة

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq U_n \leq 3$

0,5 ب) تبيان أن (U_n) متزايدة تماما:

لدينا

$$U_{n+1} - U_n = 4 - \frac{4}{U_n+1} - U_n = \frac{4U_n}{U_n+1} - U_n = \frac{4U_n - U_n^2 - U_n}{U_n+1}$$

ومنه

$$U_{n+1} - U_n = \frac{3U_n - U_n^2}{U_n+1} = \frac{U_n(3 - U_n)}{U_n+1}$$

لدينا $1 \leq U_n \leq 3$ ومنه $U_n + 1 > 0$ و $U_n \geq 0$ و $3 - U_n \geq 0$ وعليه

$U_{n+1} - U_n \geq 0$ وبالتالي المتتالية (U_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

استنتاج أن (U_n) متقاربة:
لما أن (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة.

3) إثبات أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq U_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{4}(U_n - 3)$

لدينا $U_{n+1} - 3 = \frac{4U_n}{U_n + 1} - 3 = \frac{4U_n - 3U_n - 3}{U_n + 1} = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$

لدينا مما سبق $0 \leq U_n \leq 3$ ومنه $U_n + 1 > 0$ و $U_n - 3 \leq 0$ وعليه $U_{n+1} - 3 \geq 0$ — ①

0,25

* استنتاج أن (U_n) متقاربة:

بما أن (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.

0,75

3) إثبات أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3-U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3-U_n)$

لدينا: $3-U_{n+1} = 3-\frac{4U_n}{U_n+1} = \frac{3U_n+3-4U_n}{U_n+1} = \frac{3-U_n}{U_n+1}$

لدينا مما سبق $1 \leq U_n \leq 3$ ومنه $U_n+1 > 0$ و $3-U_n \geq 0$ وعليه

$3-U_{n+1} \geq 0$ ——— ①

لدينا $U_n \geq 1$ ومنه $U_n+1 \geq 2$ أي $\frac{1}{U_n+1} \leq \frac{1}{2}$ ومنه

$\frac{3-U_n}{U_n+1} \leq \frac{1}{2}(3-U_n)$ وبالتالي $3-U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3-U_n)$ ——— ②

من ① و ② نستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3-U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3-U_n)$

0,5

ب) استنتاج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3-U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3-U_0)$

لدينا مما سبق $0 \leq 3-U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3-U_n)$

ومنه

$0 \leq 3-U_1 \leq \frac{1}{2}(3-U_0)$ — 1

$0 \leq 3-U_2 \leq \frac{1}{2}(3-U_1)$ — 2

$\vdots$

$0 \leq 3-U_n \leq \frac{1}{2}(3-U_{n-1})$ — n

بضرب المتراجحات $1, 2, \dots, n$ طرفا في طرف نجد:

$0 \leq \cancel{(3-U_1)}\cancel{(3-U_2)} \times \dots \times (3-U_n) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3-U_0) \times \cancel{(3-U_1)} \times \dots \times \cancel{(3-U_{n-1})}$

وبالتالي: $0 \leq 3-U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3-U_0)$

0,5

حساب $\lim_{n \to +\infty} U_n$:

بما أن $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n(3-U_0) = \lim_{n\to+\infty} 2\times\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ فإن $0 \leq \lim_{n\to+\infty} 3-U_n \leq 0$

أي $\lim_{n\to+\infty} 3-U_n = 0$ ومنه $\lim_{n\to+\infty} U_n = 3$

حل التمرين الثاني:

V V B B B

1) حساب $P(A)$ و $P(B)$:

0,5 $$P(A)=\frac{A_3^2+A_2^2}{A_5^2}=\frac{6+2}{20}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$$

0,5 $$P(B)=\frac{2A_3^1\times A_2^1+A_3^2}{20}=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}$$

2) حساب $P(A\cap B)$ ثم استنتاج $P(A\cup B)$:

0,5 $$P(A\cap B)=\frac{A_3^2}{20}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$$

0,5 $$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{9}{10}-\frac{3}{10}=\frac{10}{10}=1$$

