الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الأول — يوم: 29 نوفمبر 2021

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

## التمرين الأول: 03 نقاط

✓ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. المعادلة ذات المجهول $x$ حيث $2(\ln x)^2-\ln(x)-1=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ هما: 1 و $e$. 1

2. $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $f(x)=(x-1)\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right)-\ln(|x|)$. 1

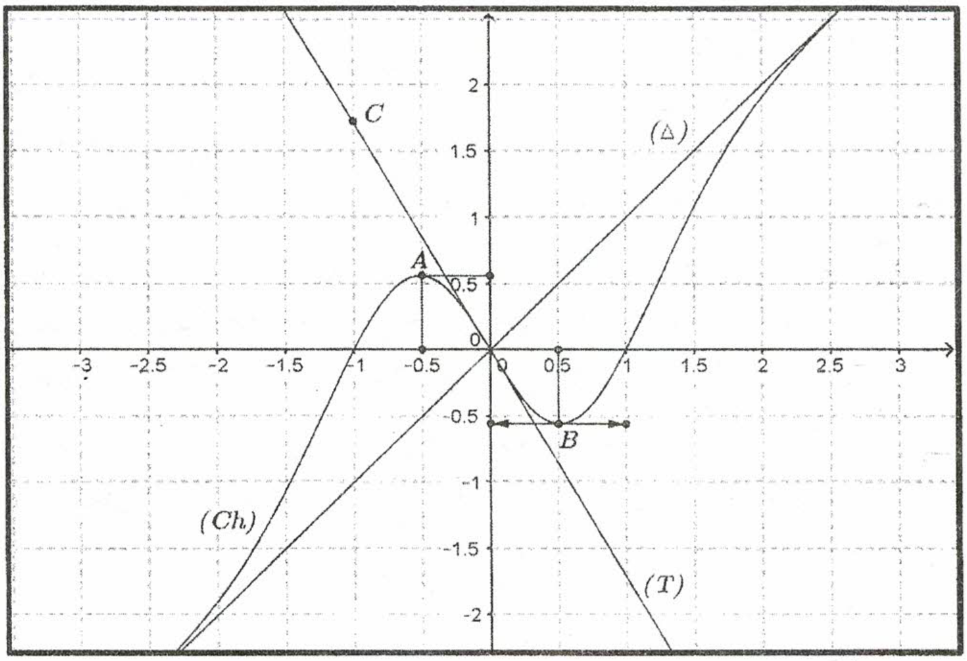
➢ من أجل $x\in\mathbb{R}-\{0;1\}$ لدينا: $f(1-x)=f(x)$.

3. نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي $x$: $(2e^x-2e)(e^{1-x}-1)>0$. 1

➢ مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي: $]1;e[$.

## التمرين الثاني: 07 نقاط

✓ في الشكل المقابل $(C_h)$ التمثيل البياني للدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ و $A$، $B$، $C$ ثلاث نقط حيث $A\left(-\frac{1}{2};0,56\right)$، $B\left(\frac{1}{2};-0,56\right)$، $C(-1;e-1)$ و $(\Delta)$، $(T)$ مستقيمان حيث $(\Delta)$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_h)$ عند $+\infty$ و $-\infty$ معادلة له هي $y=x$ و $(T)$ المماس لـ $(C_h)$ في النقطة $O(0;0)$ مبدأ المعلم.




I. بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة $h$. 1

2. حدد كلا من $h'\left(\frac{1}{2}\right)$ و $h'(0)$ ثم أكتب معادلة للمماس $(T)$. 1

3. حدد شفعية الدالة $h$ مع التبرير. 0,8

4. استنتج الوضع النسبي لـ $(C_h)$ و المماس $(T)$ ثم فسر النتيجة هندسيا. 0,75

5. حدد حسب قيم $x$ إشارة كلا من $h(x)$ و $h(x)-x$. 0,75

6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة $h(x)=mx$. 0,75

II. نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-h(|x|)$ و ليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة $g$ زوجية ثم فسر النتيجة هندسيا. 0,5

2. أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم حدد طريقة لرسم $(C_g)$ انطلاقا من $(C_h)$. 1

