

**التمرين الأول: (5 ن)**

1. أدرس حسب قيم  $n$  الطبيعية بواقي قسمة العدد  $3^n$  على 10
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $2013^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$
3. عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  حيث :  $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$  و  $10 < n \leq 25$
4. ليكن العدد  $A$  مكتوب  $\overline{xx02102}$  في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب  $\overline{y67y}$  في النظام ذي الأساس 9

(أ) عيّن  $x$  و  $y$ (ب) أكتب  $A$  في النظام العشري(ج) أكتب  $A$  في النظام ذي الأساس 7**التمرين الثاني: (5 ن)**الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .نعتبر المجموعة  $(S)$  للنقط  $M(x, y, z)$  حيث:  $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$ .1. بيّن أنّ  $(S)$  سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.2. نعتبر المستوي  $(Q)$  المعرف بالمعادلة:  $2x - 2y + z - 2 = 0$ .(أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي  $(Q)$  و سطح كرة  $(S)$ .(B) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي  $(Q)$  و السطح الكروي  $(S)$  هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.3. نعتبر المستوي  $(P_m)$  المعرف بالمعادلة:  $2m x + (1-2m) y + m z + 1 - 2m = 0$  حيث  $m$  عدد حقيقي.(أ) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم الذي يشمل النقطة  $A(0, -1, 0)$  وشعاع توجيهه  $\vec{u}(1, 0, -2)$ .بيّن المستقيم  $(\Delta)$  محتوي في المستوي  $(P_m)$ .(B) حدّد قيمة العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها يكون المستوي  $(P_m)$  مماسًا للسطح كرة  $(S)$ .(A) حدّد قيمة العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها يكون المستوي  $(P_m)$  عمودي على المستوي $(Q)$ .

## التمرين الثالث: (10ن)

I الدالة المعرّفة على  $]-1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = -x + 2 + 2\ln(x+1)$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2. بين أن المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  لا يقبل مقاربا مائلا عند  $+\infty$ .

3. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4. أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل  $(\Delta)$  مماسا معامل توجيهه 1، يطلب كتابة معادلة له.

5.  $(\Delta_\lambda)$  مستقيم معادلته  $y = \lambda x + 2\lambda$ ،  $\lambda$  وسيط حقيقي.

- بين أنه مهما يكن  $\lambda$  من  $\mathbb{R}$  فإن  $(\Delta_\lambda)$  يشمل نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثيتها.

6. أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في النقطة  $F$  ذات الفاصلة  $\alpha$  حيث :

$5 < \alpha < 6$ .

ب) هل  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل على المجال  $]-1; 1[$ ؟

7. أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

II نعتبر الدالة  $g$  المعرّفة على  $]-1; 1[$  كما يلي :  $g(x) = |x| + 2 + 2\ln(1-|x|)$

1. أثبت أن الدالة  $g$  زوجية.

ب) بين أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل مماسين متعامدين يطلب تعيين معادلتيهما.

2. أنشئ المنحنى  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  باستعمال المنحنى  $(C_f)$ .

أساتذة المادة : مالجي // سي محمد

# بالتوفيق في بكالوريا 2016

(ب) التقاطع هو الدائرة (C) التي نصف قطرها

$$H\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right) \text{ و } r = \sqrt{R^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

حيث H المسقط العمودي لـ: w على (Q).

01.....

$$3. \text{ لدينا: الجملة } \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases} \text{ مع } t \in \square \text{ (I)}$$

هي تمثيل وسيطي (□).

أ- بما أن معادلة (P<sub>m</sub>) محققة من أجل الجملة (I)

فإن (□) ⊂ (P<sub>m</sub>). 01.....

ب- (P<sub>m</sub>) مماس لـ: (S) يكافئ d(w; P<sub>m</sub>) = 3

أي من أجل m = 0. 01.....

$$\text{ج- لدينا: } \vec{n}_P \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ و } \vec{n}_{P_m} \begin{pmatrix} 2m \\ 1-2m \\ m \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_{P_m} = 0 \text{ يكافئ } (P) \perp (P_m)$$

و عليه نجد: m = 2/9. 0.5.....