0,25x6

3) تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	1	2	3
P_i	$P(X=1)=\frac{A_3^2}{20}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$	$P(X=2)=\frac{2A_3^1A_2^1}{20}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$	$P(X=3)=\frac{A_2^2}{20}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

0,5 $$E(X)=\sum_{i=1}^{3}P_ix_i=\frac{3}{10}+\frac{6}{5}+\frac{3}{10}$$

$$=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$$

$$\boxed{E(X)=\frac{9}{5}}$$

ومنه

حل التمرين الثالث:

0,75 I) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z-\sqrt{3})(z^2-\sqrt{3}z+1)=0$

لدينا $(z-\sqrt{3})(z^2-\sqrt{3}z+1)=0$ تكافئ $z=\sqrt{3}$ أو $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

لدينا $\Delta=3-4=-1=i^2$ ومنه المعادلة $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

تقبل حلين مترافقين هما: $z_1=\frac{\sqrt{3}+i}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

و $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

وعليه حلول المعادلة (*) هي $\sqrt{3}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

II) لدينا $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_C=\overline{z_B}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

و $z_D=\sqrt{3}$

0,5 1) تبيان أن النقطة A صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$:

لدينا $z_{\overrightarrow{BA}}=z_A-z_B=\sqrt{3}+i-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

و $z_{\overrightarrow{CD}}=z_D-z_C=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

بما أن $z_{\overrightarrow{BA}}=z_{\overrightarrow{CD}}$ فإن A صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$

0,25 استنتاج أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع:

بما أن $z_{\overrightarrow{BA}}=z_{\overrightarrow{CD}}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع،

2) كتابة كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي:

0,25 لدينا: $z_A=\sqrt{3}+i=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=2e^{i\frac{\pi}{6}}$

0,25×2 $z_B=e^{i\frac{\pi}{6}}$, $z_C=\overline{z_B}=e^{-i\frac{\pi}{6}}$

0,5 تبيان أن $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2021}\times(z_B)^{1441}\times(z_C)^{1962}=1$

لدينا: $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2021}\times(z_B)^{1441}\times(z_C)^{1962}=e^{i\left(\frac{2021\pi+1441\pi-1962\pi}{6}\right)}$

$=e^{i\times 250\pi}=\cos(0)+i\sin 0=1$

3) لدينا $f(M) = M'$ معناه $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z - i$

0,75

أ) تعيين طبيعة التحويل النقطي f مع تحديد عناصره المميزة:

لدينا $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \in \mathbb{C}^*$ مع $\left|\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right| = 1$

ومنه f دوران زاويته θ حيث $\theta = Arg\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ومركزه

النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a} = \frac{-i}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i}$

أي $z_\Omega = \frac{-2i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{-2i(1+\sqrt{3}i)}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i = z_C$

وبالتالي f دوران زاويته $\theta = \frac{\pi}{3}$ ومركزه النقطة C.

0,25

ب) تبيان أن النقطة B صورة D بالتحويل f:

لدينا $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_D - i = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\sqrt{3} - i$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i - i = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = z_B$$

0,75

استنتاج طبيعة كل من المثلث BCD والرباعي $ABCD$

لما أن B صورة D بالتحويل f فإن $CB = CD$ و $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{3}$

وعليه المثلث BCD متقايس الأضلاع

لدينا مما سبق الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع وبما أن $CB = CD$

فإن $ABCD$ معين

0,5

4) تعيين طبيعة المجموعة (E) للنقط M حيث (*) $Arg(z - z_B) = Arg(\bar{z} - \bar{z}_B) + 2k\pi$

لدينا (*) تكافئ $Arg(z - z_B) = Arg(\overline{z - z_B}) + 2k\pi$

$Arg(z - z_B) = Arg(\overline{z - z_B}) + 2k\pi$ //

$Arg(z - z_B) = -Arg(z - z_B) + 2k\pi$ //

$Arg(z - z_B)^2 = 2k\pi$ //

وتكافئ $2Arg(z - z_B) = 2k\pi$ أي $Arg(z - z_B) = k\pi$

أي $(\vec{u}; \overrightarrow{BM}) = k\pi$ وبالتالي المجموعة (E) هي المستقيم (BM) الموازي لحامل محور الفواصل ماعدا النقطة B.

