ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية بسكرة	الموسم الدراسي : 2020/2019
المستوى : 3 ع ت	المـــــــــدة : 3 ساعات

إختبـــــــــــار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل

1. إذا كانت $\lim_{x\to 1} f(x) = 0$ فان $\lim_{x\to+\infty} f(e^{-3x}+1)$	$+\infty$	1	0
2. تقبل المعادلة $2\ln x = \ln 2x$ في $\mathbb{R}$:	حل واحد	حلان	لا تقبل أي حل
3 . عدد أرقام العدد 1606^{2020} هو:	6476	6475	6470
4. حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ و الذي يحقق $f(0) = 0$ هو الدالة f حيث:	$f(x) = e^{-2x} - 1$	$f(x) = -e^{-2x} - 1$	$f(x) = -e^{-2x} + 1$
5. مجموعة حلول المتراجحة $e^{x} - e^{-x} \leq 0$ هي :	$\left]-\infty;0\right]$	$\left[1;+\infty\right[$	$\mathbb{R}$
6. معادلة محور تناظر منحني الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ هي :	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$

التمرين الثاني: (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln\left(e^{x} + 2e^{-x}\right)$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x) = x + \ln\left(1 + 2e^{-2x}\right)$.

ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$.

ج) أدرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ و (D) .

2) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x) = -x + \ln\left(2 + e^{2x}\right)$.

ب) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D') الذي معادلته $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$.

ج) أدرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ و (D') .

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أرسم (D) ، (D') و $\left(C_f\right)$.

5) لتكن $\left(\Delta_m\right)$ عائلة المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي.

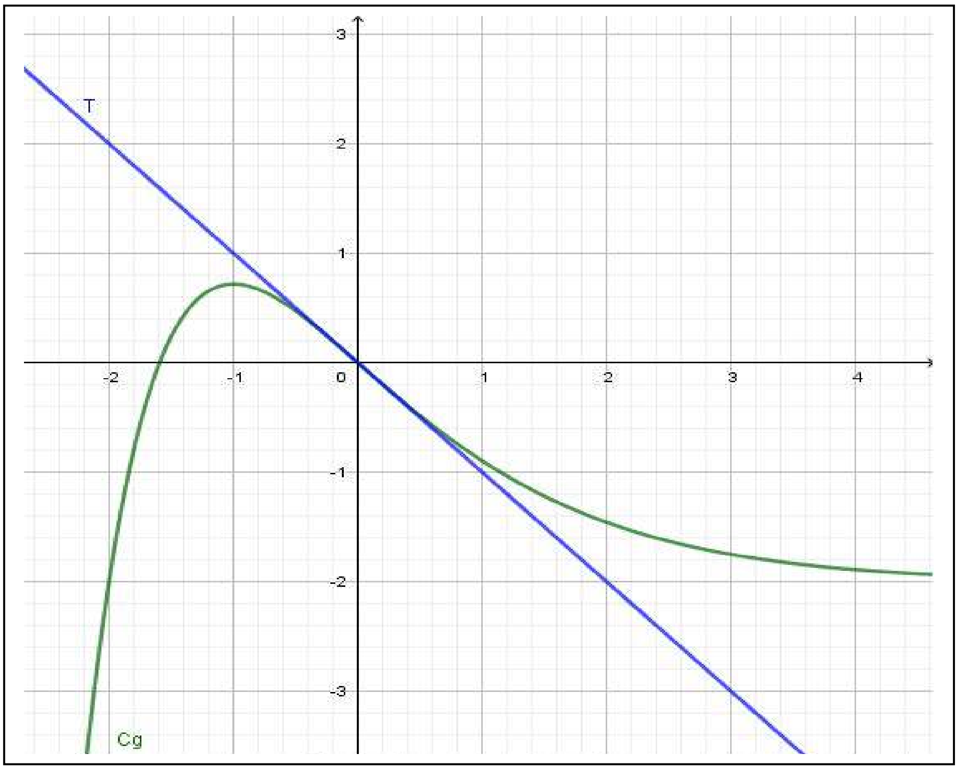
أ) بين أن جميع هذه المستقيمات تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيين إحداثييها.

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$.