### حل التمرين الثالث: (10 نقاط)

(I) f الدالة المعرفة بـ: f(x) = -x + 2 + 2ln(x + 1)

1. تعيين النهايات عند حدود مجموعة التعريف:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty \text{ (مع الطريقة)}$$

0.5.....

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ (مع الطريقة)}$$

0.5.....

2. تبيان أن المنحني (C<sub>f</sub>) لا يقبل مقاربا مائلا عند

+∞

$$\text{لدينا: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (-x) = +\infty$$

إذن عند +∞ لا يقبل (C<sub>f</sub>) مقاربا مائلا وإنما يقبل

فرعا من قطع مكافئ بإتجاه المستقيم ذو المعادلة

$$y = -x \text{ 0.5.....}$$

3. دراسة إتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول

التغيرات:

الدالة f تقبل الإشتقاق على مجموعة تعريفها ويكون

### حل التمرين الأول: (05 نقاط)

1. دراسة بواقي قسمة العدد 3<sup>n</sup> على 10

01.....

n =	4k	4k + 1	4k + 2	4k + 3
3 <sup>n</sup> ≡ [10]	1	3	9	7

2. إثبات أن

$$2013^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$$

$$2013^{16n} \equiv 1 [10] \text{ معناه } 2013 \equiv 3 [10]$$

$$2013^{16n+2} \equiv 2013^{16n} \times 2013^2 [10]$$

$$\equiv 3^2 [10] \equiv 9 [10]$$

$$109 \equiv 3^2 [10]$$

و لدينا:

$$109^{8n+1} \equiv 3^{16n+2} [10] \equiv 9 [10]$$

$$2013^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 9 - 18 - 11 [10]$$

$$\equiv 0 [10] \text{ ..... 01}$$

3. تعيين الأعداد الطبيعية n حيث:

$$7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10] / 10 < n \leq 25$$

n =	4k	4k + 1	4k + 2	4k + 3
الباقي هو	0	2	8	6

$$k \in \{3; 4; 5; 6\} \text{ ومنه } n = 4k / 10 < 4k \leq 25$$

معناه

$$01 \text{ ..... } n \in \{12; 16; 20; 24\}$$

4. أ. باختصار: (x; y) = (2; 2) 01.....

$$\text{ب. } A = 2009 \text{ 0.5.....}$$

ج. كتابة A في النظام ذي الأساس 7.

$$2009 = 5 \times 7^3 + 6 \times 7^2$$

و منه A يكتب 5600 في النظام ذي الأساس 7

0.5.....

### حل التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. لدينا: x<sup>2</sup> + (y - 2) + z<sup>2</sup> = 3<sup>2</sup> 0.5.....

ومنه (S) سطح كرة مركزها (0; 2; 0) ونصف قطرها

$$R = 3 \text{ 0.5.....}$$

2. أ) لدينا: d(w; P) = 2

بما أن R > 2 فإن (S) و (Q) متقاطعان

0.5.....

$$f'(x) = \frac{-x+1}{x+1}$$

إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $(-x+1)$

01.....

جدول إشارة  $f'(x)$  :

$x$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

إذن لما  $x \in ]-1; 1]$   $f$  متزايدة ،

ولما  $x \in ]-1; 1]$   $f$  متناقصة. ....0.25

● جدول التغيرات: .....0.75

$x$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$1 + \ln 4$	$-\infty$

4. إثبات أن  $(C_f)$  يقبل مماسا معامل توجيهه 1 :

أي:  $f'(x_0) = 1$  تكافئ:  $\frac{-x_0 + 1}{x_0 + 1} = 1$  ،  $x_0 \in D$

ومنه:  $x_0 = 0$  ، ومعادلة المماس هي:  $y = x + 2$

.....01

5. إثبات أن المستقيمتان  $(\Delta)$  تشتركان في نقطة

واحدة:

لدينا:  $\lambda(x+2) - y = 0$  فيكون:  $(x+2=0)$  و  $(y=0)$

ومنه  $(x=-2)$  و  $(y=0)$

إذن كل المستقيمتان تشتركان في النقطة  $B(-2; 0)$

.....01

6. أ) تبيان أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في النقطة

$F$ .