حل التمرين الرابع :

(1,25)

I) لدينا $g(x)=x-3+4\ln(x+1)$ حيث $D_g=]-1,+\infty[$

1) دراسة تغيرات الدالة g :

حساب النهايات :

$\lim_{x \to +\infty} g(x)=+\infty$; $\lim_{x \to -1^{>}} g(x)=-\infty$

حساب $g'(x)$:

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]-1,+\infty[$ حيث :

$$g'(x)=1+\frac{4}{x+1}>0$$

لما أن $g'(x)>0$ فإن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-1,+\infty[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	-1	α	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

(0,5)

2) أ) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,+\infty[$:

لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ ولما أن $\lim_{x \to -1^{>}} g(x) \times \lim_{x \to +\infty} g(x)<0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة نستنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1;+\infty[$.

(0,25)

التحقق أن $0,74<\alpha<0,76$

لما أن $g(0,74)\times g(0,76)<0$ لأن $\begin{cases} g(0,74)=-0,04 \\ g(0,76)=0,02 \end{cases}$ فإن

$0,74<\alpha<0,76$.

ب) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

(0,25)

x	-1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) لدينا $f(x)=\ln(x+1)-4\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ حيث $D_f=]-1,+\infty[$

1) تبيان أن $\lim_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$ وحساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (0,5)

لدينا

$$\lim_{x\to -1^+} f(x)=\lim_{x\to -1^+}\underbrace{\ln(x+1)}_{-\infty}\left(\underbrace{1-\frac{4}{x+1}}_{-\infty}\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\underbrace{\ln(x+1)}_{+\infty}-4\underbrace{\frac{\ln(x+1)}{x+1}}_{0}=+\infty$$

ب) تبيان أنه من أجل $x\in]-1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ (0,5)

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]-1,+\infty[$ حيث:

$$f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{\frac{4}{x+1}\times(x+1)-4\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{1}{x+1}-\frac{4-4\ln(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{x+1-4+4\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

ومنه

$$f'(x)=\frac{x-3+4\ln(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

(0,5) تشكل جدول تغيرات الدالة f:

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

2) تبيان أن $\cancel{f(\alpha)=\frac{1}{4}\alpha+1-\frac{1}{\alpha+1}}$ (0,5) $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$

لدينا $f(\alpha)=\ln(\alpha+1)-4\frac{\ln(\alpha+1)}{\alpha+1}$ مع $\ln(\alpha+1)=\frac{3-\alpha}{4}$

ومنه

$$f(\alpha)=\frac{3-\alpha}{4}-\frac{3-\alpha}{\alpha+1}=(3-\alpha)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{\alpha+1}\right)$$

$$=(3-\alpha)\left(\frac{\alpha-3}{4(\alpha+1)}\right)=\frac{-(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$$

$$f(\alpha) = -\frac{(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$$ ومنه

(0,25)

ب) أحسب دون حساب $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

لدينا $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = 0$ لأن $f'(\alpha) = \frac{g(\alpha)}{(\alpha+1)^2} = 0$

(0,25)

التفسير البياني:

نقول أن (C_f) يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α.

3) لدينا $h(x) = \ln(x+1)$ مع $D_h =]-1, +\infty[$

(0,25)

أ) حساب: $\lim_{x \to +\infty} f(x) - h(x)$

لدينا $\lim_{x \to +\infty} f(x) - h(x) = \lim_{x \to +\infty} -4\frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0$

(0,25)

التفسير البياني:

نقول أن (C_f) و (C_h) متقاربان عند $+\infty$.