3. أعد رسم $(C_h)$ ثم أرسم $(C_g)$. 0,5

**التمرين الثالث: 10 نقاط**

**الجزء الأول:** $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(1-x)e^{1-x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة $g$. 1,75

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,42<\alpha<0,44$. 0,75

ب) استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$. 0,25

**الجزء الثاني:** $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x-xe^{1-x}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. 0,5

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$. 0,25 0,5

ب) بين أن $f(\alpha)=\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. 0,75

ج) عين دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا. 0,5

3. أ) بين أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها. 0,5

ب) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$. 0,75

4. أ) بين أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له. 0,75

ب) عين احداثيات نقط تقاطع $(C_f)$ مع حاملي محوري الاحداثيات. 0,75

5. أ) أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(T)$ ثم أرسم $(C_f)$ نأخذ $f(\alpha)=-0,33$. 0,75

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين. 0,25

6. أدرس اتجاه تغير الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-x)$ دون تعيين عبارتها. 1

التصحيح لنموذج اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة ثانوي — الأقسام: ج ع ت + 3 ج

الحاسبة:

حل التمرين الأول:

الحاسبة بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1) خطأ: 0,25

التبرير: 0,75

لدينا المعادلة $2(\ln(x))^2-\ln x-1=0$ ① تكافئ

$\begin{cases} 2t^2-t-1=0 & ② \\ t=\ln x \end{cases}$ لما أن $\Delta=9$ فإن المعادلة ② تقبل

حلين هما: $\begin{cases} t_1=-\frac{1}{2} \\ t_2=1 \end{cases}$ ومنه من أجل $t=-\frac{1}{2}$ فإن $\ln x=-\frac{1}{2}$ أي $x=e^{-\frac{1}{2}}$

ومن أجل $t=1$ فإن $\ln x=1$ أي $x=e$

وبالتالي المعادلة ① تقبل حلين هما: $x=e^{-\frac{1}{2}}$ و $x=e$

2) صحيح 0,25

التبرير: 0,75

لدينا

$$f(1-x)=(1-x-1)\ln\left|\frac{1-x-1}{1-x}\right|-\ln|1-x|$$

$$=-x\ln\left|\frac{-x}{1-x}\right|-\ln|1-x|$$

$$=-x\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|-\ln|x-1|$$

$$=x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|-\ln\left|x\left(1-\frac{1}{x}\right)\right|$$

$$=x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|-\ln|x|-\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

$$=(x-1)\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|-\ln|x|=f(x)$$

وبالتالي من أجل $x\in\mathbb{R}-\{0;1\}$ فإن $f(1-x)=f(x)$

3) خطأ 0,25

التبرير 0,75

لدينا: $(2e^x-2e)(e^{1-x}-1)=0$ تكافئ أو $2e^x-2e=0$ معناه $x=1$

$e^{1-x}-1=0$ معناه $e^{1-x}=e^0$ أي $x=1$

وعليه إشارة العبارة $(2e^x-2e)(e^{1-x}-1)$ تكون كالتالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2e^x-2e$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $e^{1-x}-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $(2e^x-2e)(e^{1-x}-1)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | |

وبالتالي مجموعة حلول المتراجحة $(2e^x-2e)(e^{1-x}-1)>0$ في $\mathbb{R}$

هي $S=\{\phi\}$

حل التمرين الثاني:

I) الإجابة على الأسئلة قراءة بيانية:

1

1) تشكيل جدول تغيرات الدالة $h$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0,56$ | $\searrow$ | $-0,56$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

2) تحديد كل من $h'\left(\frac{1}{2}\right)$ و $h'(0)$:

0,25

- $h'\left(\frac{1}{2}\right)=0$ لأن المماس عند النقطة $B$ موازي لحامل محور الفواصل.