<u>التمرين الثالث: (7 نقاط)</u>

I)

الشكل المقابل يمثل المنحنى $\left(C_g\right)$ **للدالة** g **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **والمماس** $\left(T\right)$ **عند مبدأ المعلم.**



1) أوجد قيمة كل من: $g'(-1)$ ، $g'(0)$ **و** $g(0)$

2) أوجد معادلة للمماس $\left(T\right)$.

3) حل في $\mathbb{R}$ **المتراجحة:** $g'(x) \geq 0$.

4) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ **تقبل حلين مختلفين احدهما معدوم والآخر نسميه** α **حيث يحقق:**
$-1,75 < \alpha < -1,50$.

5) استنتج إشارة $g(x)$.

6) أوجد العددين الحقيقيين a **و** b **بحيث:** $g(x) = (ax + b)e^{-x} - 2$.

II)

f **الدالة العددية المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ :** $f(x) = (-x - 3)e^{-x} - 2x$ **و** $\left(C_f\right)$ **تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس** $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايات $f(x)$ **عند أطراف مجموعة تعريفها.**

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x **فان:** $f'(x) = g(x)$ **ثم شكل جدول تغيرات الدالة** f .

3) أ) بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ **ذو المعادلة** $y = -2x$ **مقارب مائل لـ** $\left(C_f\right)$ **بجوار** $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين $\left(\Delta\right)$ **و** $\left(C_f\right)$.

4) بين أن $f(\alpha) = -2\left(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha + 2}\right)$ **ثم استنتج حصرا للعدد** $f\left(\alpha\right)$.

5) أوجد قيمة العدد الحقيقي β **حتى يكون المستقيم** $\left(T'\right)$ **ذو المعادلة** $y = \beta x - e$ **مماسا خارقا لـ:** $\left(C_f\right)$.

6) أرسم $\left(\Delta\right)$ **و** $\left(C_f\right)$.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m **عدد حلول المعادلة** $f(x) = m$.

<u>:Bonis (+1)</u>

أحسب النهاية التالية:

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$$

بالتوفيق للجميع

التصحيح النموذجي للاختبار:

تصحيح التمرين الأول:

1) أختار: "0".

التبرير: $f(e^{-3x}+1)=(fou)(x)$ **حيث** $u(x)=e^{-3x}+1$ **حسب خاصية نهاية دالة مركبة**

$\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{-3x}+1)=1$ **اذن لدينا** $\lim\limits_{x\to1} f(x)=0$ **ومنه** $\lim\limits_{x\to1} f(e^{-3x}+1)=\lim\limits_{x\to1}(fou)(x)=0$ ....

2) أختار:"حل واحد".

التبرير: هذه المعادلة معرفة لما $x>0$ **أي** $D_E=]0;+\infty[$ **لدينا** $2\ln x=\ln 2x$ **ومنه** $\ln x^2=\ln 2x$ **ومنه** $x^2=2x$ **ومنه**

$x(x-2)=0$ **ومنه اما** $x=0$ **او** $x=2$ **لكن 0 مرفوض لانه لا ينتمي الى مجموعة تعريف المعادلة**..

3) أختار:"6476".

التبرير: $\log(1606^{2020})=2020\log 1606\simeq 6475,61$ **ومنه** $E[\log(1606^{2020})]=6475$ **ومنه حسب تعريف دالة الجزء الصحيح نجد**

$6475\le\log(1606^{2020})<6476$ **ومنه** $10^{6475}\le 10^{\log(1606^{2020})}<10^{6476}$ **ومنه** $10^{6475}\le 1606^{2020}<10^{6476}$ **منه عدد ارقام** 1606^{2020} **هو** 6476.......

4) أختار:" $-e^{-2x}+1$ **".**

التبرير: لدينا $y'+2y-2=0$ **ومنه** $y'=-2y+2$ **أي** $a=-2$ **و** $b=2$ **والحل لعام لهذه المعادلة التفاضلية هو الدوال المعرفة:**

$f(x)=ce^{-2x}-\dfrac{2}{-2}$ **أي** $f(x)=ce^{-2x}+1$ **و لدينا** $f(0)=0$ **ومنه نجد** $c=-1$ **اذن الحل المطلوب هو** $f(x)=-e^{-2x}+1$ ....

5) أختار:" $]-\infty;0]$ **".**

التبرير: لدينا $e^x-e^{-x}\le0$ **ومنه** $e^x\le e^{-x}$ **ومنه** $x\le -x$ **ومنه** $2x\le0$ **ومنه** $x\le0$ **أي** $x\in]-\infty;0]$ ....