(0,5)

ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_h):

لدينا $f(x) - h(x) = 0$ تكافئ $-4\frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0$ تكافئ $\ln(x+1) = 0$

أي $x+1 = 1$ ومنه $x = 0$ وعليه الوضع النسبي لـ (C_h) و (C_f)

يكون كالتالي:

x	-1	0	$+\infty$
$f(x)-h(x)$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) أعلى (C_h)	(C_f) يقطع (C_h)	(C_f) أسفل (C_h)

4) 4/ تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات $0{,}75$

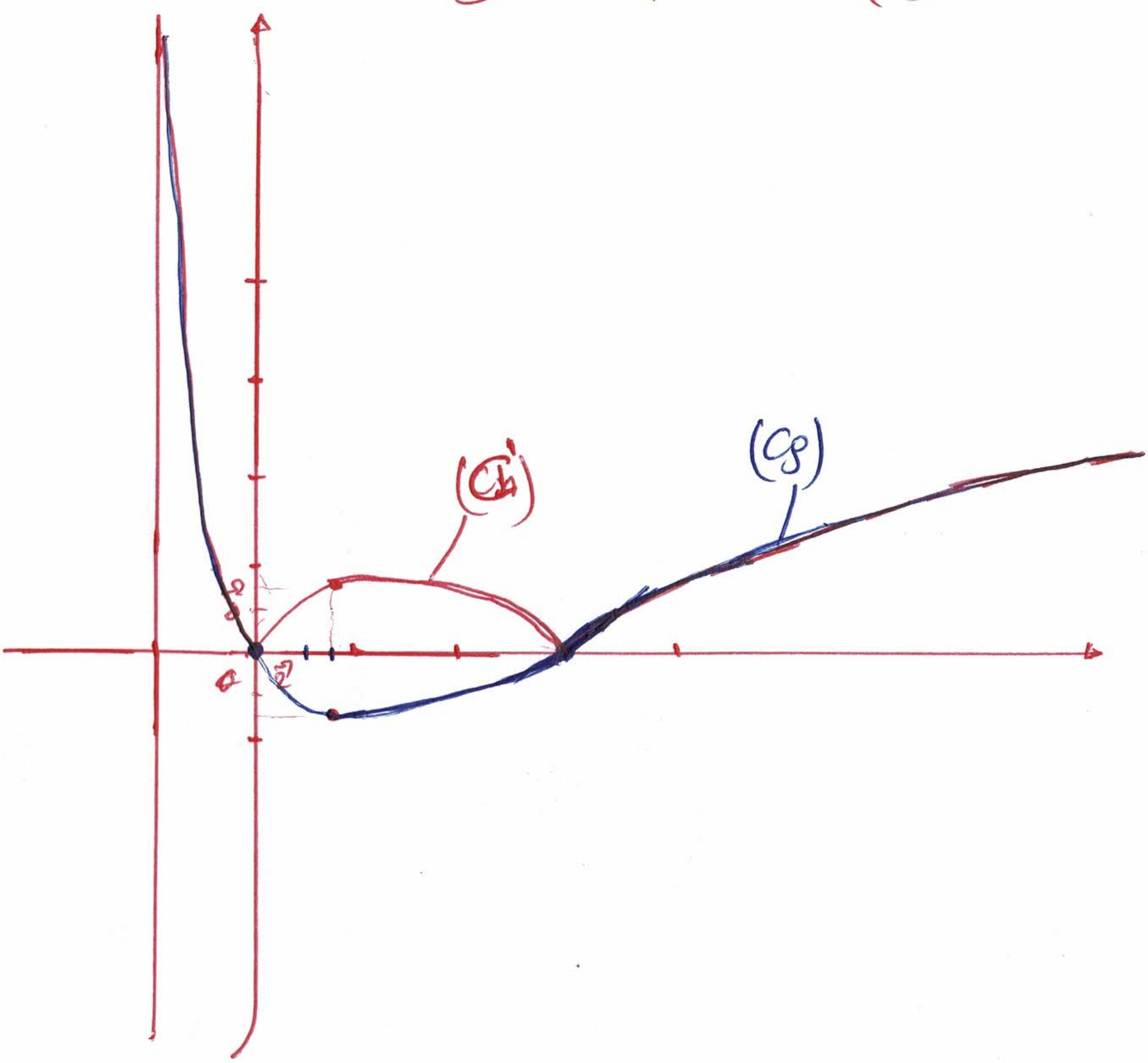
لدينا $f(x)=0$ تكافئ $\ln(x+1)\left(1-\dfrac{4}{x+1}\right)=0$