● الدالة  $f$  مستمرة و متناقصة تماما و

$$f(5) \times f(6) < 0$$

إذن (ح م ق م) فإن:  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$

$$\alpha \in ]5; 6[$$

أي أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في النقطة  $F(\alpha; 0)$

.....0.5

ب) هل  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل على المجال

$]-1; 1]$  ؟

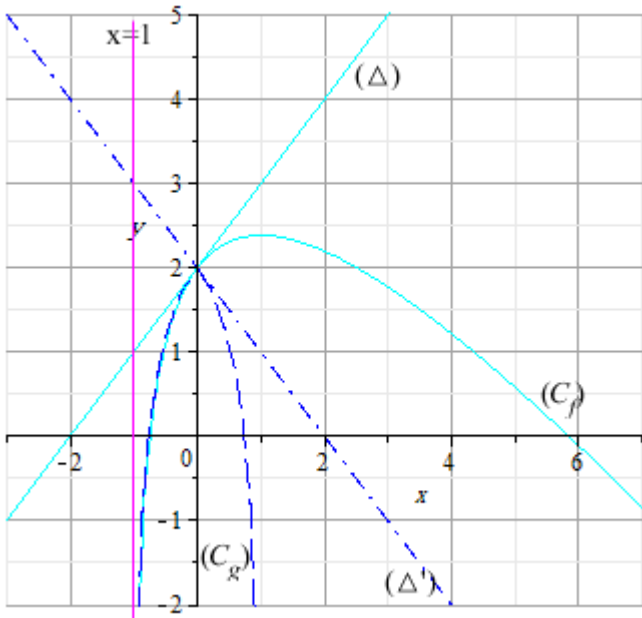
● الدالة  $f$  مستمرة و متزايدة تماما

● ولدينا:  $f(1) \square 2,38$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$  أي أن:

$$\left[ \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \right] \times f(1) < 0$$

إذن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة

.....0.5  $K(\beta; 0)$



(II) الدالة المعرّفة بـ:

$$g(x) = |x| + 2 + 2\ln(1 - |x|)$$

1. إثبات أن الدالة  $g$  زوجية على  $]-1; 1[$  :  $D_g = ]-1; 1[$

- مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للمركز ذو

الفصلة:  $x = 0$

-  $g(-x) = g(x)$  ، إذن الدالة  $g$  زوجية. ....0.5

2. تبيان أن  $(C_g)$  يقبل مماسين متعامدين :

على المجال  $(C_g) ]-1; 0[$  يقبل مماسا  $(\Delta)$  معادلته

$$y = x + 2$$

لكن الدالة زوجية على المجال  $]-1; 1[$  إذن الدالة  $g$

تقبل مماسا

$(\Delta')$  على المجال  $]0; 1[$  معادلته  $y = -x + 2$  حيث:

$$a_{(\Delta)} = 1$$

و  $a_{(\Delta')} = -1$  و  $aa' + 1 = 0$  ، إذن:  $(\Delta) \perp (\Delta')$  .....01

3. رسم المنحني  $(C_g)$  : لدينا: الدالة عبارة  $g(x)$  هي:

$$\begin{cases} g(x) = -x + 2 + 2\ln(x + 1) & x \in ]-1; 0[ \\ g(x) = x + 2 + 2\ln(-x + 1) & x \in ]0; 1[ \end{cases}$$

ومنه على المجال  $]-1; 0[$  :  $(C_g)$  ينطبق على  $(C_f)$  ، ثم

نناظر

الرسم على المجال  $]0; 1[$  لأن الدالة  $g$  زوجية.

.....01

# بالتوفيق في بكالوريا 2016

7. إنشاء  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ : .....01  
 $f(x) = 1 + \ln(2) \cdot x$  نقطة حدية كبرى  
 $(1; 1 + \ln(2))$