6) أختار:" $x=1$ **".**

التبرير: لدينا بصفة عامة محور تناظر منحني ان وجد فان معادلته من الشكل $x=a$ **ويحقق** $f(2a-x)=f(x)$ **.**

$$\begin{aligned} f(2a-x)&=(2a-x)^2-2(2a-x)-\ln(2a-x-1)^2\\ &=4a^2-4ax+x^2-4a+2x-\ln[-(x-2a+1)]^2\\ &=x^2+(-4a+2)x-\ln[x-(2a-1)]^2+4a^2-4a \end{aligned}$$

ومنه $f(2a-x)=f(x)$ **تعني** $\begin{cases}-4a+2=-2\\ 2a-1=1\\ 4a^2-4a=0\end{cases}$ **وحل هذه الجملة الوحيد هو** $a=1$ **اذن المعادلة المطلوبة هي** $x=1$ ....

تصحيح التمرين الثاني:

1) أ) اثبات انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ **:** $f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$ **:**

لدينا $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})=\ln e^x(1+2e^{-2x})=\ln e^x+\ln(1+2e^{-2x})=x+\ln(1+2e^{-2x})$ ....

ب) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **:** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}[x+\ln(1+2e^{-2x})]=+\infty$ ....

- تبيان ان $(D):y=x$ **مستقيم مقارب مائل بجوار** $+\infty$ **:**

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}[x+\ln(1+2e^{-2x})-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}[\ln(1+2e^{-2x})]=\ln 1=0$ **ومنه** (D) **مقارب مائل بجوار** $+\infty$..

ج) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) **و** (D) **: ندرس إشارة الفرق :** $f(x)-y=x+\ln(1+2e^{-2x})-x=\ln(1+2e^{-2x})$ **لدينا**

$2e^{-2x}>0$ **دوما ومنه** $1+2e^{-2x}>1$ **ومنه** $\ln(1+2e^{-2x})>\ln 1$ **أي** $f(x)-y>0$ **دوما ومنه** (C_f) **فوف** (D) **دوما**.........

2) أ) اثبات انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ **:** $f(x)=-x+\ln(2+e^{2x})$ **:**

لدينا $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})=\ln e^{-x}(e^{2x}+2)=\ln e^{-x}+\ln(2+e^{2x})=-x+\ln(2+e^{2x})$ ....

ب) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **:** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}[-x+\ln(2+e^{2x})]=+\infty$ ....

- تبيان ان $(D'):y=-x+\ln 2$ **مستقيم مقارب مائل بجوار** $-\infty$ **:**

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to-\infty}[-x+\ln(2+e^{2x})+x-\ln 2]=\lim\limits_{x\to-\infty}[\ln(2+e^{2x})-\ln 2]=\ln 2-\ln 2=0$ **ومنه** (D') **مقارب مائل عند** $+\infty$...

ج) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (D') : ندرس إشارة الفرق : $f(x)-y=-x+\ln(2+e^{2x})+x-\ln 2=\ln(2+e^{2x})-\ln 2$

لدينا $e^{2x}>0$ دوما ومنه $2+e^{2x}>2$ ومنه $\ln(2+e^{2x})>\ln 2$ أي $f(x)-y>0$ دوما ومنه (C_f) فوق (D') دوما.........

3) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث : $f'(x)=\dfrac{e^x-2e^{-x}}{e^x+2e^{-x}}=\dfrac{e^x-2e^{-x}}{e^x+2e^{-x}}\times\dfrac{e^x}{e^x}=\dfrac{e^{2x}-2}{e^{2x}+2}$ نلاحظ ان إشارة المقام موجبة تماما ودوما اذن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط أي من نفس إشارة $e^{2x}-2$.