وتكافئ $\ln(x+1)=0$ أو $\dfrac{x-3}{x+1}=0$ ومنه $\begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$ أو

وعليه $(C_f)\cap(xx')=\{(0;0);(3;0)\}$

و $(C_f)\cap(yy')=\{(0;0)\}$

5) رسم (C_f) ثم رسم (C') التمثيل البياني للدالة $|f|$: $0{,}5$



الموضوع الثاني:

حل التمرين الأول:

R1	R2	N1	
R1	R2	N2	N3

1) حساب احتمال كل من الحوادث التالية:

(0,8) $P(A) = \dfrac{C_4^3 + C_3^3}{C_7^3} = \dfrac{5}{35} = \dfrac{1}{7}$

(0,8) $P(B) = \dfrac{C_3^3 + C_3^2 \times C_3^1 + C_3^2 \times C_1^1}{35} = \dfrac{13}{35}$

(0,8) $P(C) = \dfrac{C_3^3 + C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1 + 2 \times C_3^2 \times C_3^1 + C_3^2 \times C_1^1}{35}$

$= \dfrac{31}{35}$

(2)

2) تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

x_i	1	2	3	4	6	8	12
P_i	$\frac{1}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{35}$

$P(X=1) = \dfrac{C_3^3}{35} = \dfrac{1}{35}$, $P(X=2) = \dfrac{C_3^2 \times C_3^1}{35} = \dfrac{9}{35}$

$P(X=3) = \dfrac{C_3^2 \times C_1^1}{35} = \dfrac{3}{35}$, $P(X=4) = \dfrac{C_3^2 \times C_3^1}{35} = \dfrac{9}{35}$

$P(X=6) = \dfrac{C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{35} = \dfrac{9}{35}$, $P(X=8) = \dfrac{C_3^3}{35} = \dfrac{1}{35}$

$P(X=12) = \dfrac{C_3^2 \times C_1^1}{35} = \dfrac{3}{35}$

حساب $E(X)$:

(0,5) $E(X) = \dfrac{1+18+9+36+54+8+36}{35} = \dfrac{162}{35}$

حل التمرين الثاني:

لدينا $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3} e U_n + \frac{2}{3} e^{n+1} \end{cases}$ و $V_n = U_n - e^n$

1) أ) تبيان أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}e$ يطلب حساب حدها الأول

0,75

لدينا $V_{n+1} = U_{n+1} - e^{n+1} = \frac{1}{3} e U_n + \frac{2}{3} e^{n+1} - e^{n+1}$

$= \frac{1}{3} e U_n - \frac{1}{3} e^{n+1} = \frac{1}{3} e U_n - \frac{1}{3} e \times e^n$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{3} e (U_n - e^n) = \frac{1}{3} e V_n$

وبالتالي (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}e$ وحدها الأول

$V_0 = U_0 - e^0 = 2 - 1 = 1$

0,25

ب) كتابة V_n بدلالة n:

لدينا من أجل $n \in \mathbb{N}$: $V_n = V_0 \times q^n = \left(\frac{1}{3}e\right)^n$

0,25

استنتاج U_n بدلالة n:

لدينا $V_n = U_n - e^n$ ومنه $U_n = V_n + e^n = \left(\frac{1}{3}e\right)^n + e^n$

ج) حساب بدلالة n المجموع T_n حيث $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

0,75 $T_n = \dfrac{1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}e} = \dfrac{1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}}{\frac{2}{3}e} = \frac{3}{2}e\left(1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}\right)$

2) لدينا: $W_n = \ln(U_n - V_n)$

0,5

أ) التحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $W_n = n$

لدينا

$W_n = \ln(U_n - V_n) = \ln e^n = n$

ب) تبيان أن (W_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

0,75

لدينا $W_{n+1} = W_n + 1$ ومنه (W_n) م ح أساسها 1 و

حدها الأول $W_0 = 0$

ج) لدينا $S_n = W_1^2 + W_2^2 + \dots + W_n^2$

البرهان بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

0,75

نرمز بـ $P(n)$ للخاصية $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

لدينا $W_1^2 = 1^2 = 1$ و $S_1 = \frac{1(1+1)(2 \times 1+1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$

