



مارس 2020

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية

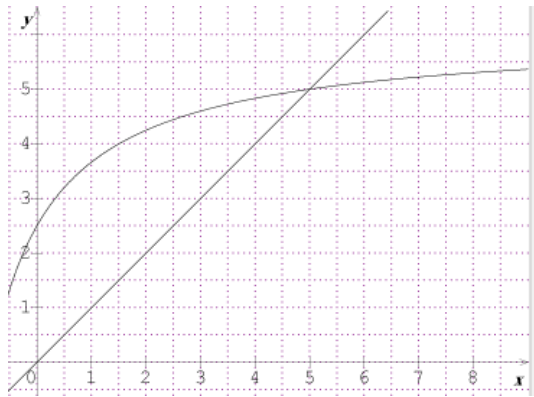
اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات المدة: 30 سا و30 د

### التمرين الأول

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

الدالة المعرفة على  $[0, +\infty[$  بـ  $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$

$C_f$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  و  $\Delta$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$



I. 1. بين أن  $f$  متزايدة تماما على  $[0, +\infty[$

II.  $(U_n)$  المتتالية المعرفة بعدها الأول  $U_0 = 1$ ، ومن أجل كل

$$U_{n+1} = f(U_n) : n \text{ عدد طبيعي}$$

1. (أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود:  $U_3, U_2, U_1, U_0$

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير  $(U_n)$  وتقاربها

2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $1 \leq U_n \leq 5$

3. أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  هل هي متقاربة؟ جد نهايتها  $l$

III. 1. بين أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $5 - U_{n+1} \leq \frac{1}{3}(5 - U_n)$

2. استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $5 - U_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n \times 4$

3. استنتج من جديد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

IV. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $V_n = \frac{U_n - 5}{U_n + 1}$

1. بين أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2. عبر بدلالة  $n$  عن  $V_n$  ثم  $U_n$

3. استنتج مرة أخرى  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

4. نضع:  $S_n = \frac{1}{U_0+1} + \frac{1}{U_1+1} + \dots + \frac{1}{U_n+1}$

5. بين أن  $\frac{1}{U_{n+1}} = \frac{V_n - 1}{-6}$

6. استنتج  $S_n$  بدلالة  $n$

## التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأرقام التالية 0،0،1،1،2،2 و 5 كرات خضراء تحمل الأرقام 0،1،1،2،2 وكرة حمراء تحمل الرقم 2. نفرض أن كل الكريات متماثلة.

I. نسحب عشوائياً بدفعة بواحدة 3 كريات ولتكن الحوادث.

A "نسحب الألوان الوطنية"

B "سحب على الأقل كرية بيضاء"

C "سحب 3 كريات من نفس اللون"

• أحسب عدد الحالات الممكنة.

• أحسب  $P(A)$   $P(C)$  ;  $P(B)$ ;

II. نسحب الآن كرتين على التوالي دون إرجاع.

1. أكمل شجرة الاحتمالات

حيث:

• B: بيضاء

• V: خضراء

• R: حمراء.

2. ما احتمال سحب كرتين من نفس اللون؟

3. احسب احتمال سحب الحادثة D سحب كرتين جداء رقميهما غير معدوم

4. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين جداء رقميهما

أ. ماهي قيم X

ب. عين قانون احتمال المتغير العشوائي

## التمرين الثالث:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0; \vec{u}; \vec{v})$

نعتبر النقط A; B; C ذات اللواحق  $z_A = 2i$  ;  $z_B = \sqrt{3} - i$  ;  $z_C = -\sqrt{3} - i$

1. أكتب كل من  $z_C$ ;  $z_B$ ;  $z_A$  على الشكل الأسّي

2. أستنتج مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

3. نضع:  $Z = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$

أ. أكتب Z على الشكل الجبري ثم على الشكل الاسي

ب. أحسب طولية  $Z$  وعمدة له. ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

4. نسمي  $I$  منتصف  $[BC]$  عين  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  نظيرة  $A$  بالنسبة إلى  $I$

حدد بدقة طبيعة الرباعي  $ABDC$

5. عين  $(r)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$

$$\text{حيث } |z - z_B| = |z + \bar{z}_B|$$

6. عين  $(r')$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$

حيث:

$$\text{أ. } \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = 4\sqrt{3} \quad (\text{تحقق أن } B \in (r'))$$