0,5

$$h'(0)=\frac{y_C-y_O}{x_C-x_O}=\frac{e-1}{-1}=1-e$$

0,25

كتابة معادلة للمماس $(T)$:

$y=(1-e)x$

2

0,5

3) تحديد شفعية الدالة $h$ مع التبرير

الدالة $h$ فردية لأن $(C_h)$ متناظر بالنسبة إلى مبدأ المعلم

0,5

4) استنتاج الوضع النسبي لـ $(C_h)$ و المماس $(T)$

| $x$ | $-\infty$     $0$     $+\infty$ |
|---|---|
| $h(x)-y$ | $-$   $0$   $+$ |
| الوضع النسبي | $(C_h)$ أسفل $(T)$   $(C_h)$ يقطع $(T)$   $(C_h)$ أعلى $(T)$ |

0,25

التفسير الهندسي للنتيجة:

نقول أن النقطة $O(0;0)$ نقطة انعطاف لـ $(C_h)$

5) تحديد حسب قيم $x$ إشارة كل من $h(x)$ و $h(x)-x$:

0,5

| $x$ | $-\infty$   $-1$   $0$   $1$   $+\infty$ |
|---|---|
| $h(x)$ | $-$   $0$   $+$   $0$   $-$   $0$   $+$ |

0,5

| $x$ | $-\infty$    $0$    $+\infty$ |
|---|---|
| $h(x)-x$ | $+$   $0$   $-$ |

6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة

0,25x3

$h(x)=mx$

- من أجل $m\in]-\infty,1-e[$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما.
- من أجل $m\in]1-e,1[$ فإن المعادلة تقبل ثلاث حلول حلين متمايزين مختلفين في الإشارة وحل معدوم
- من أجل $m\in[1;+\infty[$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما.

II) لدينا $g(x)=-h(|x|)$

1) تبيان أن الدالة $g$ زوجية:

0,25

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$ و $g(-x)=-h(|-x|)=-h(|x|)$
$=g(x)$

ومنه الدالة $g$ زوجية

التفسير الهندسي للنتيجة:

0,25 — $(C_g)$ متناظر بالنسبة إلى حامل محور التراتيب.

2) كتابة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

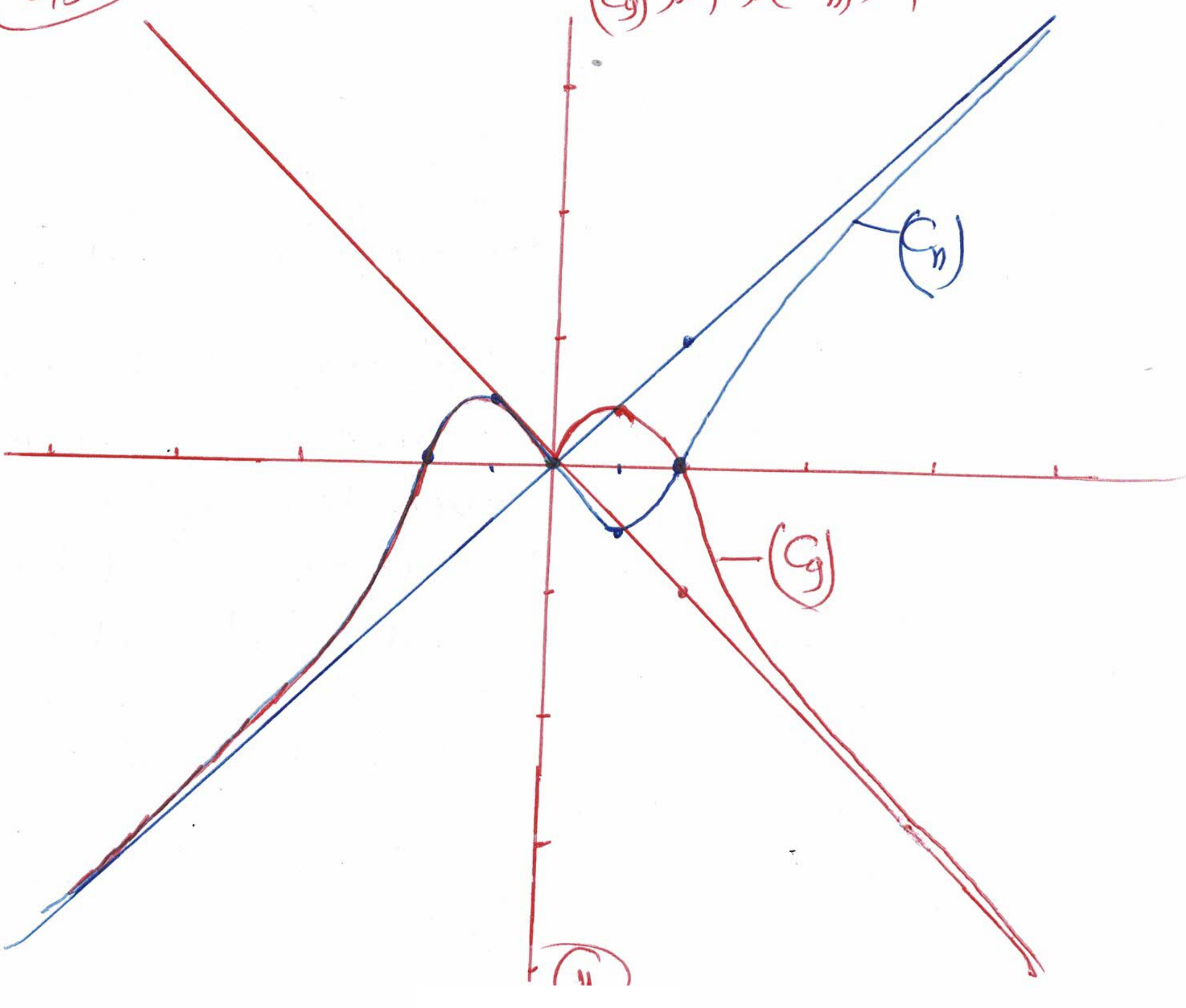
0,5 — لدينا
$$g(x)=\begin{cases} -h(x) \; ; \; x\geq 0 \\ -h(-x) \; ; \; x\leq 0 \end{cases}$$