ومنه $P(1)$ صحيحة

نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل $n \in \mathbb{N}$ ولنبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة

أي لنبرهن أن $S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

لدينا $S_{n+1} = S_n + W_{n+1}^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$

ومنه $S_{n+1} = \frac{n(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$

$= \frac{(n+1)(2n^2+n+6n+6)}{6}$

$= \frac{(n+1)(2n^2+7n+6)}{6}$

ولدينا من جهة أخرى: $(n+2)(2n+3) = 2n^2+7n+6$

وعليه $S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة وعليه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فانه من أجل $n \in \mathbb{N}$:

$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

حل التمرين الثالث:

لدينا $z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

1) أ/ كتابة كلا من z_A، z_B و z_C على الشكل الأسي (المثلثي): (1)

$z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$z_C=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

0,5 استنتاج أن النقط A، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها:

لدينا $|z_A|=|z_B|=|z_C|=2$ أي $OA=OB=OC=2$

ومنه النقط A، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2.

ب) 0,5 تعيين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z_B^n حقيقيا سالبا تماما.

z_B^n حقيقي سالب تماما معناه $\arg\left(z_B^n\right)=\pi+2k\pi$ أي

ومنه $n\frac{\pi}{6}=\pi+2k\pi$ $n=6+12k$

حيث $k\in\mathbb{N}$

2) أ/ كتابة $\frac{z_C}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي:

0,5 $\frac{z_C}{z_B}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{\sqrt{3}+i}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right)\left(\sqrt{3}-i\right)}{4}$

$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}i+\sqrt{6}i+\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}i$

0,25 $\frac{z_C}{z_B}=\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}$

ب) استنتاج القيم المضبوطة لـ $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

بالمطابقة بين الشكل المثلثي والجبري نجد:

0,25 x 2

$$\begin{cases}\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\\ \sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\end{cases}$$

$z' = 2iz + 4 + 2i$ معناه $f(M) = M'$ لدينا (3

ـ تبيان أن f تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة

لما أن $2i \in \mathbb{C}^*$ مع $|2i| \neq 1$ فإن f تشابه مباشر (0,25)

نسبته $k = |2i| = 2$ و زاويته $\theta = Arg(2i) = \frac{\pi}{2}$ و مركزه

النقطة ذات اللاحقة (0,25×3)

$$z_\Omega = \frac{b}{1-a} = \frac{4+2i}{1-2i} = \frac{(4+2i)(1+2i)}{5} = \frac{4+8i+2i-4}{5}$$

أي $z_\Omega = 2i = z_A$

4) تعيين طبيعة المجموعة (S) التي تحقق $|\overline{z} - \sqrt{3}+i| = |iz+2|$ (0,75)

لدينا تكافؤ $\left|\overline{z} - (\sqrt{3} - i)\right| = \left|i\left(z + \frac{2}{i}\right)\right|$

وتكافؤ $\left|\overline{z} - \overline{z_B}\right| = |i|\,|z - 2i|$

// $\left|\overline{z - z_B}\right| = |z - z_A|$

// $|z - z_B| = |z - z_A|$

// $MA = MB$

ومنه المجموع S هو محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

حل التمرين الرابع :

I) لدينا $g(x)=e^{2x}-4x-1$ حيث $D_g=\mathbb{R}$

1,25

1) دراسة تغيرات الدالة g :

حساب النهايات :

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} e^{x}\left(e^{x}-4\frac{x}{e^{x}}-\frac{1}{e^{x}}\right)=+\infty$, $\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$

حساب $g'(x)$:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=2e^{2x}-4$

دراسة حساب قيم و إشارة $g'(x)$:

لدينا $g'(x)=0$ تكافئ $2e^{2x}-4=0$ أي $e^{2x}=2$ ومنه $2x=\ln 2$

$x=\ln\sqrt{2}$

ومنه إشارة $g'(x)$ تكون كالتالي :

x	$-\infty$		$\ln\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة g متناقصة على المجال $]-\infty;\ln\sqrt{2}]$

