ثانوية مليكة قايد 2024++2023	اختبار الفصل الثاني في الرياضيات	السنة الثالثة علوم تجريبية المدة : 02 ساعة

التمرين الأول (3 ن):

f **الدالة العددية المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ:** $f(x)=2e^{\frac{1}{2}x+1}-x-2$

و (C_f) **تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن المستقيم (Δ) **ذو المعادلة** $y=-x-2$ **مقارب لـ** (C_f) **عند** $-\infty$

2) ادرس إشارة $f(x)-(-x-2)$ **على** $\mathbb{R}$ **و فسر النتيجة**

3) احسب المساحة $A(\alpha)$ **للحيز المستوي المحدد بالمنحني** (C_f) **الممثل للدالة و المستقيمات التي معادلاتها:**

$y=-x-2$ ، $x=-2$ **و** $x=\alpha$ **حيث** $\alpha<-2$

4) أحسب $\lim\limits_{\alpha\to-\infty} A(\alpha)$

التمرين الثاني (6 ن):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1) الحد العاد للمتتالية العددية (u_n) **المعرفة بـ :** $u_0=3$ **و من أجل كل عدد طبيعي** n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$ **هو :**

$$u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$$

2) X **متغير عشوائي قانون احتماله معرف بالجدول التالي**

x_i	-2	β	2	5
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	α	$\frac{7}{15}$

قيمتا كل من α **و** β **حتى يكون** $E(193X+1444)=2023$ **هما :** $\alpha=\frac{1}{3}$ **و** $\beta=5$

3) في $\mathbb{R}$ **الحل الخاص للمعادلة التفاضلية :** $y''=e^{-2x}$ **الذي يحقق :** $y'(0)=1$ **و** $y(0)=\frac{1}{4}$ **هو الدالة** f

حيث : $f(x)=\frac{1}{4}e^{-2x}+\frac{1}{2}x$

4) فريق عمل يتكون من 4 **نساء و** 7 **رجال . نريد تشكيل لجنة عمل تضم رئيسا و نائبا له و أمينا**

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تضم اللجنة رجلين و امرأة و يكون الرئيس رجلا يساوي 336

التمرين الثالث (4,5 ن):

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء مرقمة : 1 ، 1 ، 2 ، 2 و ثلاث كرات صفراء مرقمة : 1 ، 2 ، 3 و كرتين خضراوين مرقمتين : 2 ، 2 .

1) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع . أحسب احتمال كلا من الأحداث التالية :

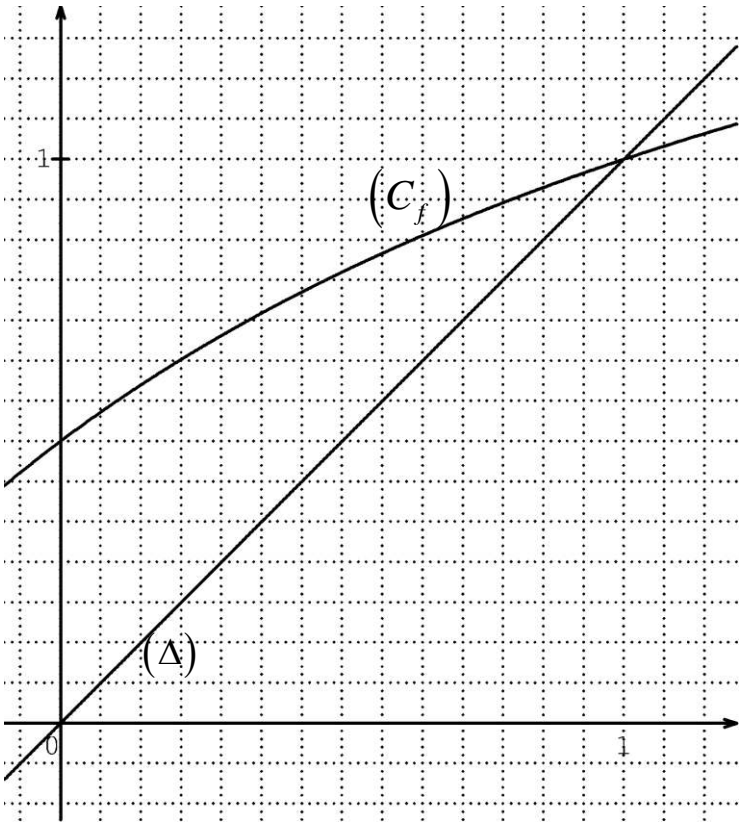
A : الحصول على الألوان الثلاثة
B : الحصول على الأكثر على لونين
C : الحصول على ثلاث كرات تحمل أعدادا مجموعها يساوي 4

2) نعيد الكرات كلها إلى الصندوق و نسحب ثلاث كرات في آن واحد

نعتبر المتغير العشوائي X **الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات أكبر الأرقام المحصل عليها**

أ) برر أن قيم X **هي** $\{1;2;3\}$
ب) عرف قانون احتمال X **و احسب أمله الرياضياتي**

التمرين الرابع(6,5 ن) :



f **الدالة العددية المعرفة على المجال** $]0;+\infty[$ **بـ :**

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$$

و (C_f) **تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$
(Δ) **المستقيم ذو المعادلة** $y=x$ **(الشكل المقابل)**

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f **على المجال** $[0;+\infty[$

2) (u_n) **متتالية عددية معرفة بحدها الأول** $u_0=0$
و من أجل كل عدد طبيعي n **،** $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة إجابتك ثم مثل الحدود $u_3;u_2;u_1;u_0$ **على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء**

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) **و تقاربها**
ج) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n **:** $0\le u_n\le 1$
د) بين أن المتتالية (u_n) **متزايدة . ماذا تستنتج ؟**

3) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n **المتتالية** (v_n) **بالعبارة :** $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) **هندسية أساسها** 3 **، ثم أكتب عبارة** v_n **بدلالة** n
ب) استنتج عبارة u_n **بدلالة** n **، ثم احسب** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
ج) احسب بدلالة n **المجموع** S_n **حيث :** $S_n=\dfrac{1}{1-u_0}+\dfrac{1}{1-u_1}+.....+\dfrac{1}{1-u_n}$

$V_n = b q^n = \frac{1}{2} \times 3^n = 3^n$

$U_n = \frac{V_n - 1}{V_n + 1}$ ومنه $V_n = \frac{1+U_n}{1-U_n}$ (ب

$U_n = \frac{3^n - 1}{3^n + 1}$

$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{3^n\left[1 - \frac{1}{3^n}\right]}{3^n\left[1 + \frac{1}{3^n}\right]}$ ($\frac{1}{3^n} \to 0$)

$= 1$

$S_n = \frac{1}{1-U_1} + \frac{1}{1-U_2} + \dots + \frac{1}{1-U_n}$ (ج

$V_n = \frac{1+U_n}{1-U_n} = -1 + \frac{2}{1-U_n}$

$V_n + 1 = \frac{2}{1-U_n}$

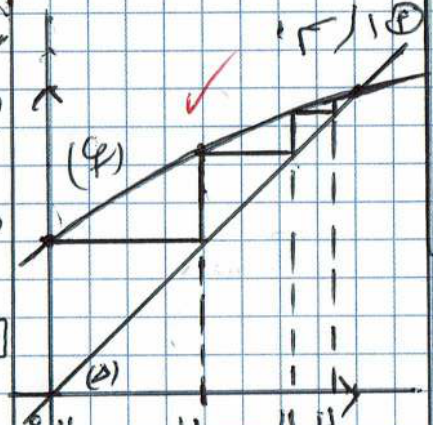
$\frac{1}{1-U_n} = \frac{1}{2}(V_n + 1)$

$S_n = \frac{1}{2}(V_0+1) + \frac{1}{2}(V_1+1) + \dots + \frac{1}{2}(V_n+1)$

$= \frac{1}{2}\left[(V_0 + V_1 + \dots + V_n) + (1+1+\dots+1)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[1\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right) + n + 1\right]$

$S_n = \frac{3^{n+1} + 2n + 1}{4}$



1) تمثيل U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل (ب

2) البرهان بالتراجع أن $0 \le U_n \le 1$: N من أجل كل عدد طبيعي (ج

من أجل $n=0$ $P(0)$ $0 \le U_0 = 0 \le 1$ صحيحة

نفرض أن $P(n)$ $0 \le U_n \le 1$ صحيحة

ونبرهن أن $P(n+1)$ $0 \le U_{n+1} \le 1$ صحيحة

f دالة متزايدة على $[0;+\infty[$ لأن $f'(x) > 0$ على $[0;+\infty[$

$0 \le U_n \le 1$ و $f(0) \le f(U_n) \le f(1)$ و $0 \le \frac{1}{2} \le U_{n+1} \le 1$

$0 \le U_n \le 1$: N من n أجل كل

3) دراسة اتجاه تغير (U_n) (ج

$U_{n+1} - U_n = \frac{(1-U_n)(1+U_n)}{U_n + 2}$

$0 \le 1 - U_n \le 1$ لأن $0 \le U_n \le 1$

$1 \le 1 + U_n \le 2$

$2 \le U_n + 2 \le 3$

$U_{n+1} - U_n \ge 0$ و (U_n) متزايدة

4) (U_n) متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 1 (ج

$V_n = \frac{1+U_n}{1-U_n}$ (3

$V_{n+1} = \frac{1+U_{n+1}}{1-U_{n+1}} = \frac{3(1+U_n)}{1-U_n} = 3V_n$ N من n أجل كل

$V_0 = 1$, $q = 3$ حيث (V_n) هندسية

$P(C) = \frac{A_5^1 \times A_3^2 \times 3}{504} = \frac{5}{28}$ 1+1+2=4

$C_9^3 = 84$ عدد التأليفات الممكنة

X يمكن أن يأخذ القيم 1 أو 2 أو 3 (ب

$X=1 \leftarrow 1,1,1$

$X=2 \leftarrow 2,1,1$ أو $2,2,1$ أو $2,1,2$

$X=3 \leftarrow$ (1) و (2) و (3)

X يمكن أن يأخذ القيم 1 أو 2 أو 3

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$1/84$	$55/84$	$7/21$

$P(X=1) = \frac{C_3^3}{84} = \frac{1}{84}$

$P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_3^1 + C_5^2 \times C_3^2}{84} = \frac{55}{84}$

$P(X=3) = \frac{C_1^1 \times C_8^2}{84} = \frac{28}{84} = \frac{7}{21}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{3} p_i x_i = \frac{195}{84}$

التمرين 4 (6 نقاط) — 0,5+ ✓

$D_f = [0;+\infty[$ $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ (1

f دالة متزايدة على $[0;+\infty[$ لأن $f'(x) > 0$ على $[0;+\infty[$

$U_0 = 0$ $U_{n+1} = f(U_n)$ (2

$U_{n+1} = \frac{2U_n + 1}{U_n + 2}$

$B = 4$ أي $193\beta = 772$ ومنه $\beta = 4$ (3

$y' = -\frac{1}{2}e^{-2x} + C_1$ ومنه $y'' = e^{-2x}$

$C_1 = \frac{3}{2}$ ومنه $y'(0) = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{3}{2}x + C_2$ ومنه $y(0) = \frac{1}{4}$

$f(x) = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{3}{2}x$ من أجل $C_2 = 0$

(حساب احتمالات)

(4 نقاط) يمكن أن تكون الكرات المسحوبة كلها من نفس الجنس أو كلها من جنسين مختلفين

$2 \times A_7^2 \times A_4^1 = 336$

التمرين 3 (4 نقاط) — 0,5+ ✓

$2,2,1,1 \leftarrow$ أرقام 4

$3,2,1 \leftarrow$ أرقام 3

$2,2 \leftarrow$ أرقام 2

(1 عدد التباديل الممكنة لكرات الصندوق: $A_9^3 = 504$

(2 الحوادث: A: "الحصول على كرة واحدة على الأقل من الصندوق الثاني"

$P(A) = \frac{4 \times A_3^1 \times A_2^1 \times 6}{504} = \frac{2}{7}$

B: "الحصول على كرتين من الصندوق الأول"

$\overline{B}$: "الحصول على كرتين على الأقل من الصندوق الثاني"

$\overline{B} = A$

$P(B) = 1 - P(A) = \frac{5}{7}$

4 كرات من الصندوق الثالث = c

التمرين 1 (3 نقاط) — 0,5+ ✓

(1 (ج

$f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x+1} - x - 2$

$D_f =]-\infty;+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) - (-x-2) = 0$ ✓ (1

✓ $y = -x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ (Δ)

$f(x) - (-x-2) = 2e^{\frac{1}{2}x+1}$ (2

$2e^{\frac{1}{2}x+1} > 0$

(C_f) فوق (Δ) على $\mathbb{R}$

$A(\alpha) = \int_{\alpha}^{-2} f(x) - (-x-2)\,dx$ (3

$= \int_{\alpha}^{-2} 2e^{\frac{1}{2}x+1}\,dx$

$= 4\left[e^{\frac{1}{2}x+1}\right]_{\alpha}^{-2} = 4 - 4e^{\frac{1}{2}\alpha+1}$ ua

$\lim_{\alpha\to-\infty} A(\alpha) = 4$ (4

التمرين 2 (4 نقاط) — 0,5+1 ×4 ✓

(1 N من أجل كل عدد طبيعي n

$U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 6 - \left(-3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 3\right)$

$= 3$

(2 $U_0 = 4$

$\alpha = \frac{1}{3}$ من أجل $\frac{2}{15} + \frac{1}{15} + q + \frac{7}{15} = 1$

ومنه $E(X) = \frac{\beta + 4q}{15}$

حيث $E(193X + 1444) = 2023$

$193E(X) + 1444 = 2023$