- إشارة $e^{2x}-2$: $e^{2x}-2=0$ ومنه $e^{2x}=2$ ومنه $2x=\ln 2$ أي $x=\dfrac{\ln 2}{2}$ ، $e^{2x}-2>0$ ومنه نجد $x>\dfrac{\ln 2}{2}$ و $e^{2x}-2<0$ ومنه نجد $x<\dfrac{\ln 2}{2}$ وعليه تكون إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	ln2/2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

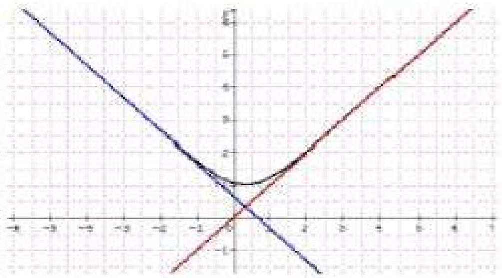
ومنه نستنتج ان f متزايدة على $\left[\ln 2/2;+\infty\right[$ ومتناقصة على $\left]-\infty;\ln 2/2\right]$ ....

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		ln2/2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$3\dfrac{\ln 2}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

....

4) الرسم :



....

5) أ) تبيان ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة **A** وتعيين احداثييها:

لدينا $y=mx+\dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$ ومنه $y=mx+\dfrac{\ln 2}{2}-m\dfrac{\ln 2}{2}$ ومنه $y-mx-\dfrac{\ln 2}{2}+m\dfrac{\ln 2}{2}=0$ ومنه

$y-\dfrac{\ln 2}{2}+m\left(\dfrac{\ln 2}{2}-x\right)=0$ وتكون هذه المعادلة محققة بغض النظر عن اية قيمة للوسيط الحقيقي **m** اذا كان :

$\begin{cases} y-\dfrac{\ln 2}{2}=0 \\ \dfrac{\ln 2}{2}-x=0 \end{cases}$ ومنه نجد $\begin{cases} y=\dfrac{\ln 2}{2} \\ x=\dfrac{\ln 2}{2} \end{cases}$ وعليه فان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة $A\left(\dfrac{\ln 2}{2};\dfrac{\ln 2}{2}\right)$ ....

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x)=mx+\dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$: ان حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع عائلة المستقيمات التي معادلاتها $y=mx+\dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$ والتي تشمل كلها النقطة $A\left(\dfrac{\ln 2}{2};\dfrac{\ln 2}{2}\right)$ اذن هنا المناقشة تكون دورانية وحسب الشكل السابق نجد:

* اذا كان $m=1$ فان (Δ_m) هي المستقيم المقارب (D) وليس هناك أي حل للمعادلة المنحني لا يتقاطع مع المستقيم المقارب.

* اذا كان $m=-1$ فان (Δ_m) هي المستقيم المقارب (D') أيضا ليس هناك أي حل للمعادلة المنحني لا يتقاطع مع المستقيم المقارب .

* اذا كان $m\in\left[-1;1\right]$ أيضا حسب الشكل ليس هناك أي حل للمعادلة أي عدم وجود نقط تقاطع.

* اذا كان $m\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ فحسب الشكل هناك نقطة مشتركة وحيدة بين (Δ_m) و (C_f) أي للمعادلة حل وحيد.........

تصحيح التمرين الثالث:

I) **1)** **من الشكل نجد:** $g'(-1)=0$ ، $g'(0)=-1$ ، $g(0)=0$ ....

2) **معادلة المماس** (T) : $y=g'(0)(x-0)+g(0)$ **ومنه نجد** $y=-x$ ....

3) **حلول المتراجحة** $g'(x)\ge 0$ **هي القيم التي تكون عندها الدالة** g **متزايدة وحسب الشكل نجد** $S=]-\infty;-1]$ ....

4) **من خلال الشكل يتبين ان المنحني يقطع محور الفواصل في نقطتين احداهما المبدأ والأخرى فاصلتها** α **. بما ان الدالة مستمرة على المجال** $[-1,50;-1,75]$ **ومتزايدة تماما عليه وأيضا حسب الشكل نجد** $g(-1,50)\simeq 0,25$ **و** $g(-1,75)\simeq -0,5$ **أي** $g(-1,50)\times g(-1,75)<0$ **اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان حل المعادلة** $g(x)=0$ **يحقق** $-1,75<\alpha<-1,50$ ...

5) **إشارة** $g(x)$: **حسب الشكل نجد :**

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	0	-	

....

6) **إيجاد** a **و** b **حيث** $g(x)=(ax+b)e^{-x}-2$:

لدينا $g(0)=0$ **ومنه نجد** $g(0)=(a\times 0+b)e^{-0}-2=0$ **ومنه نجد** $b=2$ ....

أيضا $g'(0)=-1$: **لنا** $g(x)=(ax+b)e^{-x}-2$ **ومنه** $g'(x)=ae^{-x}-(ax+b)e^{-x}$ **ومنه**

$g'(0)=ae^{-0}-(a\times 0+b)e^{-0}=-1$ **ومنه نجد** $a=1$ **وعليه** $g(x)=(x+2)e^{-x}-2$ ....

II) $f(x)=(-x-3)e^{-x}-2x$ ، $D_f=]-\infty;+\infty[$:

1) **حساب نهايات** $f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[(-x-3)e^{-x}-2x\right]=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-xe^{-x}-3e^{-x}-2x\right]=-\infty$ ....

2) **التحقق ان** $f'(x)=g(x)$: **لدينا** $f(x)=(-x-3)e^{-x}-2x$ **ومنه**

$f'(x)=-e^{-x}-(-x-3)e^{-x}-2=\left[-1-(-x-3)\right]e^{-x}-2=[x+2]e^{-x}-2=g(x)$ **نستنتج ان إشارة** $f'(x)$ **من نفس إشارة** $g(x)$ **ومنه** f **متزايدة على المجال** $[\alpha;0]$ **ومتناقصة على كل من المجالين** $]-\infty;\alpha]$ ، $[0;+\infty[$ ....

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	-3	↘	$3\frac{\ln 2}{2}$

....

3) **أ) تبيان ان** $(\Delta): y=-2x$ **مقارب لـ** (C_f) **في جوار** $+\infty$:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(-x-3)e^{-x}-2x+2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(-x-3)e^{-x}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(-\frac{x}{e^x}-\frac{3}{e^x}\right)\right]=0$ **اذن** (Δ) **مقارب لـ** (C_f) **في جوار** $+\infty$ ...

ب) دراسة الوضع النسبي بين (Δ) **و** (C_f) : **ندرس إشارة الفرق** $f(x)-y$: **نجد** $f(x)-y=(-x-3)e^{-x}$ **وبما ان** $e^{-x}>0$ **دوما اذن إشارة الفرق من إشارة** $-x-3$ **أي :**

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$-x-3$		$+$	0	$-$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) **فوق** (Δ)	(Δ) **يقطع** (C_f)	(C_f) **تحت** (Δ)	

....

4) تبيان ان $f(\alpha)=-2\left(\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha+2}\right)$ **ثم استنتاج حصرا له:**

لدينا α **هل حل للمعادلة** $g(x)=0$ **ومنه** $g(\alpha)=0$ **ومنه** $(\alpha+2)e^{-\alpha}-2=0$ **ومنه** $e^{-\alpha}=\dfrac{2}{\alpha+2}$

لدينا $f(x)=(-x-3)e^{-x}-2x$ **ومنه** $f(\alpha)=(-\alpha-3)e^{-\alpha}-2\alpha$ **بالتعويض نجد**

$$f(\alpha)=(-\alpha-3)\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha=\frac{-2\alpha-6}{\alpha+2}-2\alpha=\frac{-2\alpha-4-2}{\alpha+2}-2\alpha=\frac{-2\alpha-4}{\alpha+2}-\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha$$
$$=\frac{-2(\alpha+2)}{\alpha+2}-\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha=-2-\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha=-2\left(\alpha+1+\frac{1}{\alpha+2}\right)$$

- **حصر** $f(\alpha)$**: لدينا** $-1,75<\alpha<-1,50$ **ومنه** $0,25<\alpha+2<0,50$ **ومنه** $\dfrac{1}{0,25}<\dfrac{1}{\alpha+2}<\dfrac{1}{0,5}$ **أي**

$2<\dfrac{1}{\alpha+2}<4$ **ومنه** $3<1+\dfrac{1}{\alpha+2}<5$ **(1).............** ، $-1,75<\alpha<-1,50$ **(2).............**

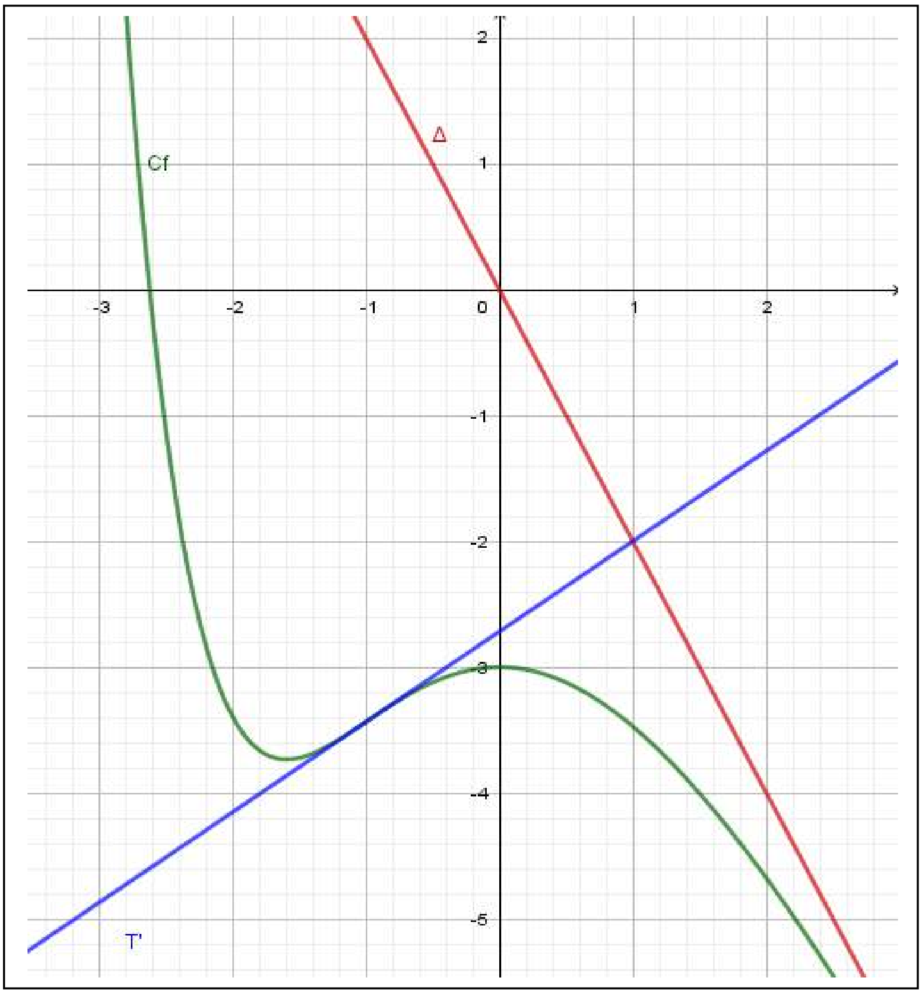
بالجمع نجد $2,25<\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha+2}<3,5$ **ومنه** $-7<-2\left(\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha+2}\right)<-4,5$ **اي** $-7<f(\alpha)<-4,5$ **.........**

5) إيجاد قيمة β **: وجدنا سابقا ان الدالة** f **تقبل الاشتقاق على** $\mathbb{R}$ **حيث** $f'(x)=g(x)$ **ومنه** $f''(x)=g'(x)$ **ووجدنا قبلها ان** $g'(x)$ **تنعدم عند -1 وتغير اشارتها وعليه نستنتج ان** $f''(x)$ **تنعدم عند -1 وتغير اشارتها وبالتالي النقطة التي فاصلتها -1 هي نقطة انعطاف للمنحنى** (C_f) **وهي التي يكون عندها المماس خارقا للمنحنى .**

كتابة معادلة لهذا المماس: $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ **ومنه** $y=(e-2)(x+1)-2e+2=(e-2)x-e$ **أي**

$y=(e-2)x-e$ **وهي معادلة للمماس** (T') **و** $\beta=e-2$ **...**

6) رسم (Δ) **و** (C_f) **:**



7) المناقشة البيانية :

حلول المعادلة $f(x)=m$ **هي فواصل نقط تقاطع** (C_f) **مع المستقيم الافقي الذي معادلته** $y=m$ **ومنه حسب الشكل نجد:**

- **لما** $m\in\left]-\infty;f(\alpha)\right[$ **: فان للمعادلة حل وحيد.**
- **لما** $m=f(\alpha)$ **او** $m=-3$ **فان للمعادلة حلين.**
- **لما** $m\in\left]f(\alpha);-3\right[$ **فان للمعادلة ثلاث حلول.**
- **لما** $m\in\left]-3;+\infty\right[$ **فان للمعادلة حل وحيد.**

انتهى.

لوطاية في : 03 / 12 / 2019