ومتزايدة على المجال $[\ln\sqrt{2};+\infty[$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	0	$\ln\sqrt{2}$	α	$+\infty$
$g'(x)$	$-$		0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	0	$1-2\ln 2$	↗ 0	$+\infty$

$g(\ln\sqrt{2})=e^{2\ln\sqrt{2}}-4\ln\sqrt{2}-1=2-\ln 4-1$

$=1-2\ln 2$

2) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر

α حيث $0{,}62<\alpha<0{,}64$

0,25

لدينا $g(0)=0$

0,5 لدينا الدالة g مستمرة و رتيبة على المجال $]\ln\sqrt{2}; +\infty[$

و أيضا على المجال $]0,62; 0,64[$ و $g(0,62) \times g(0,64) < 0$

لأن $\begin{cases} g(0,62) = -0,02 \\ g(0,64) = 0,03 \end{cases}$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]0,62; 0,64[$ — ②

من ① و ② نستنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم

و الآخر موجب α حيث $0,62 < \alpha < 0,64$

0,5

ب) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

II) حيث $f(x) = \left(2x+\frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

1) أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(2x+\frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1 = -\infty$$

0,25×2

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{2e^{2x}} + x - 1 = +\infty$$

0,5

ب) تبيان أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-2x} g(x)$:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$:

$$f'(x) = 2e^{-2x} - 2e^{-2x}\left(2x+\frac{3}{2}\right) + 1$$

$$= e^{-2x}\left(2 - 4x - 3 + e^{2x}\right) = e^{-2x}\left(e^{2x} - 4x - 1\right)$$

ومنه

$$f'(x) = e^{-2x} g(x)$$

نشكل جدول تغيرات الدالة f:

$f(0) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

0,5

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$f(\alpha)$		$+\infty$

2) تبيان أن النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f). 0,5

لدينا $f'(x)=e^{-2x}g(x)$

ومنه:

$$f''(x)=-2e^{-2x}g(x)+g'(x)e^{-2x}$$

$$=e^{-2x}\left(-2g(x)+g'(x)\right)$$

0,25

$$=e^{-2x}\left(-2e^{2x}+8x+2+2e^{2x}-4\right)$$

ومنه

$$f''(x)=(8x-2)e^{-2x}$$

لدينا $f''(x)=0$ تكافئ $x=\frac{1}{4}$ ومنه اشارة $f''(x)$ تكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

بما أن f'' انعدمت من أجل $x=\frac{1}{4}$ وغيرت اشارتها فإن

النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ أي $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)$

نقطة انعطاف لـ (C_f) لأن:

$$f\left(\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{4}-1=2e^{-\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}$$

3) أ) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ 0,25

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+\frac{3}{2}\right)e^{-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x}{e^{2x}}+\frac{3}{2e^{2x}}=0$

ومنه (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

0,5

دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ):

لدينا $f(x)-(x-1)=0$ تكافئ $2x+\frac{3}{2}=0$ لأن $e^{-2x}\neq 0$

ومنه $2x=-\frac{3}{2}$ أي $x=-\frac{3}{4}$

وعليه الوضع النسبي يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضع النسبي	(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)

ت) تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب تعيين معادلته

$0{,}5$ لدينا $f'(x)=1$ أي $g(x)=e^{2x}$ أي $-4x-1=0$ ومنه

$x=-\frac{1}{4}$ ومنه (C_f) يقبل مماسا (T) موازي لـ (Δ) معادلته هي:

$$y=x+\frac{1}{4}+f\left(-\frac{1}{4}\right)$$

لدينا $f\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)e^{\frac{1}{2}}-\frac{5}{4}=\sqrt{e}-\frac{5}{4}$