تحديد طريقة لرسم $(C_g)$ انطلاقا من $(C_h)$:

0,5 — من أجل $x\geq 0$ فإن $g(x)=-h(x)$ ومنه $(C_g)$ نظير $(C_h)$ بالنسبة إلى حامل محور الفواصل على المجال $[0,+\infty[$

وبما أن الدالة $g$ زوجية فإن $(C_g)$ نظير جزء من $(C_g)$ المرسوم في المجال $[0,+\infty[$ بالنسبة إلى حامل محور التراتيب:

0,5 — 3) اعادة رسم $(C_h)$ ثم رسم $(C_g)$



حل التمرين الثالث:

الجزء الأول: لدينا $g(x) = 1-(1-x)e^{1-x}$

1) دراسة تغيرات الدالة $g$:

النهايات:

(0,25) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} 1-\cancel{(1-x)e^{1-x}} = -\infty$

(0,25) $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 1 - e^{1-x} + \frac{x}{e^{x}} \times e = 1$

حساب $g'(x)$:

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$:

(0,25) $g'(x) = e^{1-x} + (1-x)e^{1-x}$

$g'(x) = (2-x)e^{1-x}$

ومنه

دراسة إشارة $g'(x)$:

لدينا $g'(x)=0$ تكافئ $2-x=0$ لأن $e^{1-x} \neq 0$ ومنه $x=2$

وعليه إشارة $g'(x)$ تكون كالتالي:

(0,25)

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

(0,25) استنتاج اتجاه تغير الدالة $g$:

الدالة $g$ متزايدة على المجال $]-\infty;2]$ ومتناقصة على المجال $[2;+\infty[$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة $g$:

(0,25)

| $x$ | $-\infty$ | $\alpha$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | $0$ | $\nearrow$ | $1+e^{-1}$ | $\searrow$ | $1$ |

2) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,42<\alpha<0,44$

(0,75)

لدينا الدالة $g$ مستمرة ورتيبة على المجال $]-\infty,2]$ وبالخصوص على المجال $[0,42;0,44]$ و $g(0,42)\,g(0,44)<0$ لأن {

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$

حيث $0,42<\alpha<0,44$

ت) استنتاج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$:

0,25

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $g(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |

الجزء الثاني: لدينا $f(x) = x - xe^{1-x}$

1) حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

0,25 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x\left(1 - e^{1-x}\right) = +\infty$

0,25 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - e^{1-x}\right) = +\infty$

2) أ) إثبات أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$:

0,5 لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$:

$f'(x) = 1 - e^{1-x} + xe^{1-x}$

وبالتالي: $f'(x) = 1 - (1-x)e^{1-x} = g(x)$

تشكيل جدول تغيرات الدالة $f$:

0,25

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(\alpha)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

0,5 ب) إثبات أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \dfrac{1}{\alpha - 1}$

لدينا $f(\alpha) = \alpha - \alpha e^{1-\alpha}$ و $g(\alpha) = 0$ أي $e^{1-\alpha} = \dfrac{+1}{1-\alpha}$

أي $e^{1-\alpha} = \dfrac{-1}{\alpha - 1}$ ومنه $f(\alpha) = \alpha + \dfrac{\alpha}{\alpha - 1}$

ومنه $f(\alpha) = \alpha + \dfrac{\alpha - 1 + 1}{\alpha - 1} = \alpha + 1 + \dfrac{1}{\alpha - 1}$

وبالتالي: $f(\alpha) = \alpha + 1 + \dfrac{1}{\alpha - 1}$

0,5

اعطاء حصر لـ $f(\alpha)$:

لدينا $0,42<\alpha<0,44$ ومنه $1,42<\alpha+1<1,44$ ... ①

و $-0,58<\alpha-1<-0,56$ ومنه $-1,79<\dfrac{1}{\alpha-1}<-1,72$ ... ②

بجمع ① و ② طرف لطرف نجد: $-0,37<f(\alpha)<-0,28$

0,25

ج) أحسبنا دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

لدينا $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=g(\alpha)=0$

ومنه $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=0$

0,25

التفسير الهندسي للنتيجة:

$(C_f)$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $\alpha$.

0,5

3) أ) تبيان أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيها:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ومنه $f''(x)=g'(x)$

وعليه انطلاقا من اشارة $g'(x)$ نستنتج أن النقطة ذات الاحداثيات $(2;f(2))$ أي $(2;2-2e^{-1})$ نقطة انعطاف لـ $(C_f)$.

0,25

ب) تبيان أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ في جوار $+\infty$:

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{x}{e^x}\times e=0$

ومنه المستقيم $(\Delta)$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ في جوار $+\infty$.

0,5

دراسة الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$

لدينا $f(x)-x=0$ تكافئ $x=0$ لأن $e^{1-x}\neq0$ وعليه الوضع النسبي نلخصه في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | + | 0 | − |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ | $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ |

4) 4/ تبيان أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ$(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له: 0,75

لدينا $f'(x)=1$ تكافئ $g(x)=1$ وتكافئ $1-(1-x)e^{1-x}=1$

أي $(1-x)=0$ لأن $e^{1-x}\neq 0$ ومنه $x=1$

وعليه $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ$(\Delta)$ في النقطة ذات الفاصلة 1

حيث $y=x-1$ معادلة له

ب) تعيين احداثيات نقط تقاطع $(C_f)$ مع حاملي محوري الاحداثيات:

لدينا $f(x)=0$ تكافئ $x(1-e^{1-x})=0$ أي $x=0$ أو $1-e^{1-x}=0$

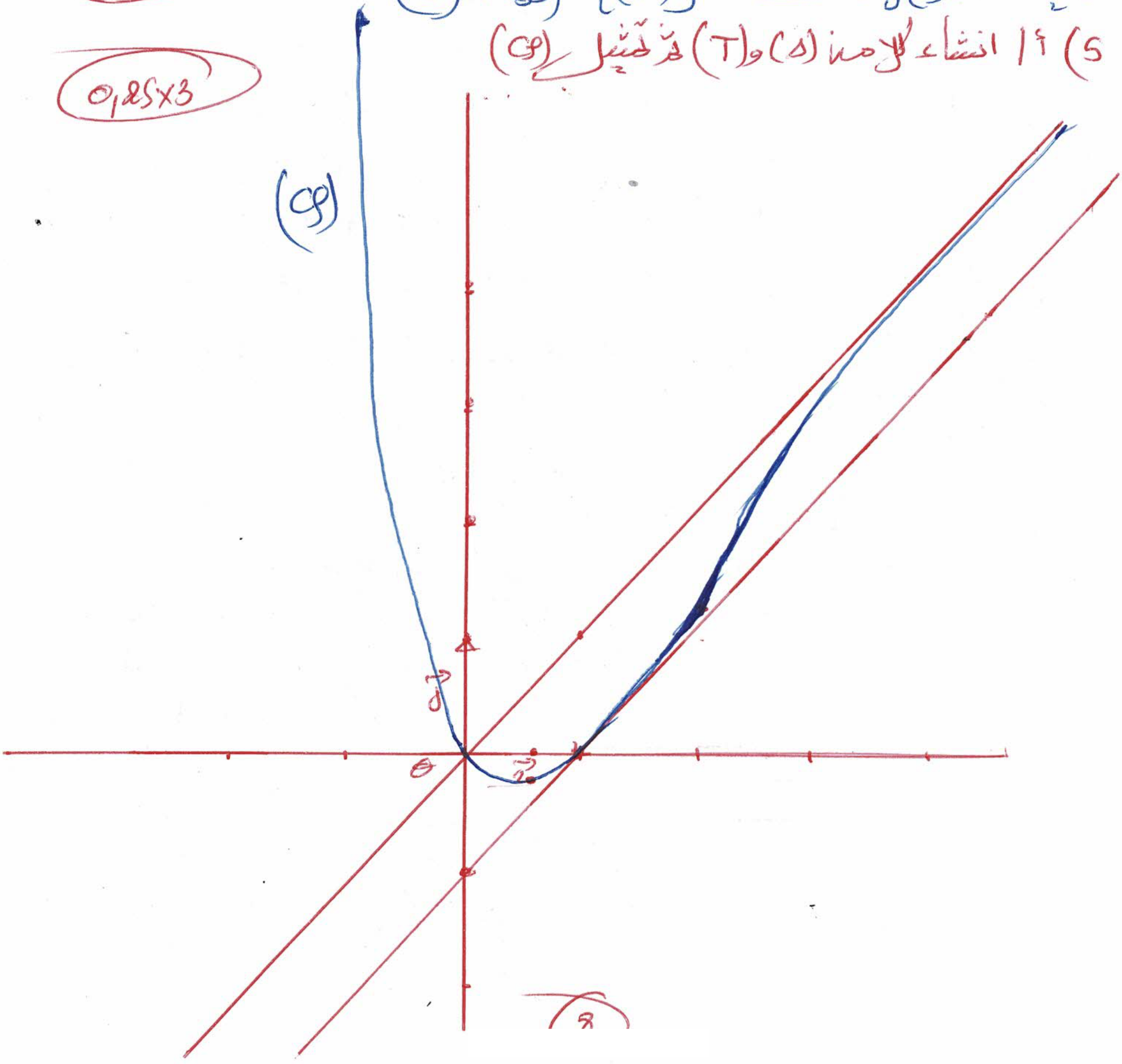
0,5 معناه $e^{1-x}=e^0$ ومنه $x=1$ وعليه

$(C_f)\cap(xx')=\{(0;0);(1;0)\}$

0,25 لدينا $f(0)=0$ ومنه $(C_f)\cap(yy')=\{(0;0)\}$

5) أ) انشاء كل من $(\Delta)$ و$(T)$ ثم تمثيل $(C_f)$

0,25×3




8

5) تعيين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلين متمايزين.

لدينا من أجل $m \in ]-1;0[$ فإن المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلين متمايزين (موجبين).

0,25

6) دراسة اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-x)$ دون تعيين عبارتها.

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$: $h'(x)=-f'(-x)$ وعليه $h'(x)=0$

0,25

تكافئ $-f'(-x)=0$ أي $g(-x)=0$ ومنه $-x=\alpha$ أي $x=-\alpha$

ولدينا $h'(x)>0$ تكافئ $f'(-x)<0$ أي $g(-x)<0$ ومنه $-x<\alpha$ أي $x>-\alpha$

وعليه إشارة $h'(x)$ تكون كالتالي:

0,5

| $x$ | $-\infty$ | $-\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |

ومنه الدالة h متناقصة على المجال $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة على المجال $[-\alpha;+\infty[$.

0,25