$$\text{ب. } \text{Arg}(\bar{z} + 2i) = \frac{\pi}{2}$$

بالتوفيق

## التصحيح النموذجي

|     | العلامة  | الحل  | رقم التمرين |
|-----|--|---|-------------|
| 08  | 0.5  | <b>I.</b> 1. $f$ متزايدة تماما  | التمرين 1   |
|     | 0.5  | <b>II.</b> 1. أنقل الشكل مع تمثيل الحدود  |             |
|     | 0.5  | ب) $(U_n)$ متزايدة وتتقارب نحو العدد 5  |             |
|     | 0.5  | 2. $1 \leq U_n \leq 5$  |             |
|     | 01   | 3. $(U_n)$ متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي مقاربة   |             |
|     | 0.5  | $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 5$  |             |
|     | 0.5  | <b>III.</b> 1. $5 - U_{n+1} \leq \frac{1}{3}(5 - U_n)$  |             |
|     | 0.5  | 2. $0 \leq 5 - U_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n \times 4$  |             |
|     | 0.5  | 3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 5$   |             |
|     | 0.5  | <b>IV.</b> 1. $(V_n)$ هندسية $q = \frac{1}{7}$ ; $V_0 = -2$   |             |
|     | 01   | 2. $U_n = \frac{-5 + 2\left(\frac{1}{7}\right)^n}{-2\left(\frac{1}{7}\right)^n - 1}$ ; $V_n = (-2)\left(\frac{1}{7}\right)^n$ |             |
|     | 0.5  | 3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 5$   |             |
| 0.5 | <b>V.</b> 1. $\frac{1}{U_{n+1}} = \frac{V_n - 1}{-6}$                                      |   |             |
| 0.5 | 2. حساب $S_n = \frac{7}{18} \left[ 1 - \left(\frac{1}{7}\right)^{n+1} \right] - (n+1) S_n$ |   |             |
|     |  | عدد الحالات الممكنة $C_{12}^3 = 220$  |             |
|     |  | $P(A) = \frac{6 \times 5 \times 1}{C_{12}^3} = \frac{30}{220}$  |             |

$$P(B) = 1 - \frac{C_6^3}{220} = \frac{200}{220} = \frac{10}{11}$$

$$P(C) = \frac{C_6^3 + C_5^3}{220} = \frac{30}{220} = \frac{3}{22}$$

01 1. إكمال الشجرة

$$P[(B \cap B) \cup (V \cap V)] = P(B \cap B) + P(V \cap V) \quad .2$$

01

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{11}\right) + \left(\frac{5}{12} \times \frac{4}{11}\right) = \frac{25}{66}$$

01

$$P(D) = \frac{A_9^2}{A_{12}^2} = \frac{9 \times 8}{12 \times 11} = \frac{72}{132} = \frac{6}{11} \quad .3$$

0.5

$$X \in \{0,1,2,4\} \quad .4$$

07

$$P(X = 1) = \frac{A_4^2}{A_{12}^2} = \frac{4 \times 3}{132} = \frac{1}{11}$$

$$P(X = 2) = 1 - P(D) = \frac{5}{11}$$

01

$$P(X = 4) = \frac{A_5^2}{132} = \frac{20}{132} = \frac{5}{33}$$

$$P(X = 2) = \frac{A_4^1 \times A_5^1 \times 2}{132} = \frac{10}{33}$$

التمرين 2

05

| $X=x_i$      | 0               | 1              | 2               | 4              |
|--------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|
| $P[X = x_i]$ | $\frac{15}{33}$ | $\frac{3}{33}$ | $\frac{10}{33}$ | $\frac{5}{33}$ |

$$\sum P_i = 1$$

1.5

$$z_C = 2e^{i\left(\frac{7\pi}{6}\right)} ; \quad z_B = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)} ; \quad z_A = 2e^{i\frac{\pi}{2}} \quad .1$$

0.5

$$OA = OB = OC = 2 \quad .2 \quad \text{المركز } O \text{ ونصف القطر } 2$$

0.5

$$Z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}} \quad (.3 \quad \text{أ})$$

|    |     |   |           |
|----|-----|---|-----------|
| 05 | 0.5 | <p>ب) <math> Z  = 1</math> و <math>ArgZ = \frac{\pi}{3}</math></p> <p><math>ABC</math> متقايس الأضلاع</p>   | التمرين 3 |
|    | 0.5 | 4. $ABDC$ معين  |           |
|    | 0.5 | <p>5. <math> z + \bar{z}_B  =  z + \sqrt{3} + i  =  z - (-\sqrt{3} - i)  =  z - z_C </math></p> <p>(<math>r</math>) محور القطعة <math>[BC]</math></p>   |           |
|    | 0.5 | <p>6. أ. <math>MI = \sqrt{3}</math> (<math>r'</math>) الدائرة التي مركزها <math>I</math></p> <p>ونصف قطرها <math>\sqrt{3}</math> والمارة بالنقطتين <math>B</math> و <math>C</math></p> <p>ب. <math>Arg(\bar{z} + 2i) = Arg(\overline{z - 2i}) = \frac{\pi}{2}</math></p> <p><math>Arg(z - z_A) = -\frac{\pi}{2}</math></p> <p><math>(i ; \overline{AM}) = -\frac{\pi}{2}</math></p> <p>مجموعة النقطة <math>M</math> هي نصف المستقيم <math>[AI]</math> ماعدا النقطة <math>A</math></p> |           |