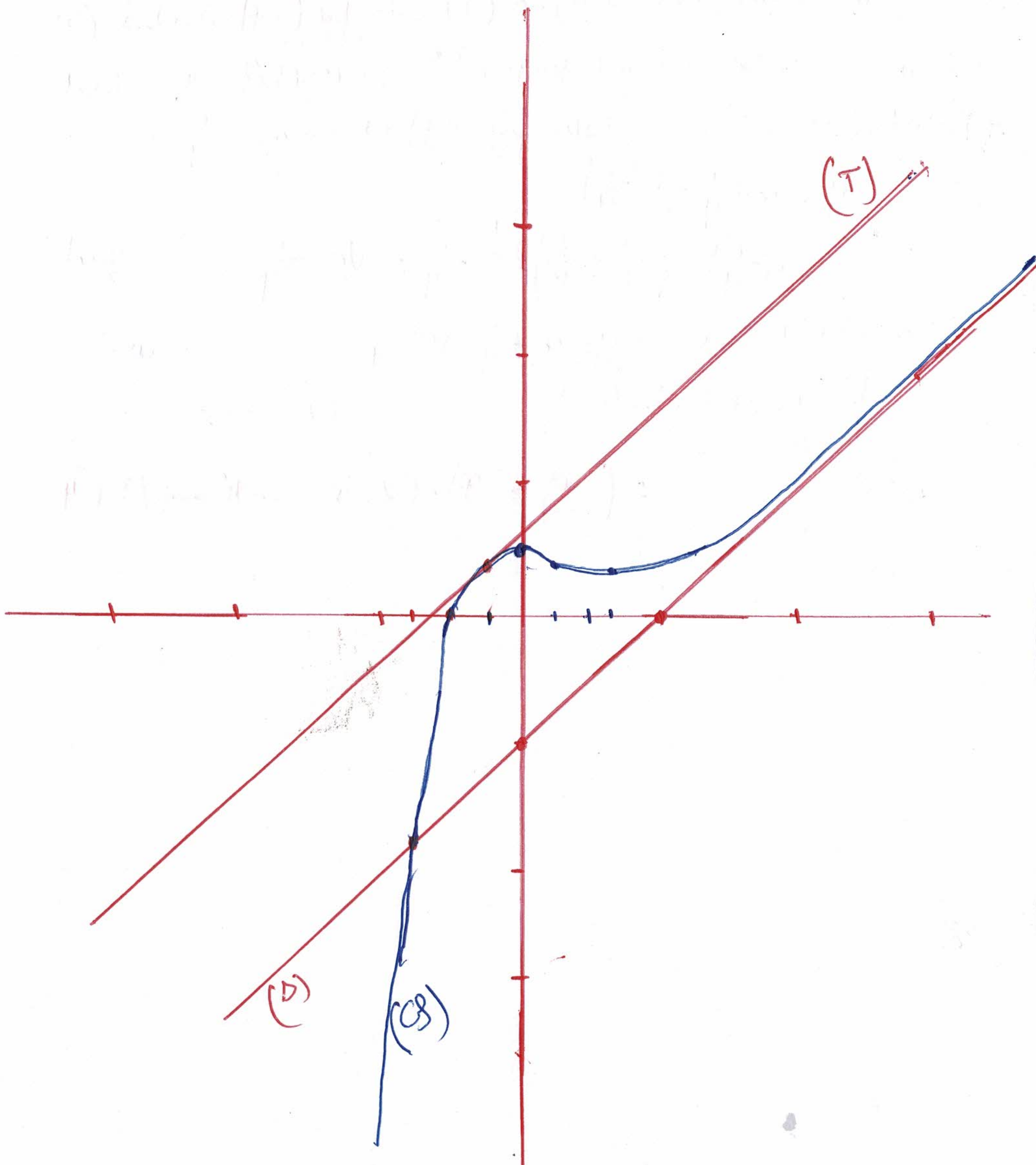
ومنه $y=x+\frac{1}{4}+\sqrt{e}-\frac{5}{4}$ ومنه معادلة (T)

$$\boxed{y=x+\sqrt{e}-1}$$

هـ.ذ

$0{,}75$

4) أ / رسم كلا من (Δ) . (T) و (C_f) :



ت) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين في الإشارة :

0,28

لدينا من أجل $m \in]-1; \frac{1}{2}[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

الوثيقة المرفقة

الاسم:	اللقب: